電気回路の量子力学_ver.3

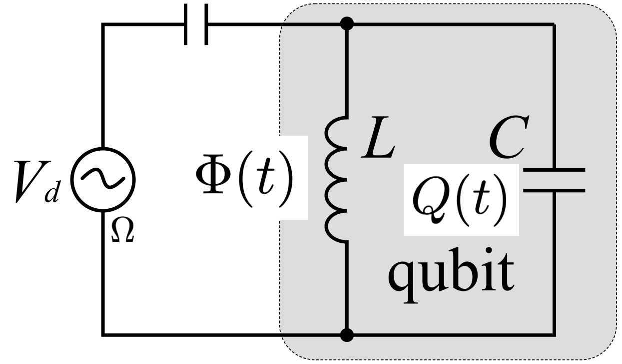
- 超伝導量子回路の基礎として -

有明高専　松野哲也
量子化磁束動力学シミュレーション研究グループ

秋のセミナー 2023年10月21日（土）-22日（日）

超伝導トランズモン量子ビット(1/2)

(a) トランズモンキュービットの等価回路



変調制御信号：

$$V_d(t) \propto \mathrm{Re}[u(t)\exp(j\Omega t)]$$

インダクタ L の鎖交磁束：

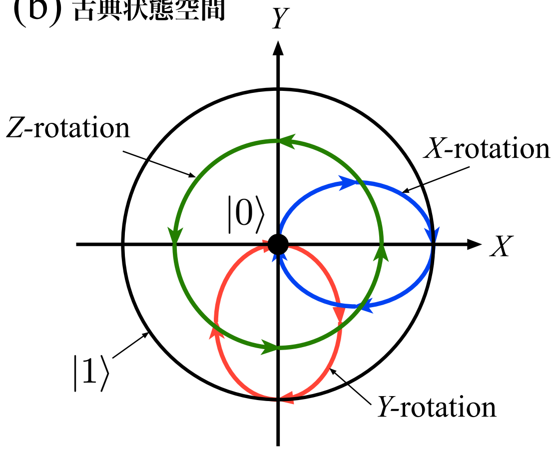
$$\Phi(t) = \mathrm{Re}[\phi(t)\exp(j\Omega t)]$$

キャパシタ C の蓄積電荷：

$$Q(t) = \mathrm{Re}[q(t)\exp(j\Omega t)]$$

Ω キャリア角周波数

(b) 古典状態空間



$$X = \mathrm{Re}[\phi(t)] \quad Y = \mathrm{Re}[q(t)]$$

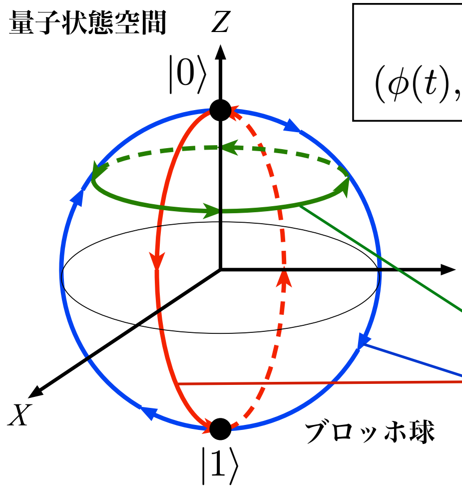
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ 共振角周波数

$$\Delta = \omega_0 - \Omega$$ detuning

$(u(t), \Delta)$ 制御スキーム

$(\phi(t), q(t))$ 古典状態変数

(c) 量子状態空間



キュービット波動関数

$$(\phi(t), q(t)) \rightarrow |\psi(t)\rangle = \alpha(t)\,|0\rangle + \beta(t)\,|1\rangle$$

$(u(t), \Delta)$ 制御スキーム

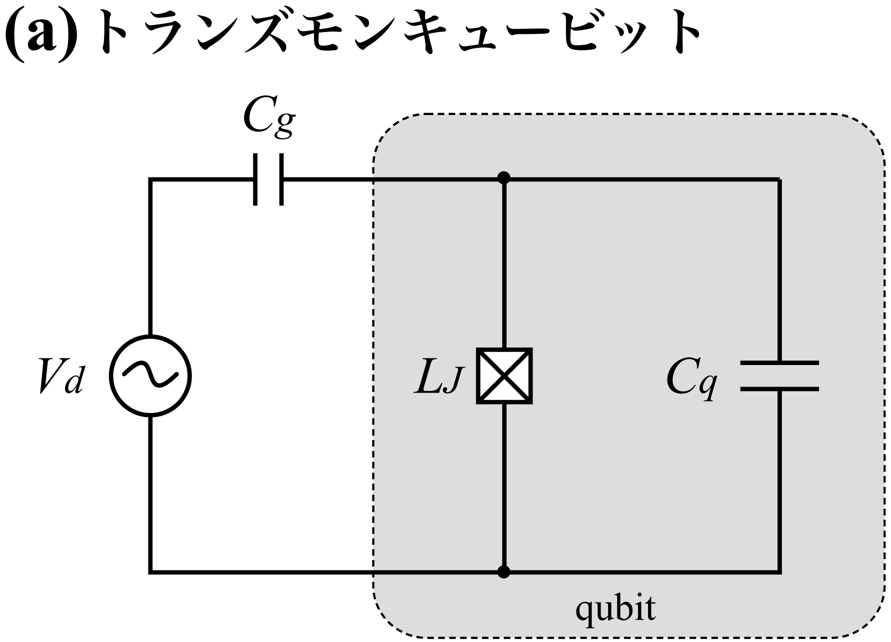
$(\alpha(t), \beta(t))$ 量子状態変数

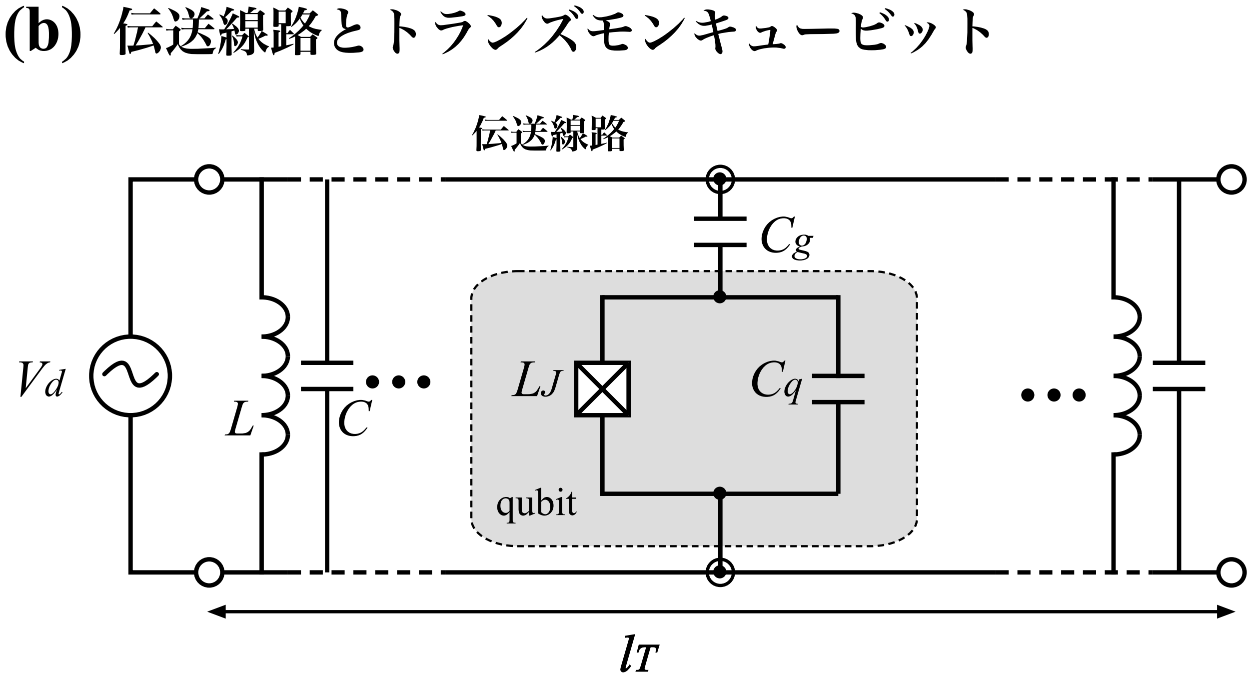
$(u(t) \equiv 0,\ \Delta \neq 0)$

$(u(t) \neq 0,\ \Delta = 0)$

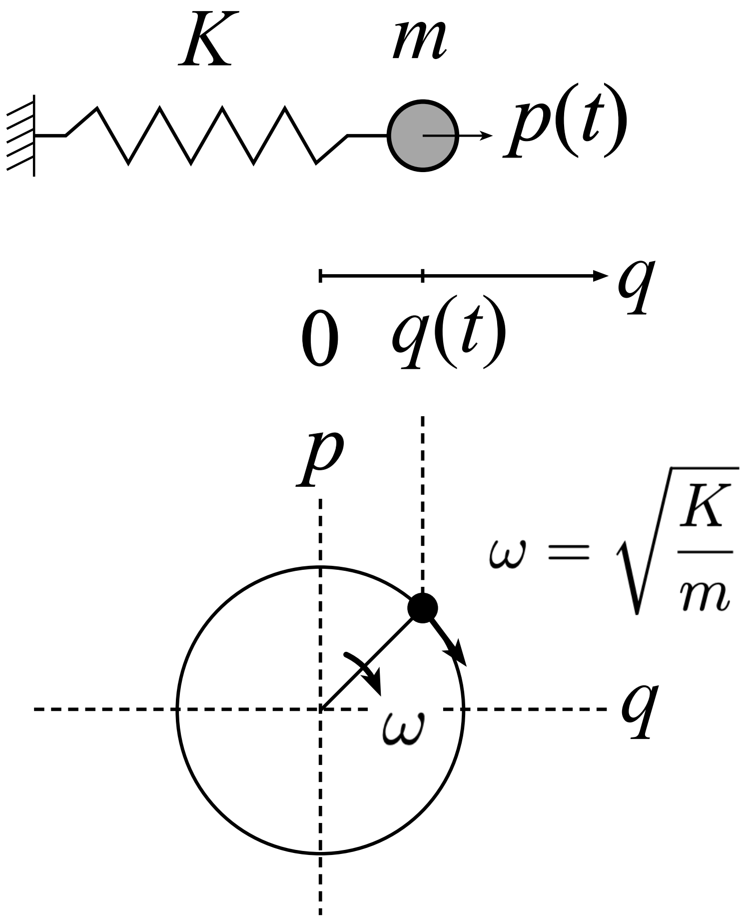
制御スキーム = 量子ゲート操作

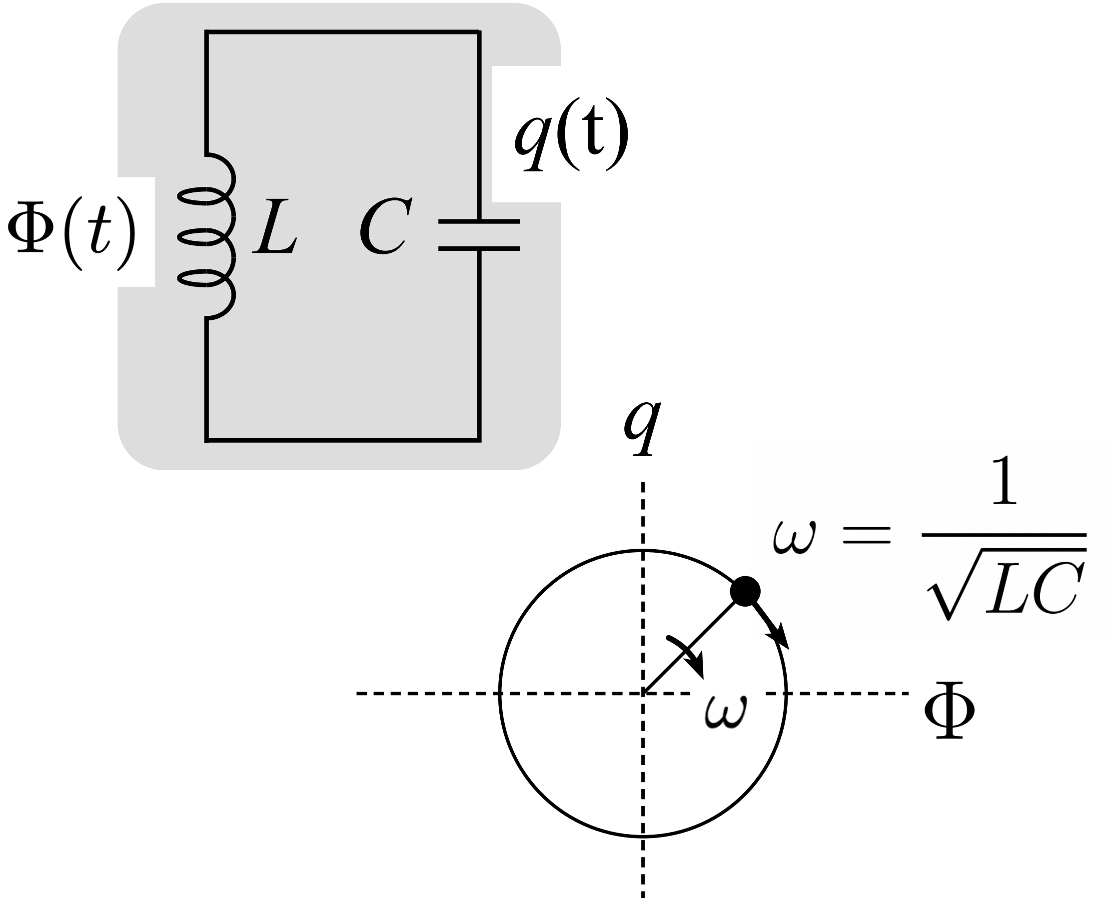
超伝導トランズモン量子ビット(2/2)



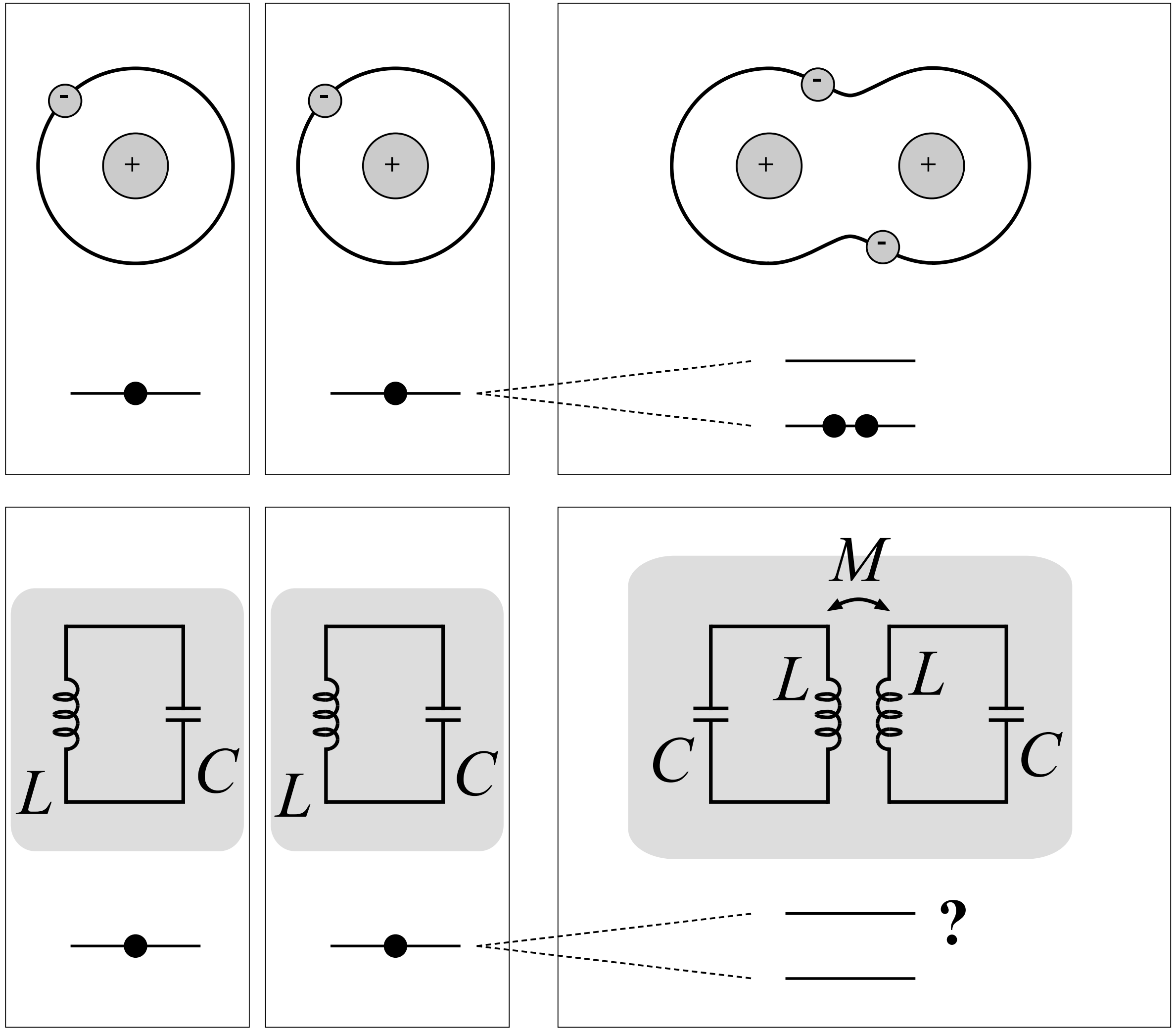


電気回路と力学アナロジー

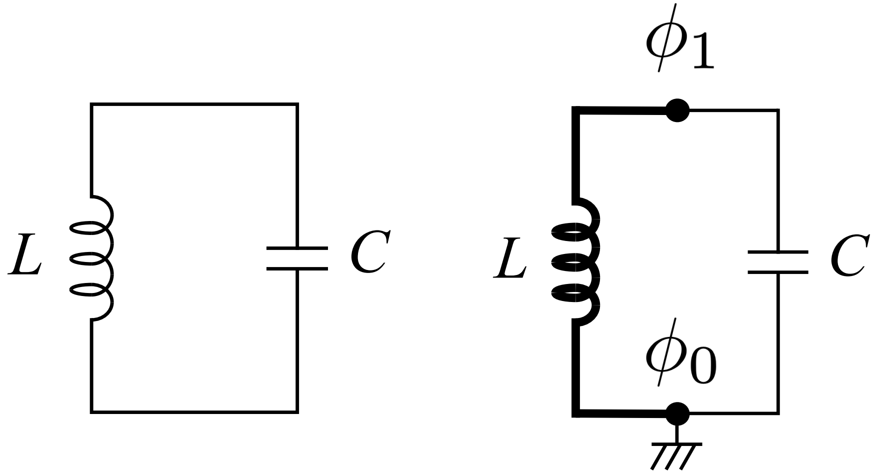




LC回路（共振器）と人工原子



簡単な例題：LC共振器の量子化(1/2：回路の古典力学)



節点方程式

$$C(\ddot{\phi}_1 - \ddot{\phi}_0) + \frac{1}{L}(\phi_1 - \phi_0) = 0$$

$$C\ddot{\phi} + \frac{\phi}{L} = 0 \qquad \begin{aligned} \phi_0 &\equiv 0 \\ \phi &:= \phi_1 \end{aligned}$$

回路のラグランジアン

$$\mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}) = \frac{C}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{\phi^2}{L}$$

一般化運動量 →

$$q = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}$$

ルジャンドル変換

回路のハミルトニアン

$$\mathcal{H}(\phi, q) = q\dot{\phi} - \mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}) = \frac{q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}$$

回路の運動方程式（ハミルトン方程式）

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \mathcal{H}(\phi, q)}{\partial q} = \frac{q}{C}, \quad \dot{q} = -\frac{\partial \mathcal{H}(\phi, q)}{\partial \phi} = -\frac{\phi}{L}$$

簡単な例題：LC共振器の量子化(2/2：回路の量子化)

物理量を演算子へ

$$(\phi, q) \Rightarrow (\hat{\phi}, \hat{q})$$

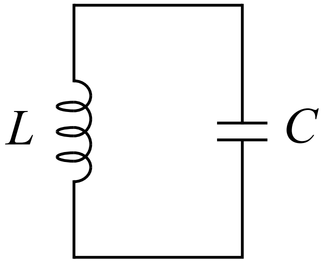
交換関係

$$[\hat{\phi}, \hat{q}] = i\hbar$$

消滅演算子と生成演算子の定義

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega C}} \begin{pmatrix} \omega C & i \\ \omega C & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\phi} \\ \hat{q} \end{pmatrix}$$

$$\omega = 1/\sqrt{LC}$$



交換関係

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$$

回路の波動関数

$$\psi(\phi, t)$$

回路のハミルトニアン演算子

$$\hat{\mathcal{H}}(\hat{\phi}, \hat{q}) = \frac{\hat{q}^2}{2C} + \frac{\hat{\phi}^2}{2L} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)$$

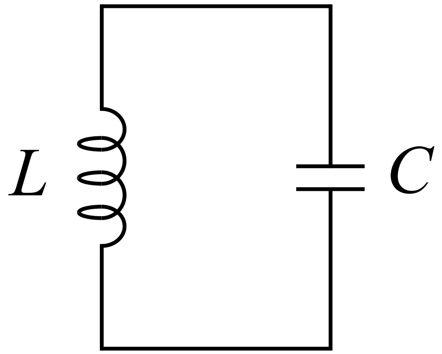
$$\hat{\phi} = \phi, \quad \hat{q} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}$$

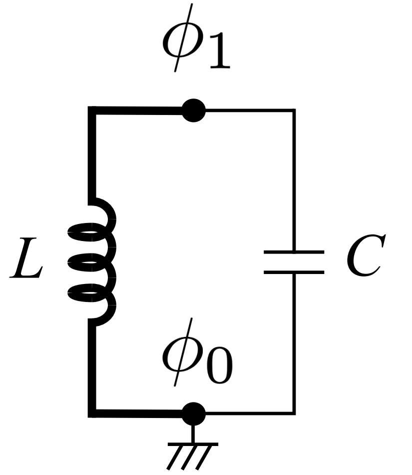
$$\hat{\mathcal{H}}\left(\phi, -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}\right) = -\frac{\hbar^2}{2C}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \frac{\phi^2}{2L}$$

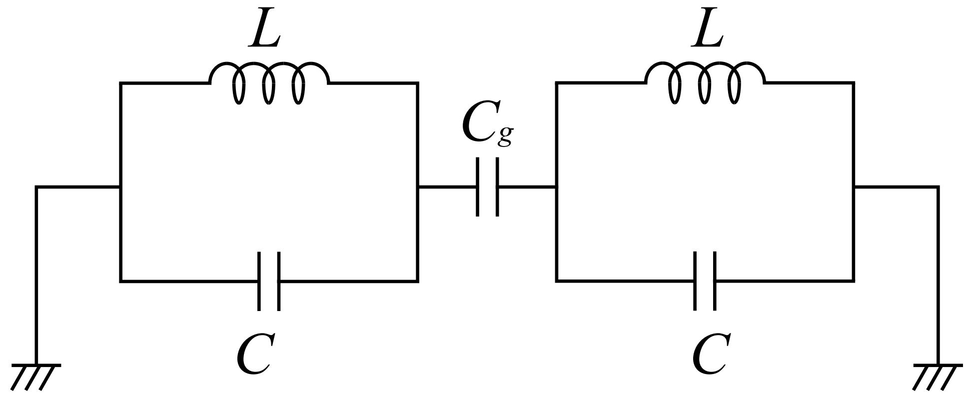
回路のシュレディンガー方程式

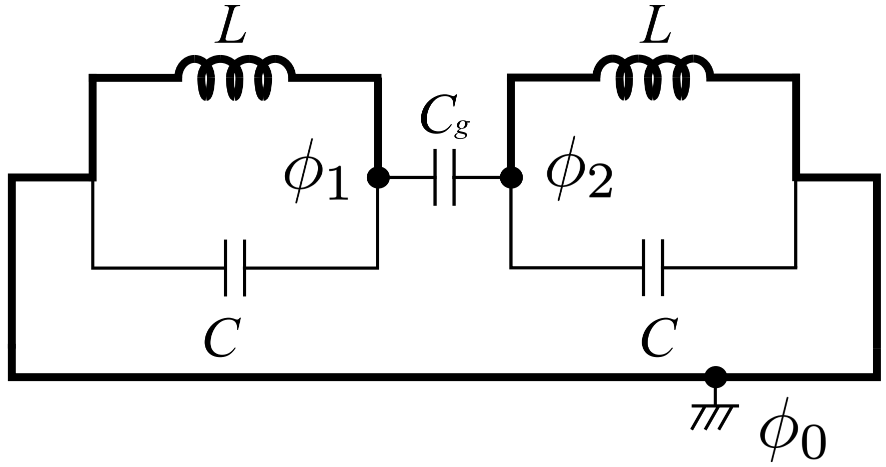
$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\phi, t) = \hat{\mathcal{H}}\left(\phi, -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}\right)\psi(\phi, t)$$

電気回路の量子化(演習1/3)

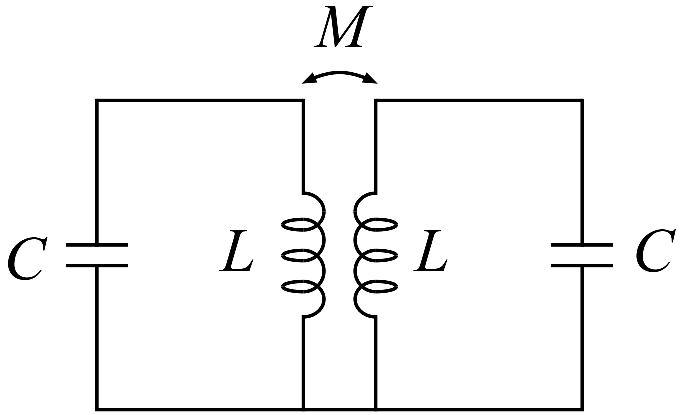


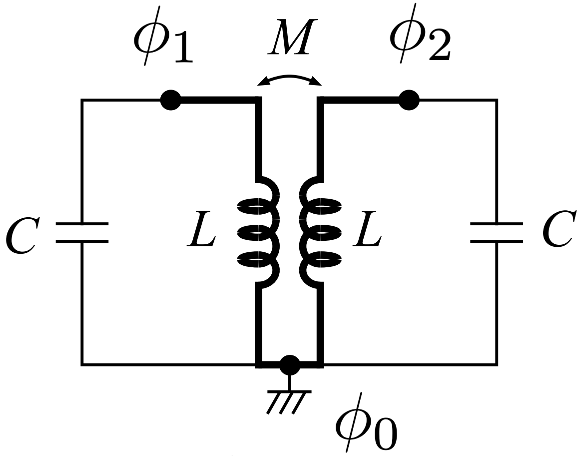


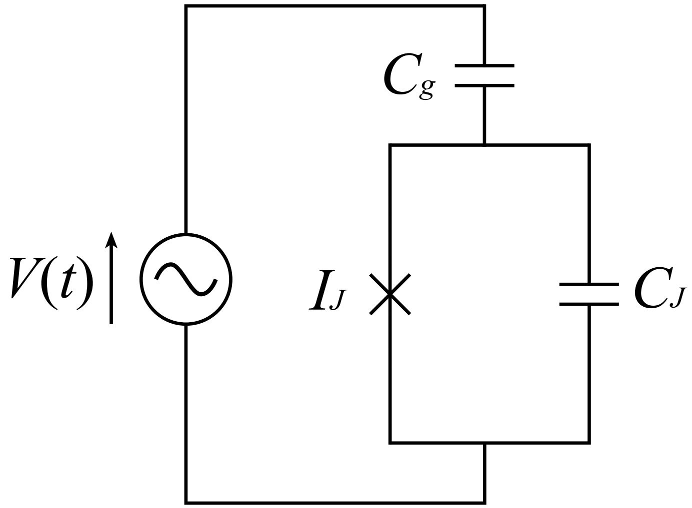


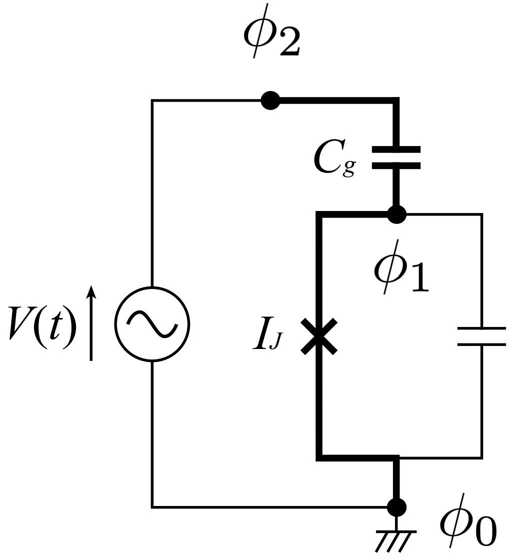


電気回路の量子化(演習2/3)

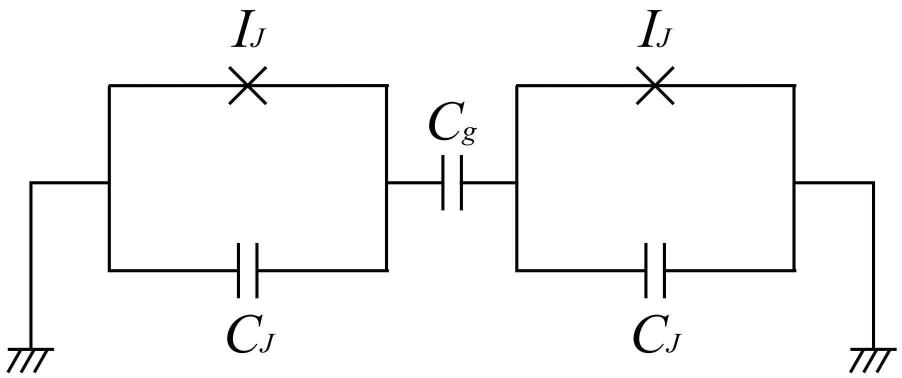


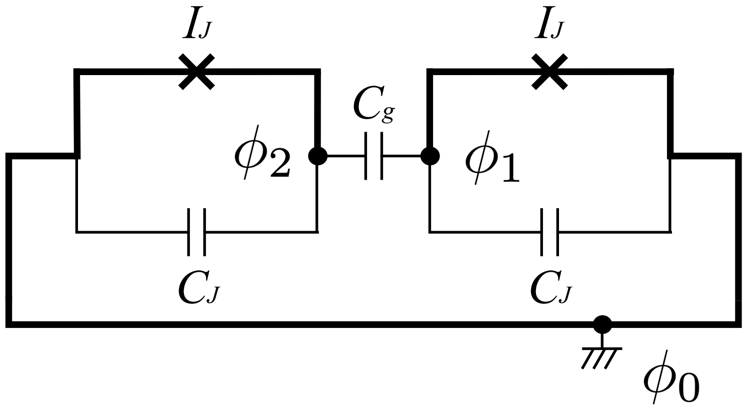


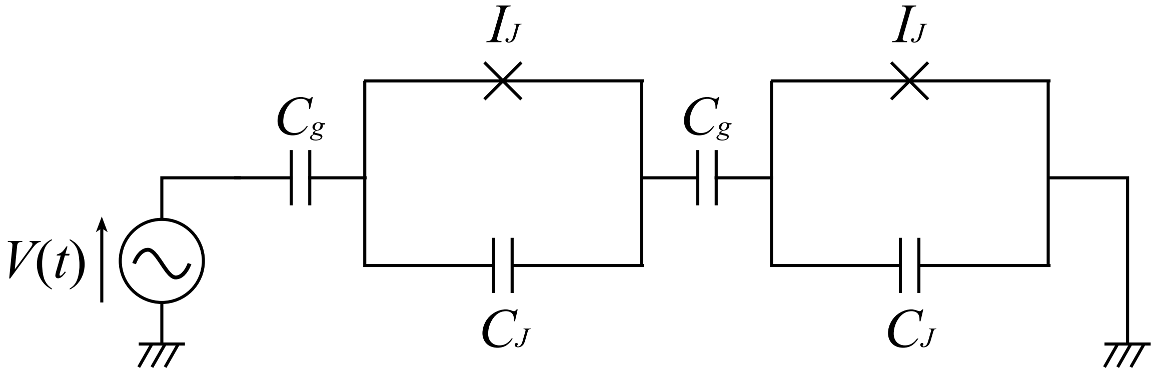


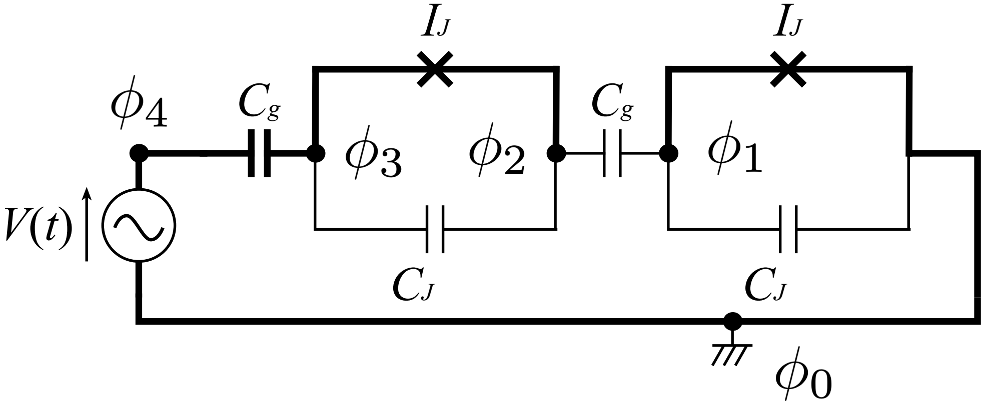


電気回路の量子化(演習3/3)









参考文献

- Juan Jose Garcia Ripoll, “Quantum information & Quantum Optics with Superconducting Circuits,” Cambridge Univ. Press. 2022.

- Devoret, M. H. 1995: Quantum fluctuations in electrical circuits. Les Houches, Session LXIII, 351-386.