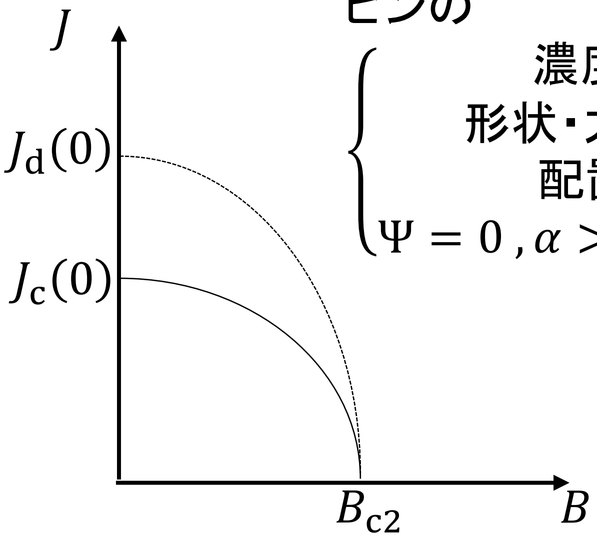
時間依存Ginzburg-Landau方程式を用いた
横磁界下における超伝導体内の磁束線についての研究

2016/09/15

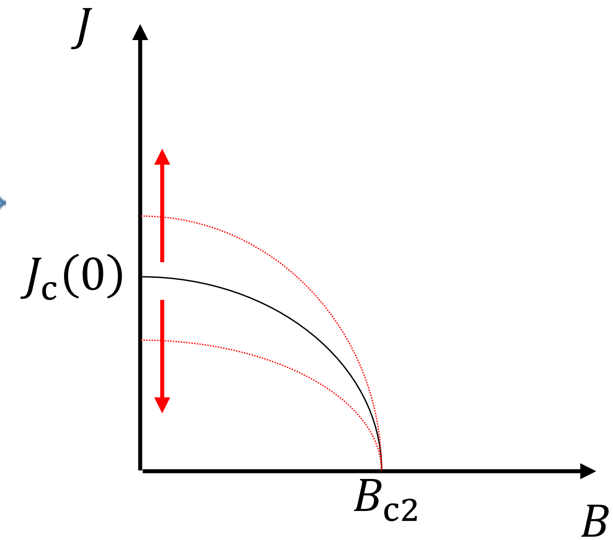
九州工業大学大学院　情報工学府　谷村賢太、
小田部荘司

背景



ピンの

$\left\{\begin{array}{c} \text{濃度} \\ \text{形状・大きさ} \\ \text{配置} \\ \Psi = 0\,, \alpha > 0 \;\; \beta > 0 \end{array}\right.$



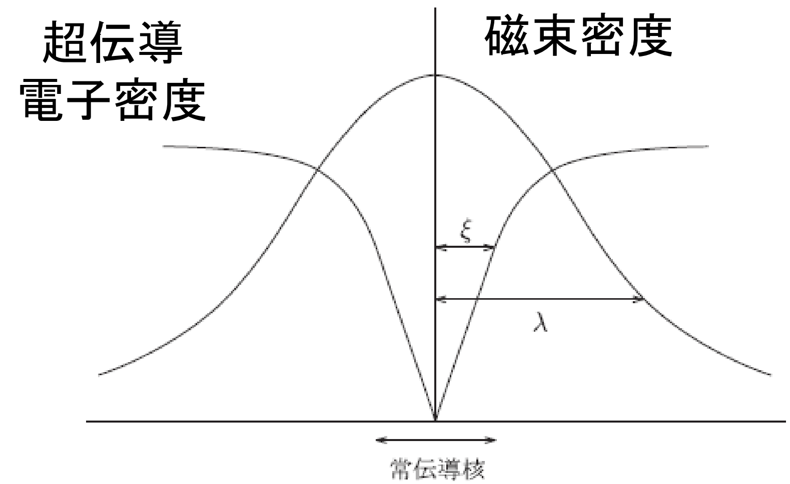
横磁界下での超伝導体内の磁束線において、理論上、磁束線を留める
ピンについての様々な条件の違いよって、J_cが変化すると予想されている。
しかし、それを確認することは容易ではない。

研究目的

本研究では、簡易化した3次元の時間依存G-L方程式をシミュレーションを用いて解くことによって、横磁界下での超伝導体内の磁束線において、ピンの濃度、形状・大きさ、配置、境界条件の違いがJ_cにどのような影響を与えるのかについて調査を行う。

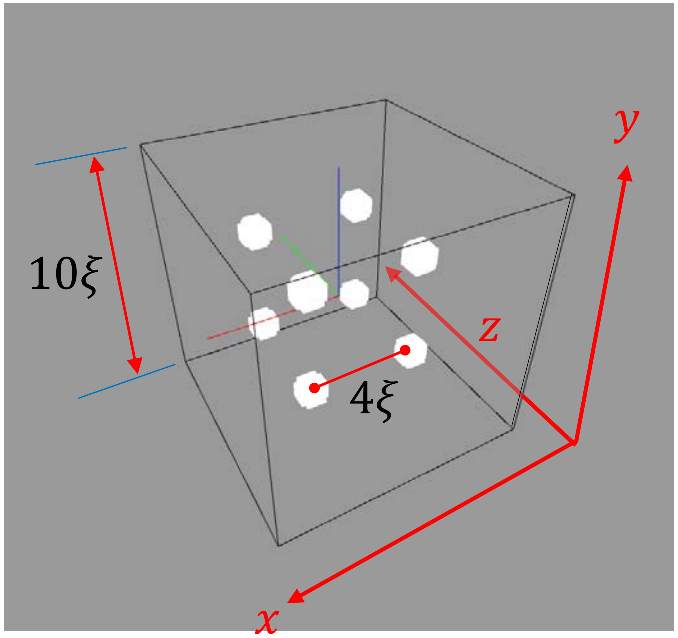
GL方程式・TDGL方程式

- Ginzburg-Landau(GL)方程式
  - 超伝導を説明する現象論
  - オーダーパラメータΨを計算
  - $|\Psi|^2$:超伝導電子密度



- 時間依存GL(TDGL)方程式
  - GL方程式に時間依存性を付与したもの

シミュレーションモデル



■形状

・真空に囲まれた超伝導体を仮定

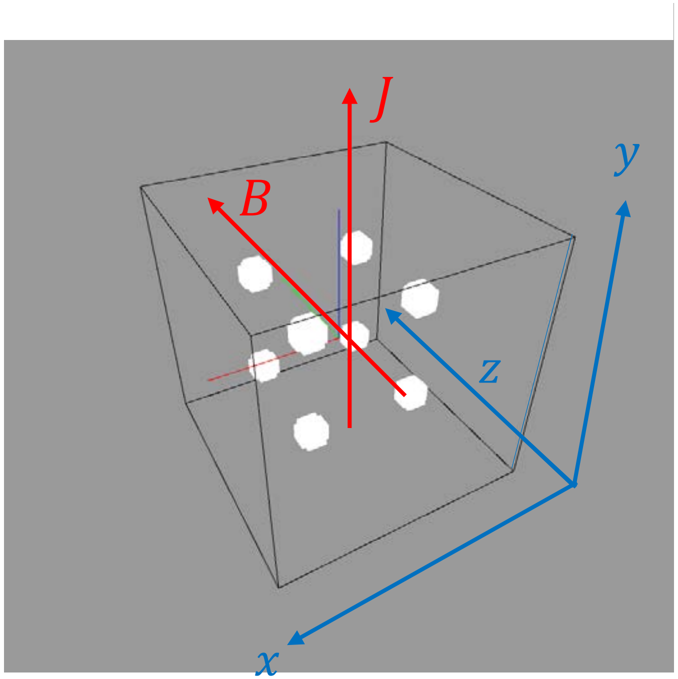
・一辺の長さ10ξの立方体空間を考慮

・球型のピン（直径：ξ）

・隣り合ったピンの中心間隔：4ξ

※軸設定は右図のとおり

シミュレーションモデル



■電流密度J・磁束密度B

・$J = J_y \boldsymbol{i}_y,\ \ B = B_z \boldsymbol{i}_z$ （$\because J \perp B$）
（$\boldsymbol{i}_x, \boldsymbol{i}_y, \boldsymbol{i}_z$:それぞれの軸の単位ベクトル）

■初期条件

・$\Psi(t = 0) = \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$
・$V(t = 0) = -Jy/\sigma$

■境界条件

・$\boldsymbol{n} \cdot (\nabla\Psi + \mathrm{i}\boldsymbol{A}\Psi) = 0$
・$\nabla V = -\boldsymbol{J}/\sigma$

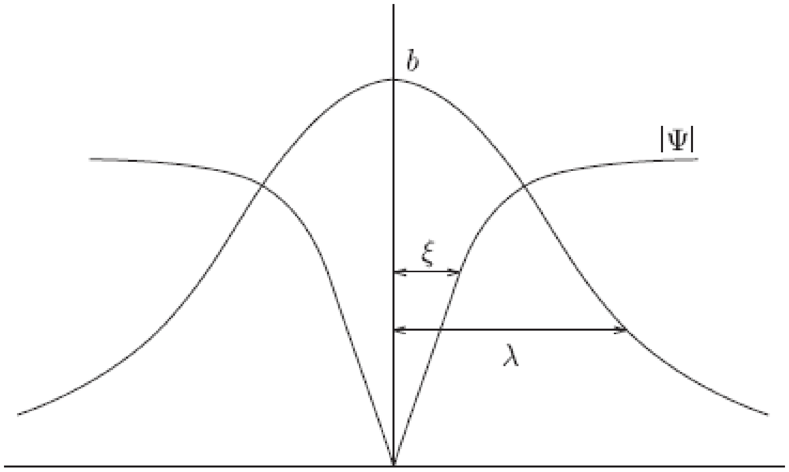
※$\boldsymbol{n}$: 面に垂直な単位ベクトル

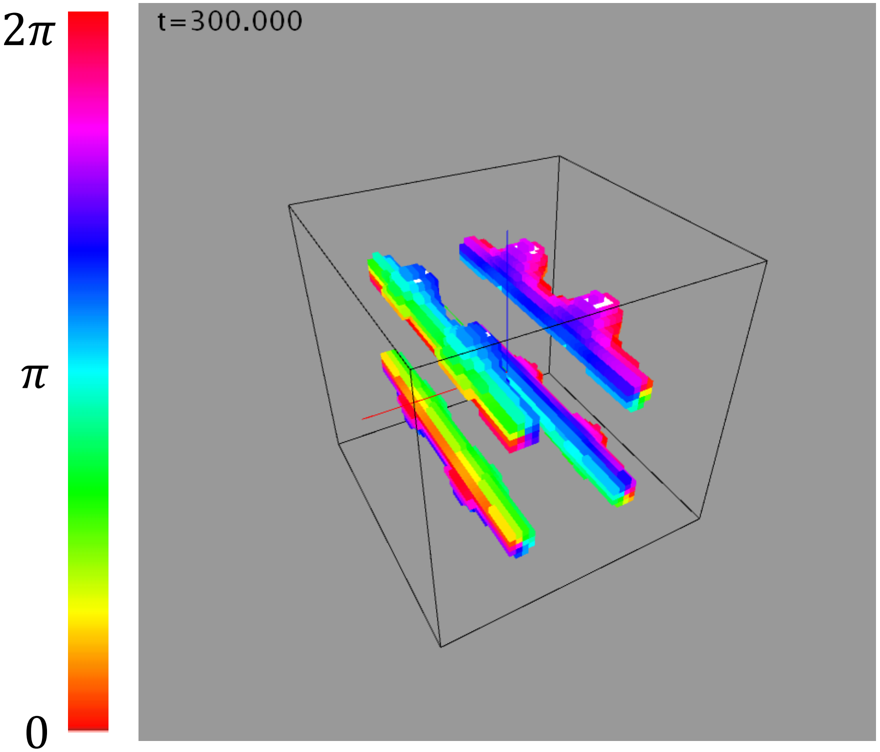
プロットについて

●$|\Psi|^2$についてのプロット

・$|\Psi|^2 \leq 0.1$の等位面により磁束線の構造を表示

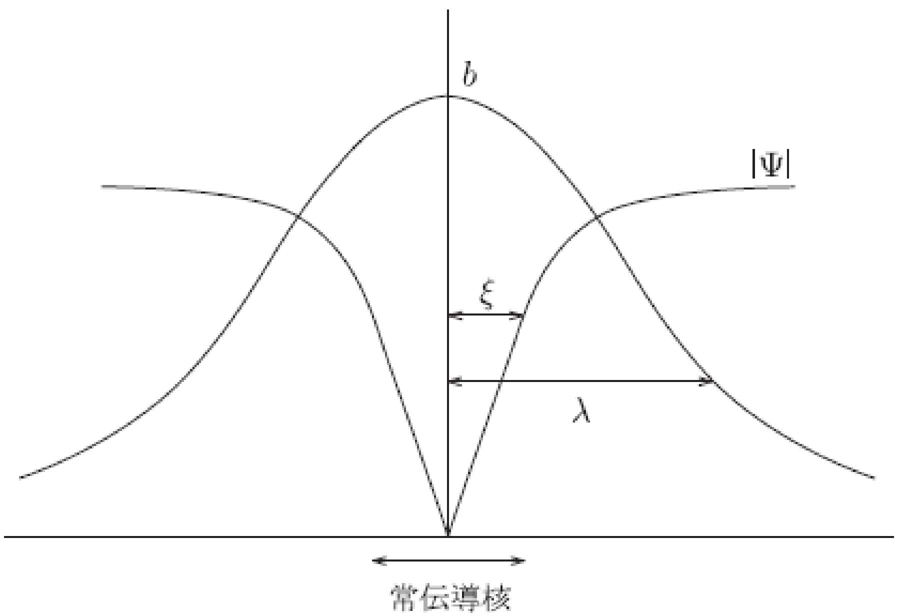
・位相に準じて色分け





TDGL方程式の簡易化

1. 非常に細い超伝導体を仮定
2. TDGL方程式でパラメータを規格化



1. 非常に細い超伝導体を仮定

全体に磁界が進入するほどの超伝導体を仮定

ベクトルポテンシャルが磁界に支配される

ベクトルポテンシャルが磁界に依存する変数

具体的には

$\boldsymbol{A} = B_{\mathrm{ext}} y \boldsymbol{i}_y$　　$(\boldsymbol{B} \perp \boldsymbol{J})$　　$(\boldsymbol{J} = J_y \boldsymbol{i}_y)$

２．TDGL方程式でパラメータを規格化

$$\frac{1}{\xi}x \to x, \qquad \frac{|\alpha|}{\gamma}t \to t, \qquad \frac{2e\gamma}{|\alpha|}V \to V,$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}\kappa B_{\mathrm{c}}\xi}\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A}, \qquad \left(\frac{\beta}{|\alpha|}\right)^{\frac{1}{2}}\Psi \to \Psi$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} + \mathrm{i}V\Psi + (-\mathrm{i}\nabla - \boldsymbol{A})^2\Psi - \Psi + |\Psi|^2\Psi = 0$$

※ $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{\sqrt{2}\,J_{\mathrm{c}}}J \to J$となるため$J < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.385$に設定

実際に解く方程式

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathrm{i}V\Psi + (-\mathrm{i}\nabla - \boldsymbol{A})^2\Psi - \Psi + |\Psi|^2\Psi = 0 \\[2em]
\sigma\nabla^2 V = \dfrac{\mathrm{i}}{2}(\Psi^*\nabla^2\Psi - \Psi\nabla^2\Psi^*) - \nabla\cdot(|\Psi|^2\boldsymbol{A})
\end{cases}
$$

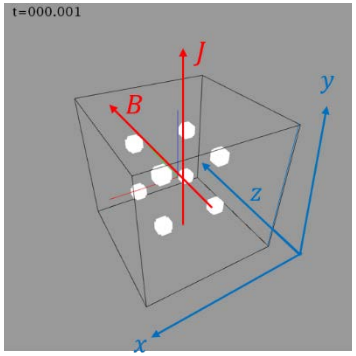
$$
\left(\boldsymbol{J}_{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{i}}{2}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - |\Psi|^2\boldsymbol{A}, \boldsymbol{J}_{\mathrm{n}} = -\sigma\nabla V\right)
$$

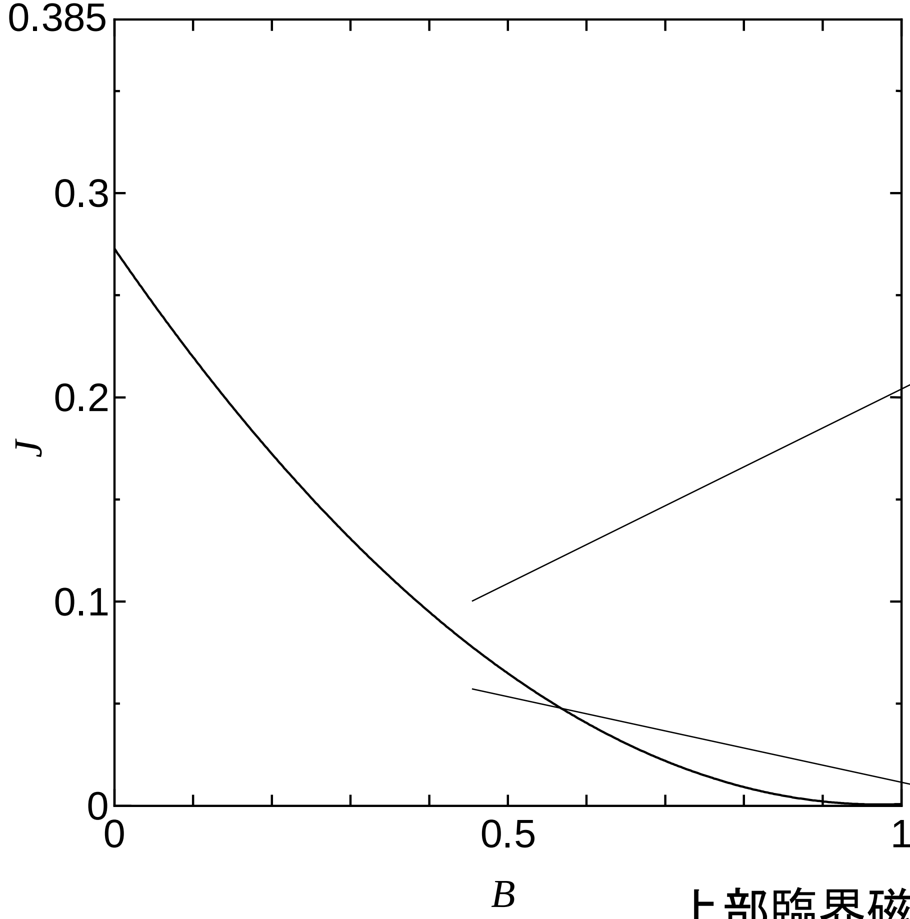
第一方程式:超伝導領域のΨについて

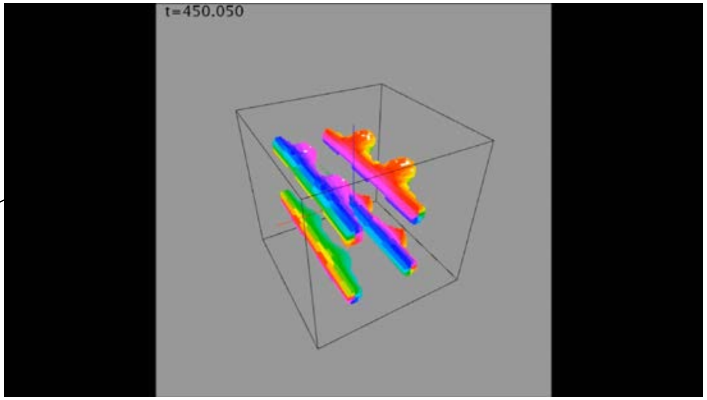
第二方程式:Vについて

※常伝導領域は強制的に$\Psi = 0$

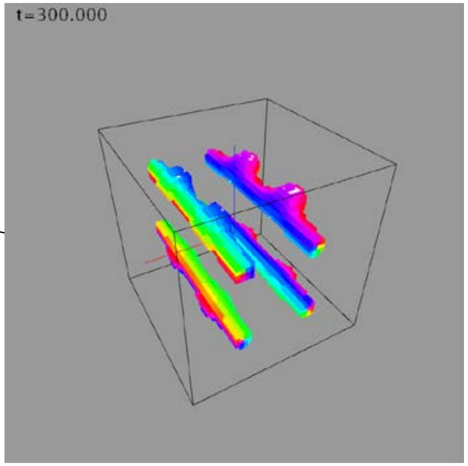
シミュレーション結果





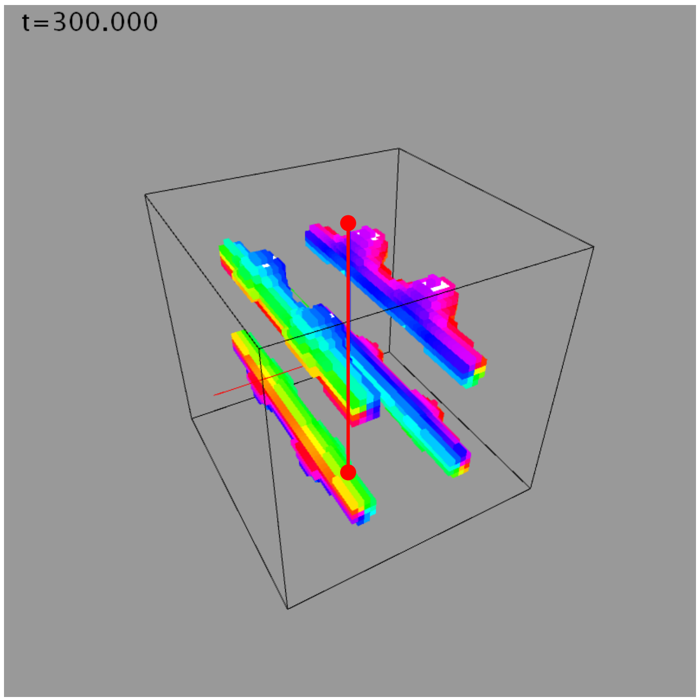


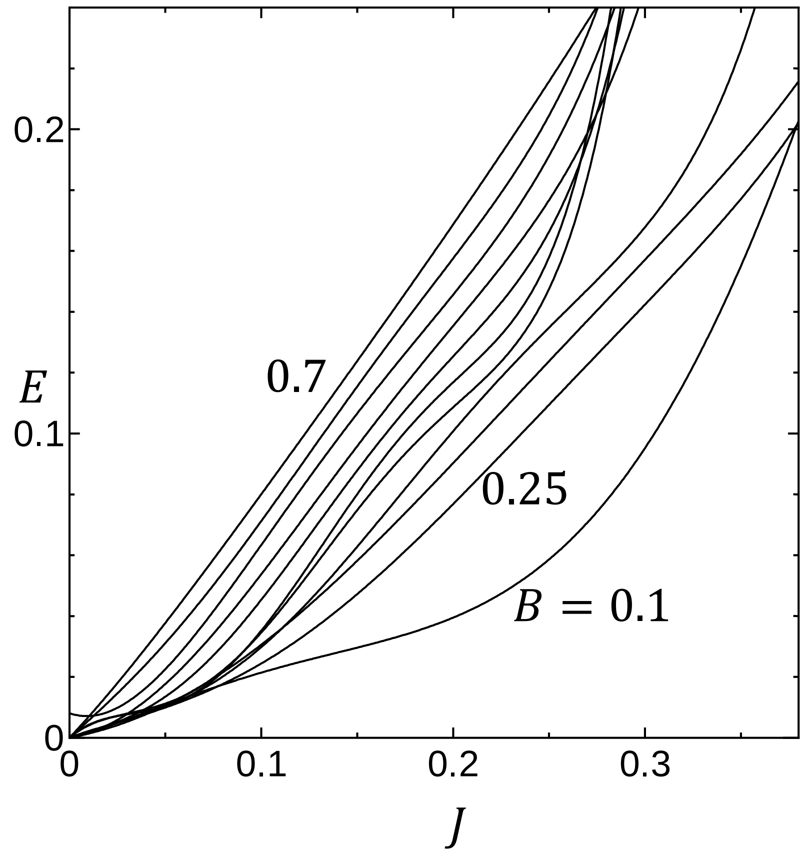
上部臨界磁界 B_{c2}



E-J特性

$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla} V$





$B = 0.25$~0.7まで0.05刻み
グラフ1番下の曲線は$B = 0.1$

常伝導部$\Psi = 0$の
シミュレーションの問題点

常伝導部分で強制的に オーダーパラメータ$\Psi = 0$	⇒	非常に強いピン 現実的でない

⇓

常伝導部の$\Psi = 0$に代わる方程式の導入

$$\boxed{\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathrm{i}V\Psi + (-\mathrm{i}\nabla - \boldsymbol{A})^2\Psi + \eta\Psi = 0\,,\eta = \left(\frac{\xi}{\xi_\mathrm{n}}\right)^2}$$

実際に解く方程式

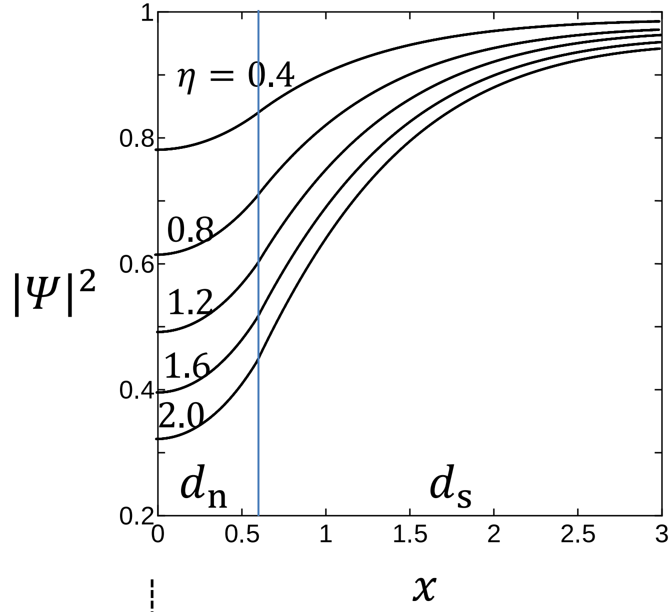
$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathrm{i}V\Psi + (-\mathrm{i}\nabla - \boldsymbol{A})^2\Psi - \Psi + |\Psi|^2\Psi = 0 \\
\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathrm{i}V\Psi + (-\mathrm{i}\nabla - \boldsymbol{A})^2\Psi + \eta\Psi = 0\,, \eta = \left(\dfrac{\xi}{\xi_\mathrm{n}}\right)^2 \\
\sigma\nabla^2 V = \dfrac{\mathrm{i}}{2}(\Psi^*\nabla^2\Psi - \Psi\nabla^2\Psi^*) - \nabla\cdot(|\Psi|^2\boldsymbol{A})
\end{cases}
$$

$$
\left(\boldsymbol{J}_\mathrm{s} = \frac{\mathrm{i}}{2}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - |\Psi|^2\boldsymbol{A}, \boldsymbol{J}_\mathrm{n} = -\sigma\nabla V\right)
$$

ξ_n : 常伝導領域のコヒーレンス長

第一方程式 : 超伝導領域のΨについて
第二方程式 : 常伝導領域のΨについて
第三方程式 : Vについて

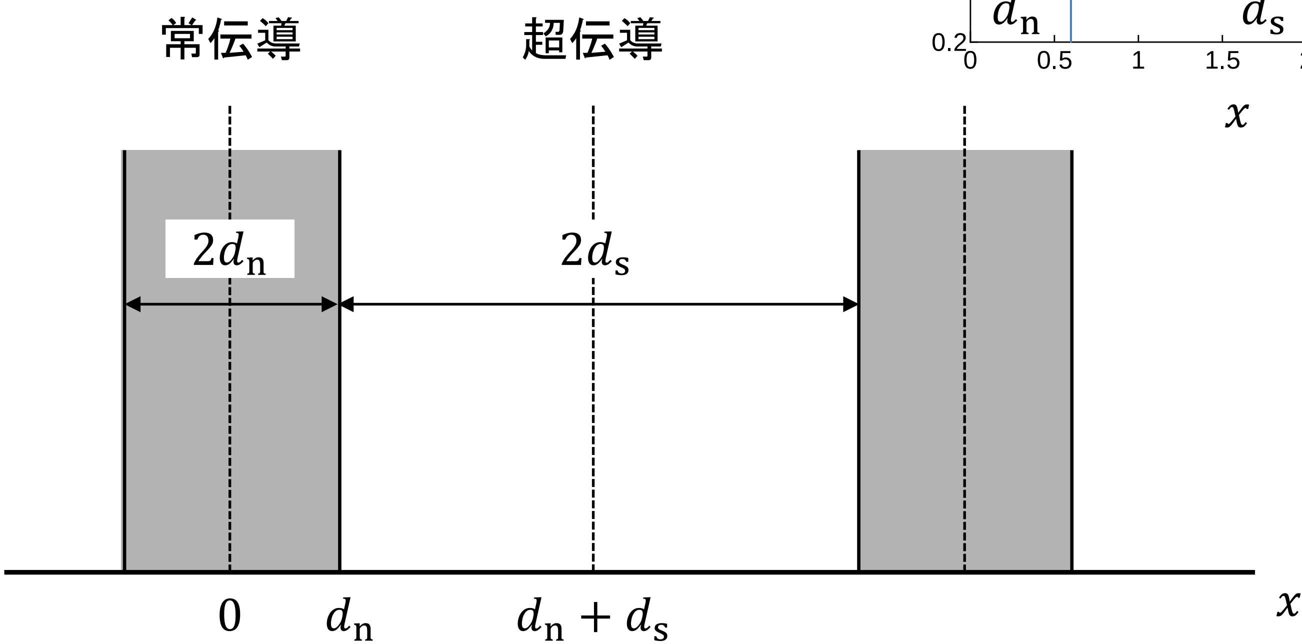
近接効果



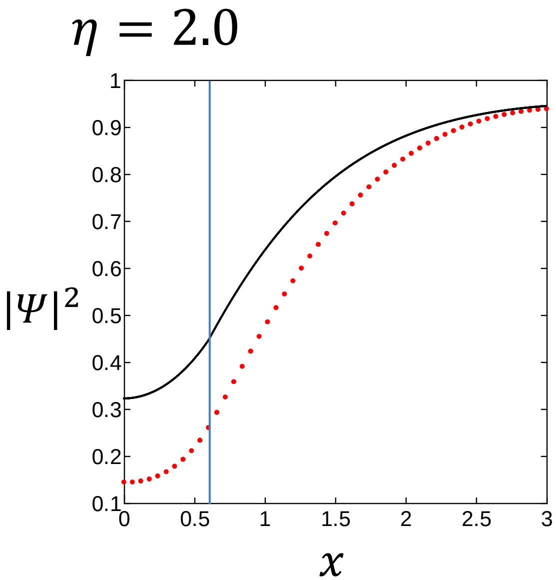
$$\eta = \left(\frac{\xi}{\xi_\mathrm{n}}\right)^2$$

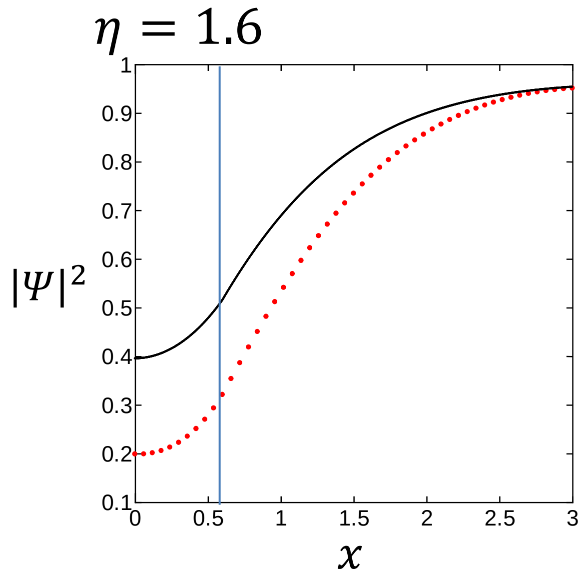
d_n: 0~0.6
d_s: 0.6~3

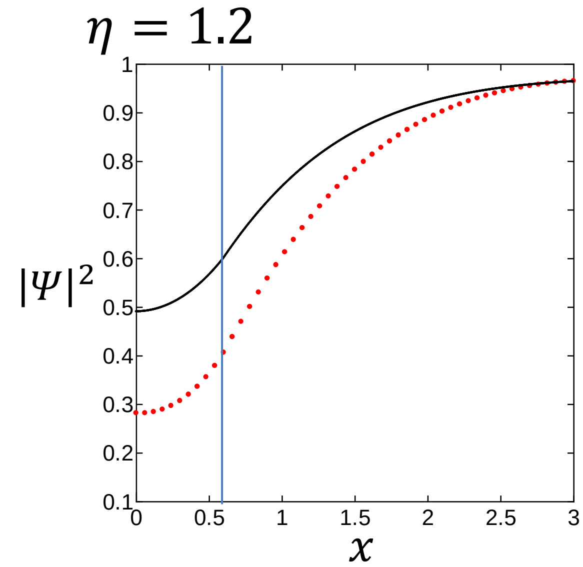
規格化
$\frac{1}{\xi}x \rightarrow x$



E.S. Otabe and T. Matsushita, Cryogenics (1993) 33 531-540



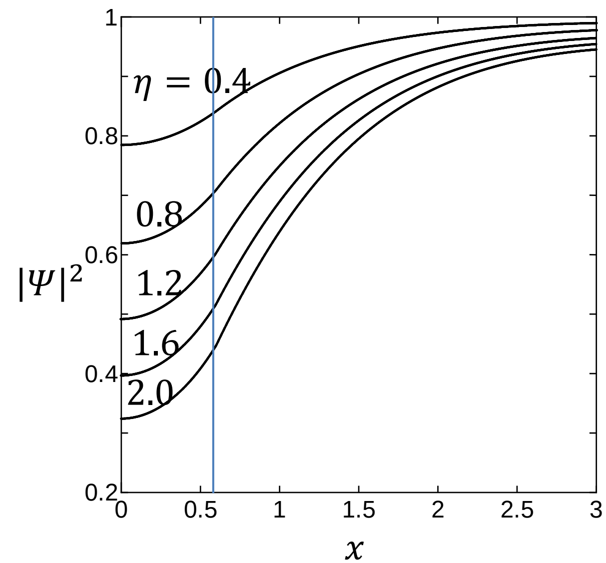




規格化
$\frac{1}{\xi}x \to x$

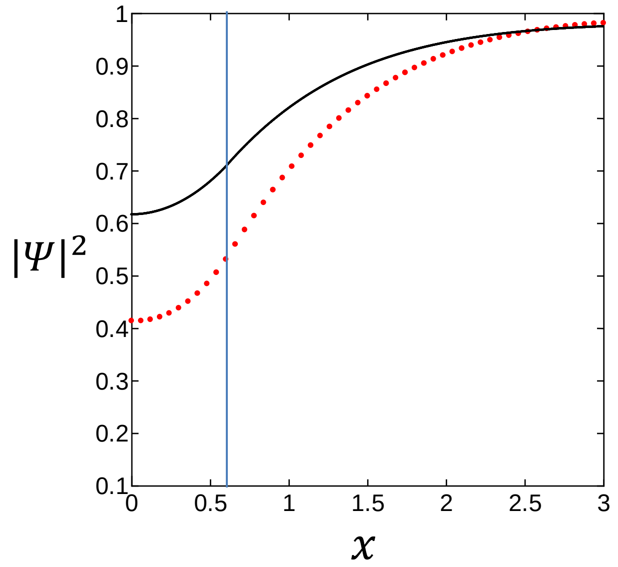
$d_{\mathrm{n}}: 0\sim0.6$
$d_{\mathrm{s}}: 0.6\sim3$

図の実線は過去の研究から引用*、
点線はTDGLシミュレーション

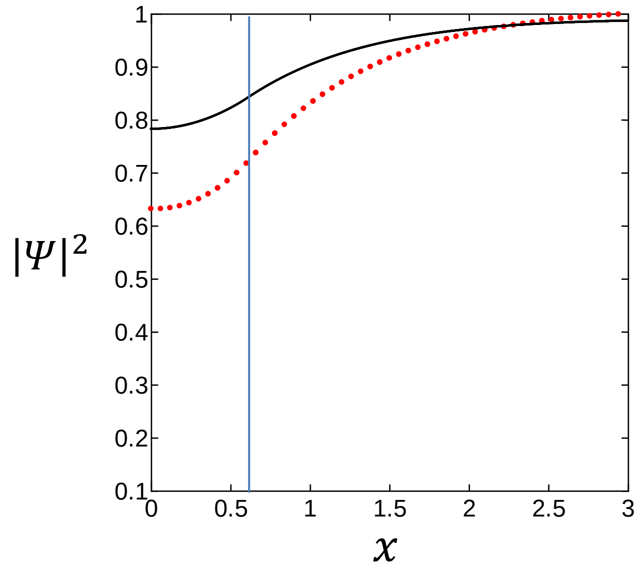


(*)E.S. Otabe and T. Matsushita, Cryogenics (1993) 33 531-540

$\eta = 0.8$



$\eta = 0.4$

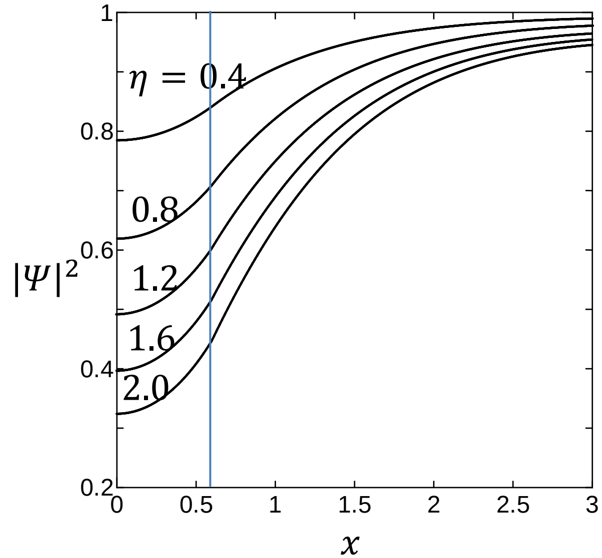


規格化

$\frac{1}{\xi} x \to x$

$d_{\mathrm{n}}: 0\sim0.6$

$d_{\mathrm{s}}: 0.6\sim3$



図の実線は過去の研究から引用*、
点線はTDGLシミュレーション

(*)E.S. Otabe and T. Matsushita, Cryogenics (1993) 33 531-540

まとめ

- 簡易化した3次元のTDGL方程式をシミュレーションを用いて解いて、J_c-B特性を明らかにした。

- 常伝導部$\Psi = 0$に代わる方程式を導入し、近接効果が表現できていることを確認した。

- 常伝導部の配置や大きさなどを変更してJ_c-B特性を調査する必要がある