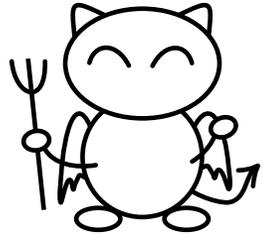


微小系の情報熱力学

--- マクスウェルの悪魔を飼い慣らす ---



Maxwell demon

松野哲也

有明高専 創造工学科 人間・福祉工学系 情報システムコース

量子化磁束動力学シミュレーション研究グループ研究会2021年2月2日（遠隔）

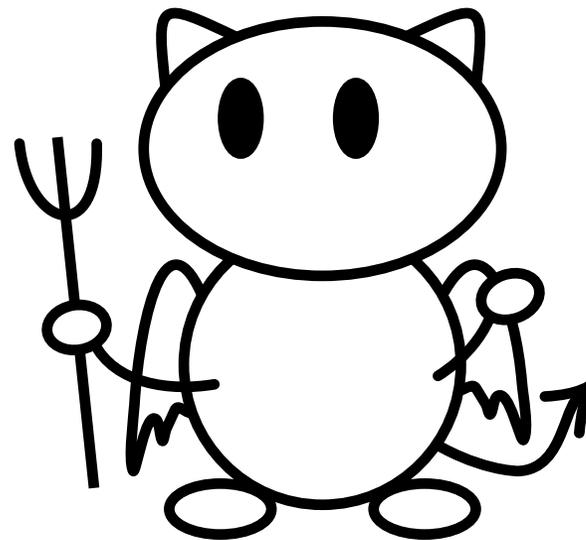
参考資料

大変わかりやすい「教科書」。
大いに参考にさせていただきました。

- 沙川貴大：情報処理の熱力学，物性研究・電子版 vol. 4, No. 1, 041209(2015年2月号)
- T. Sagawa: “**Thermodynamics of Information Processing in Small Systems,**” Springer Japan 2013.
- S. Toyabe, T. Sagawa, M. Ueda, E. Muneyuki and M. Sano:
Experimental demonstration of information-to-energy conversion and validation of the generalized Jarzynski equality, Nature Phys. 6 (12)(2010), 988-992.
- J. V. Koski, V. F. Maisia, J. P. Pekola and D. V. Averin:
Experimental realization of a Szilard engine with a single electron, PNAS, 111(38)(2014)13786-13789.
- O. P. Saira, M. H. Matheny, R. Katti, W. Fon, G. Wimsatt, J. P. Crutchfield, S. Han and M. L. Roukes:
Nonequilibrium thermodynamics of erasure with superconducting flux logic, Phys. Rev. Res. 2 (2020) 013249.
- C. H. ベネット, B. シューマッカー：「**マクスウェルの悪魔現る**」日経サイエンス2011年8月号.
- 竹内薫「**熱とはなんだろう**」講談社（ブルーバックス）2002.
- 都筑卓司「**マクスウェルの悪魔**」（新装版）講談社（ブルーバックス）2002.
- 杉本大一郎「**いまさらエントロピー？**」丸善 2017.

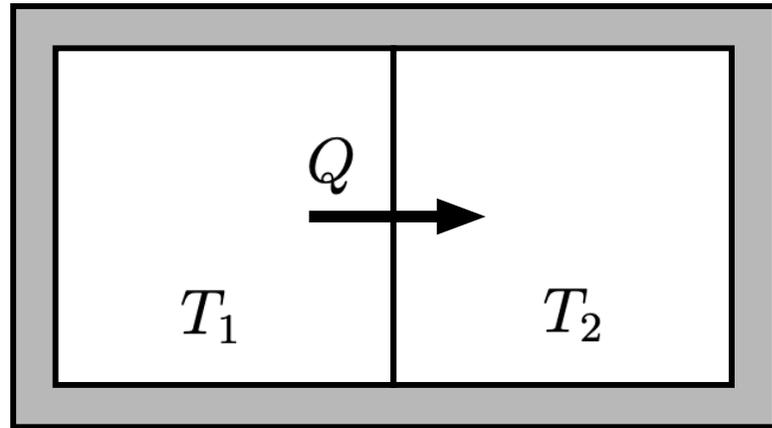
内容

- 熱力学第2法則
- マクスウェルのデーモン
- シラードエンジン
- 情報理論
- ゆらぎの定理
- ランダウア原理
- 測定とフィードバックの熱力学
- マクスウェルデーモンの実装
- 今後の展開



Maxwell demon

熱力学第2法則



孤立系：
外界と物質やエネルギーのやりとりがない系

$$\Delta S \geq 0$$

第2法則

$$\Delta S_1 = -\frac{Q}{T_1} \quad \Delta S_2 = \frac{Q}{T_2}$$

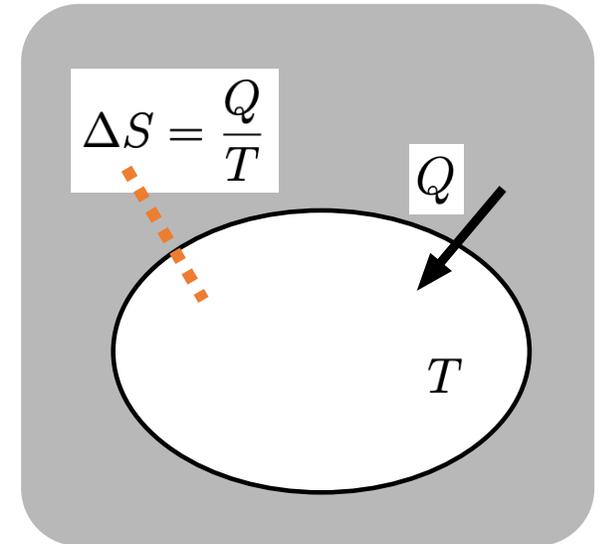
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = Q \left(-\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

$$T_1 \geq T_2 \iff Q \geq 0$$

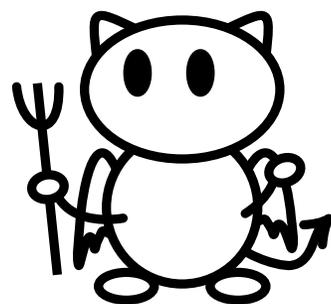
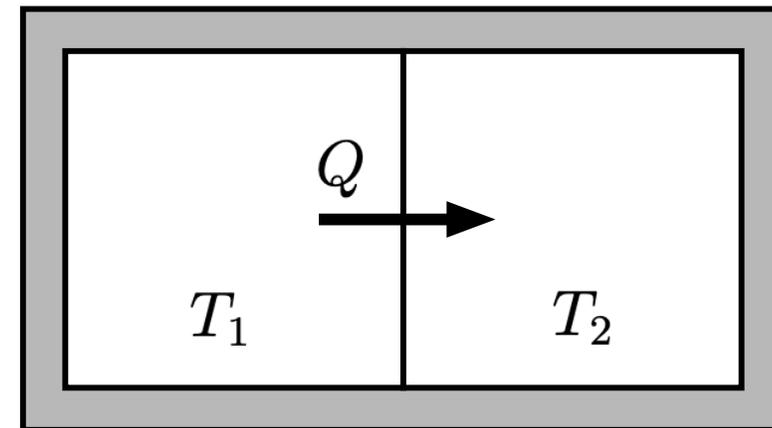
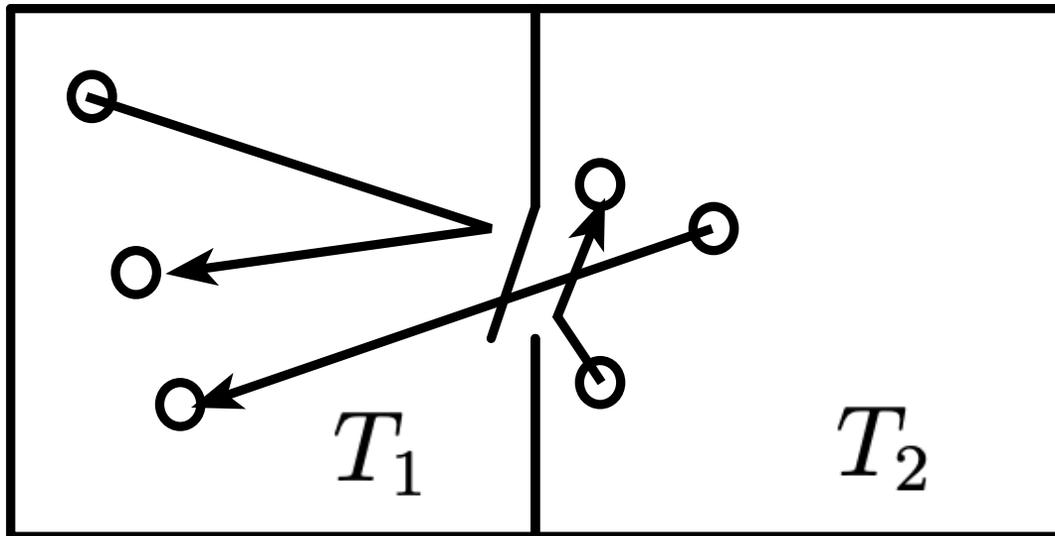
熱は温度が高い方から低い方へ流れる

エントロピー S の定義



系のエントロピー変化はその系の温度とその系に流入した熱量で定まる。

マクスウェルのデーモン(1/2)



$$\Delta S < 0?$$

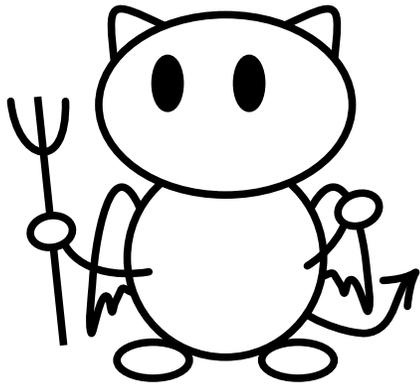
第2法則に反するのか?
第2種永久機関が実現したのか?

マクスウェルのデーモン(2/2)

- 1871年 Maxwellによる提案
- 1929年 Szilardによるデーモンのモデル：シラードエンジン
- 1948年 Shannonの情報理論
- 1951年 Brillouin「測定過程に仕事が必要」
←特殊なモデルに依存した議論：実は必ずしも必要ではない（Benett 1982）。
- 1961年 Landauer「情報の消去にともない熱が散逸する」
←対称的ダブルミニマムポテンシャルでのみ証明されている。一般的には？
- 1982年 Bennett「情報の消去は論理的不可逆なので熱力学的不可逆であり
デーモンと第2法則を整合させる」
←誤り：論理的不可逆性と熱力学的不可逆性は別物

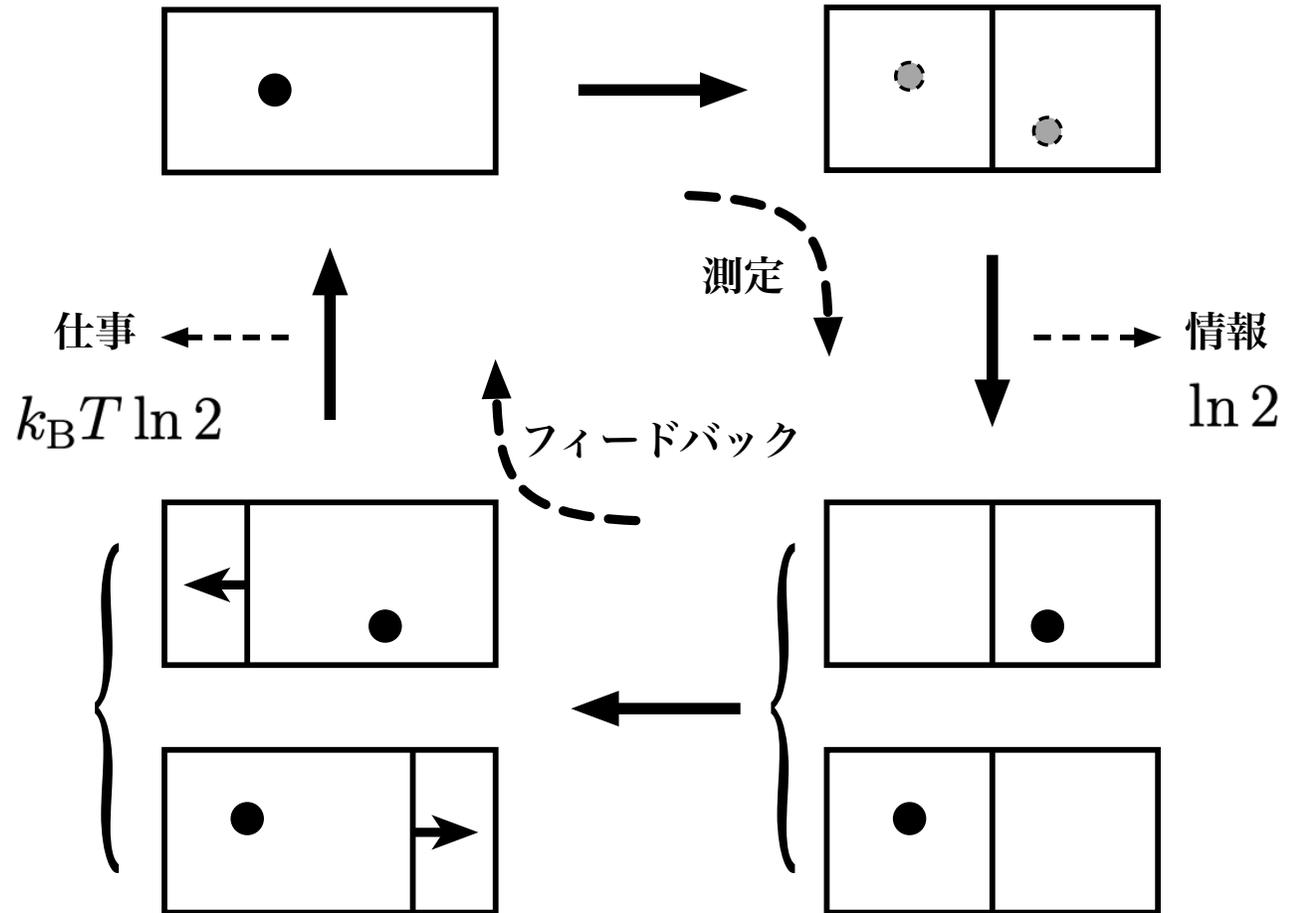
シラードエンジン

デーモンのシンプルなモデル.
第2種永久機関に見える？



Maxwell demon

実は、情報-仕事変換効率100%の
情報熱機関



情報理論

確率事象系 $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & N \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_N \end{pmatrix} \quad \sum_{k=1}^N p_k = 1$

驚き度

情報量 or
確率的エントロピー

$$s_k = -\ln p_k$$

驚き度の
期待値

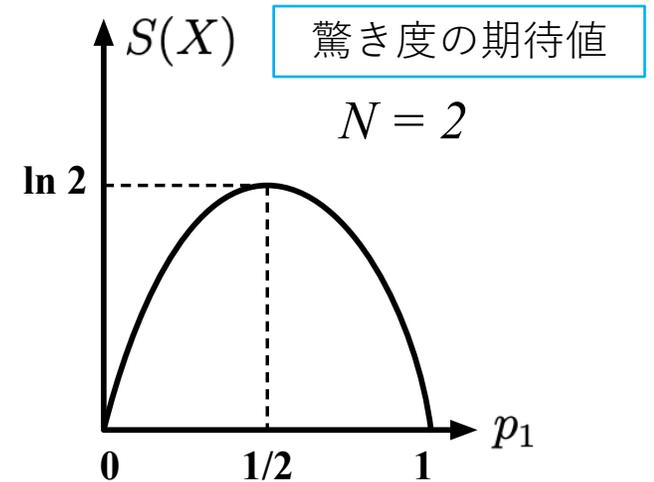
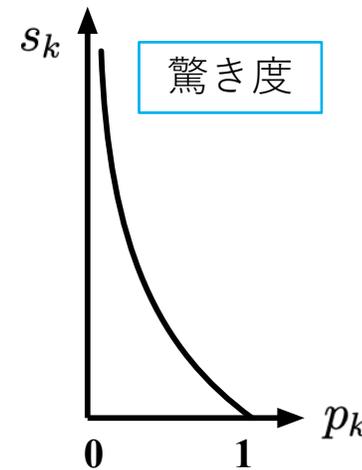
シャノンエントロピー

$$S(X) = -\sum_{k=1}^N p_k \ln p_k$$

相互情報量

相関 or 情報共有度

$$I(X : Y) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \ln \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}$$

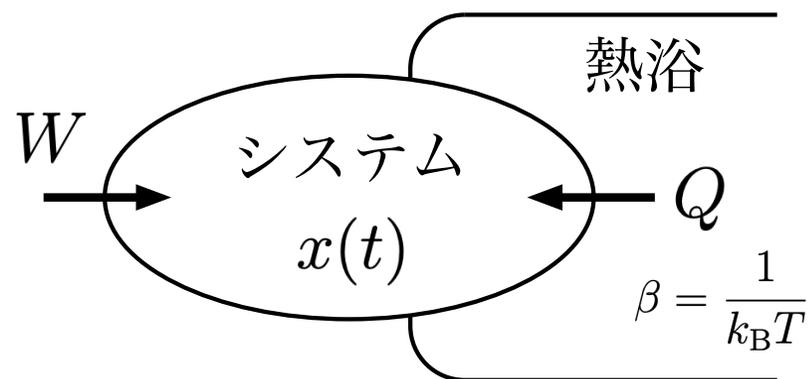


※ 確率分布が一様（ミクロカノニカル分布）あるいはカノニカル分布のときにシャノンエントロピーと熱力学的エントロピーは一致する。

ゆらぎの定理

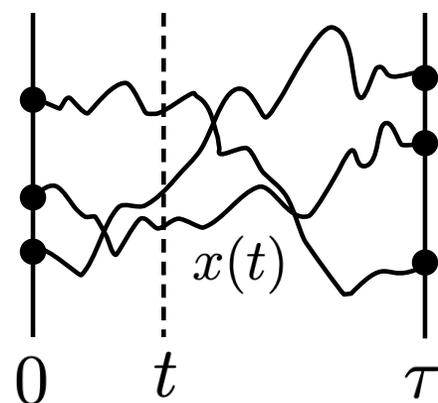
$$\langle e^{-\sigma} \rangle = 1$$

積分型ゆらぎの定理
(Jarzynski等式)



$$\Delta s = s(x(\tau); \tau) - s(x(0); 0)$$

全系の確率的エントロピー生成： $\sigma = \Delta s - \beta Q$



$$s(x; t) = -\ln p(x; t)$$

$$\langle s \rangle = \int dx p(x; t) s(x; t)$$

$$\langle \sigma \rangle \geq 0$$

$$\langle \Delta s \rangle \geq \beta \langle Q \rangle$$

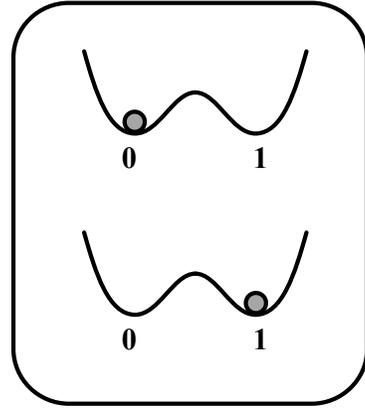
一般化された
熱力学第2法則

結果として熱力学変数は、
ゆらぐ（確率変数となる）

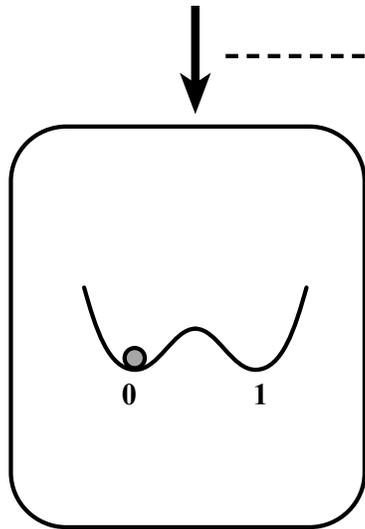
※ 初期状態と終状態が
カノニカル分布のときの
全系の確率的エントロピー生成： $\sigma = \beta(W - \Delta F)$

ランダウア原理

一般化された熱力学第2法則の応用



$$H = - \sum_{k=0,1} p_k \ln p_k$$



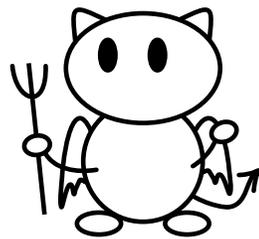
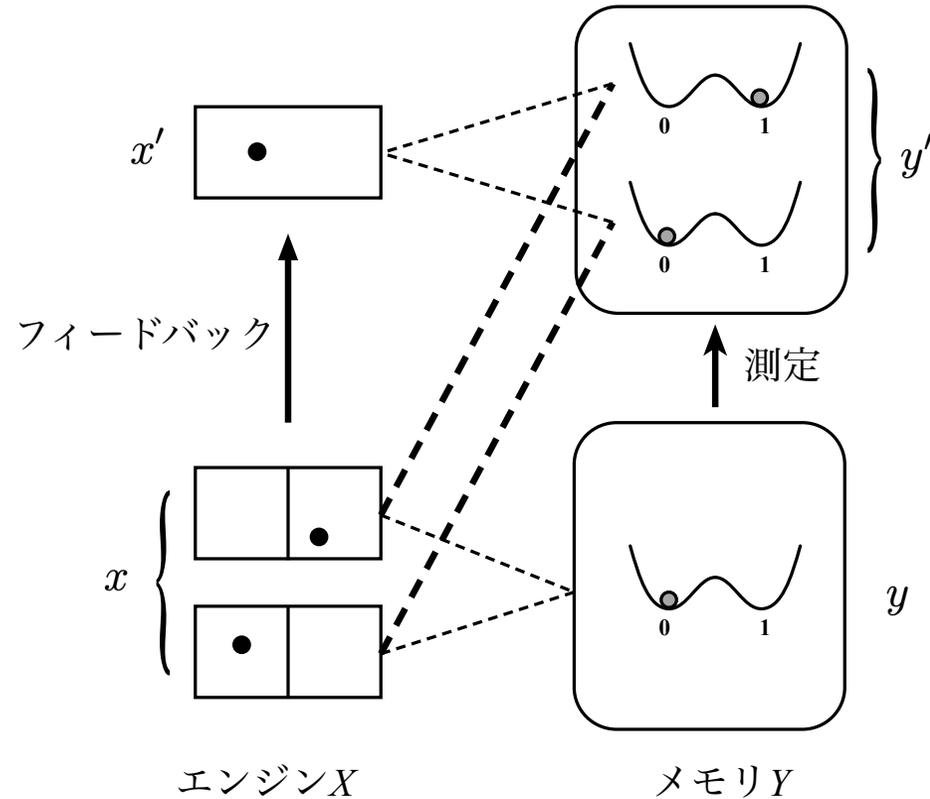
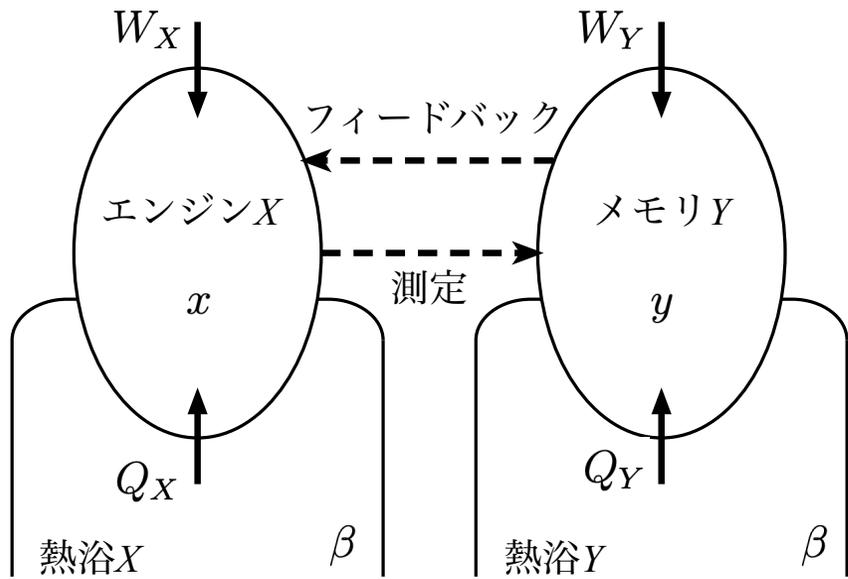
$$- \langle Q \rangle \geq k_B T H$$

例えるなら、
相転移にともなう潜熱
のようなもの？

情報消去にともなう
熱散逸（熱浴への）の下限
（対称メモリの場合）

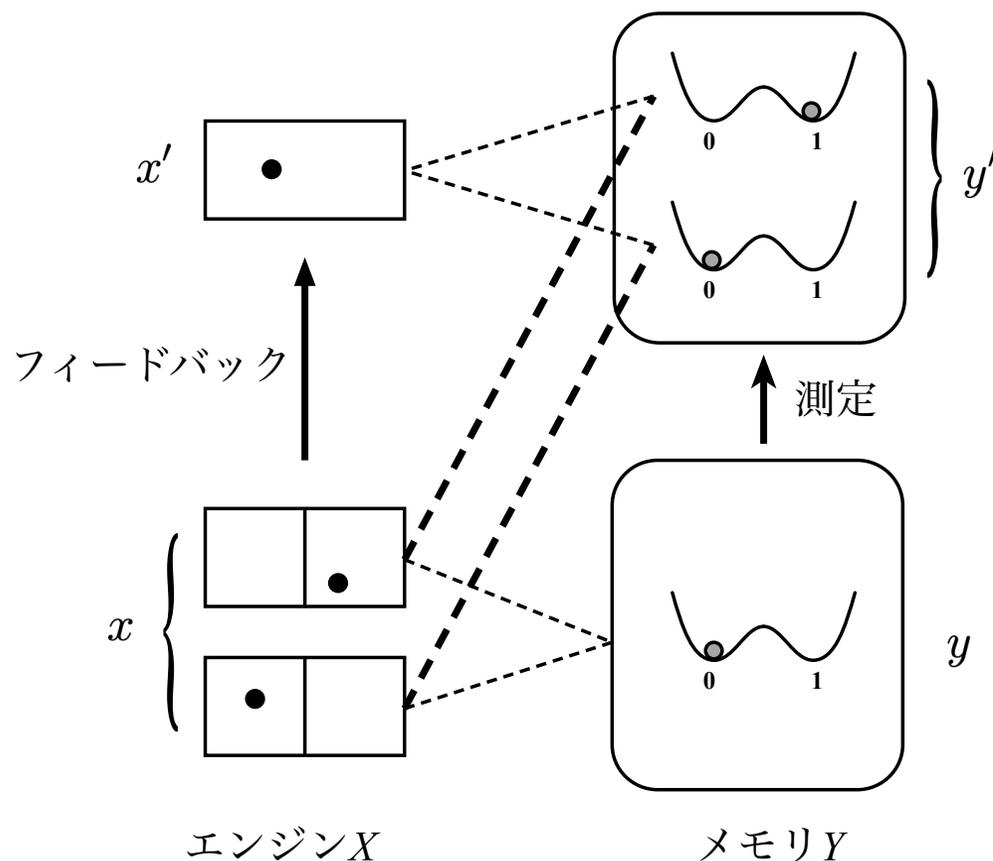
等号は情報消去が準静的に行われる場合
（可逆な場合）

測定とフィードバックの熱力学(1/3)



Maxwell demon

測定とフィードバックの熱力学(2/3)



測定プロセス

$$i = \ln \frac{p_1(x, y')}{p_1(x)p_1(y')} \quad I = \langle i \rangle$$

$$\langle \sigma_{\text{meas}} \rangle \geq 0 \longrightarrow \langle W_Y \rangle \geq \langle \Delta F_Y \rangle + k_B T I$$

測定プロセスにおいてデーモンがメモリYにする仕事

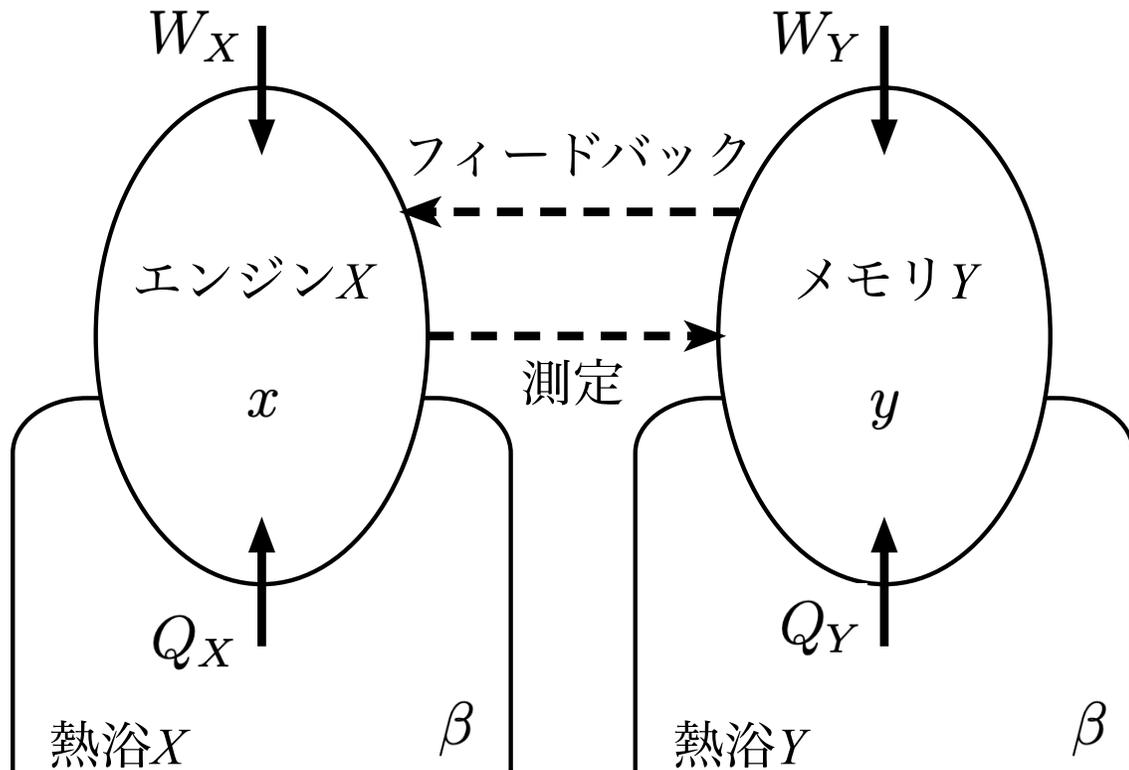
フィードバックプロセス

$$i' = \ln \frac{p_2(x', y')}{p_2(x')p_2(y')} \quad I' = \langle i' \rangle$$

$$\langle \sigma_{\text{fb}} \rangle \geq 0 \longrightarrow \beta \langle W_X - \Delta F_X \rangle \geq \langle \Delta s_X \rangle - \beta \langle Q_X \rangle - I'$$

フィードバックプロセスにおいてデーモンがエンジンXにする仕事

測定とフィードバックの熱力学(3/3)

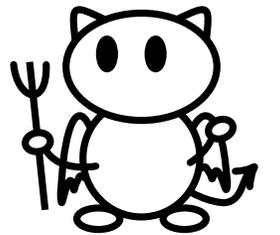


$$W_X^{\text{ext}} := -W_X \quad \text{エンジン}X\text{から取り出す仕事}$$

$$\langle W_X^{\text{ext}} \rangle \leq -\langle \Delta F_X \rangle + \underline{k_B T I}$$

仕事量の上限は自由エネルギー変化よりも大きくできる。
相互情報量によって。

$$\eta_{\text{fb}} := \frac{\langle W_X^{\text{ext}} + \Delta F_X \rangle}{k_B T I} \leq 1$$



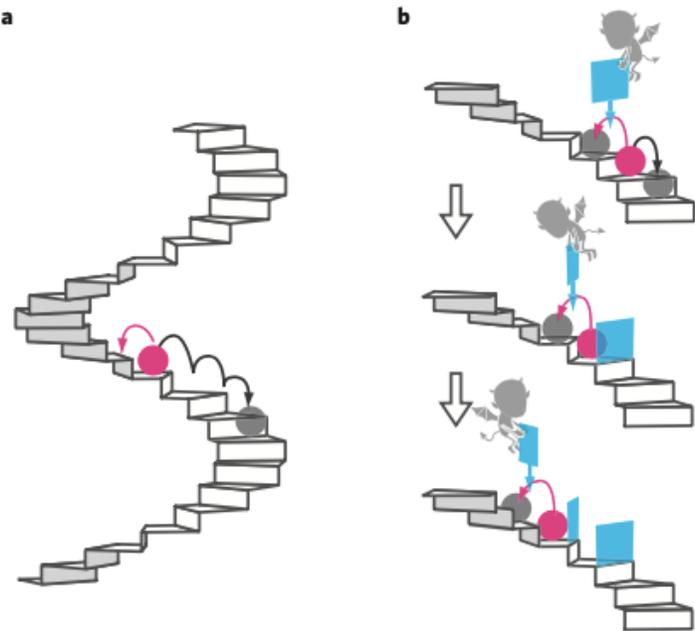
情報変換効率 (デーモンの性能)

※ シラードエンジンは効率100%の情報熱機関

マクスウェルデーモンの実装(2010)：単一コロイド粒子(1/2)

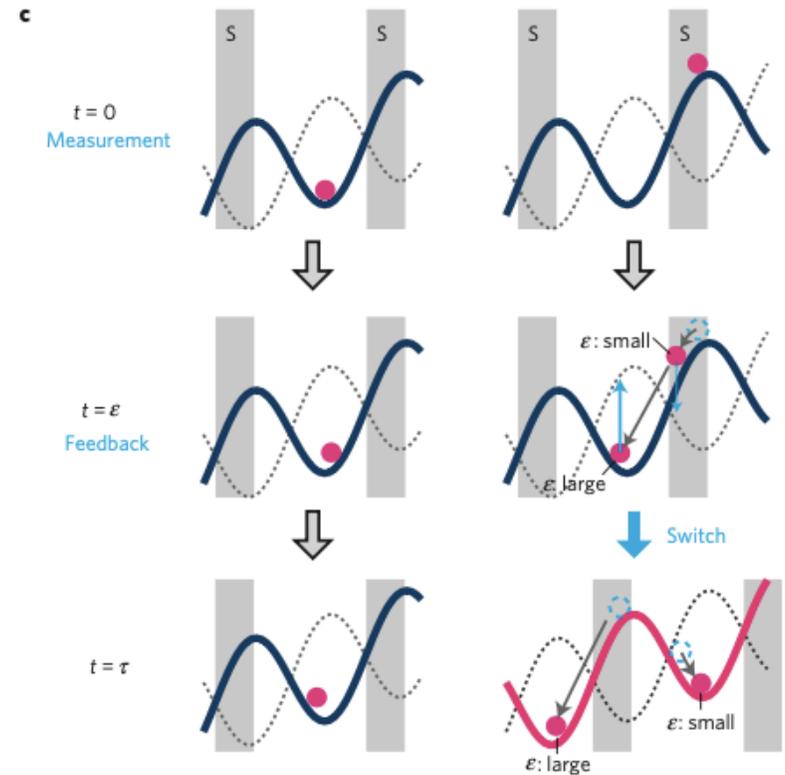
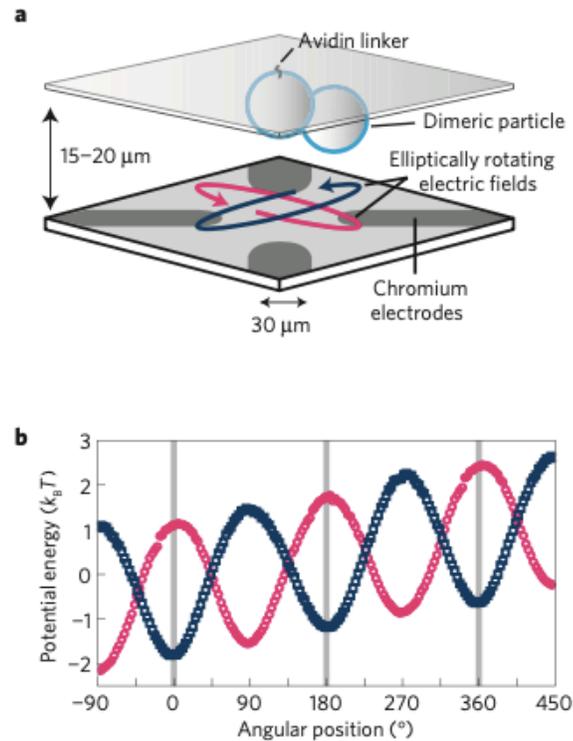
Experimental demonstration of information-to-energy conversion and validation of the generalized Jarzynski equality

Shoichi Toyabe¹, Takahiro Sagawa², Masahito Ueda^{2,3}, Eiro Muneyuki^{1*} and Masaki Sano^{2*}



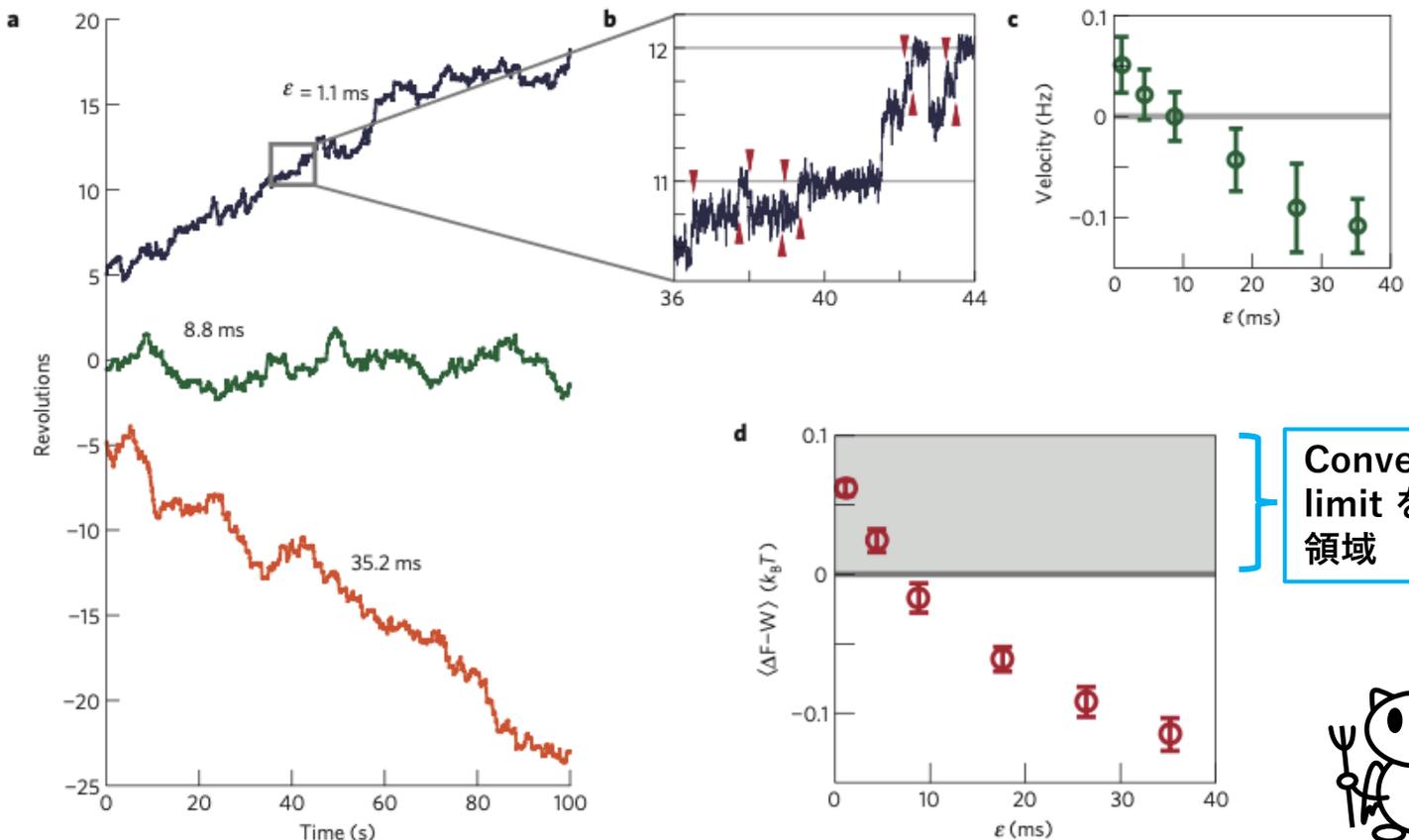
Toyabe et. al.

粒子に回転電界を印加する。



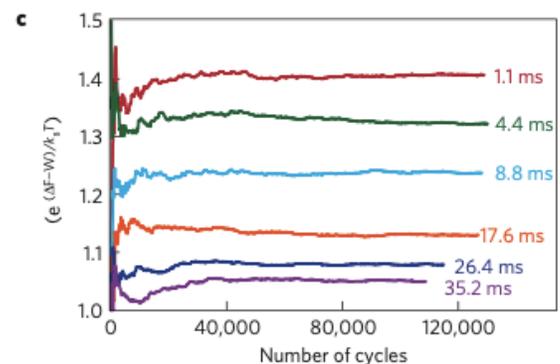
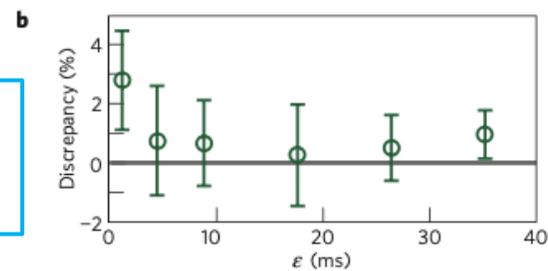
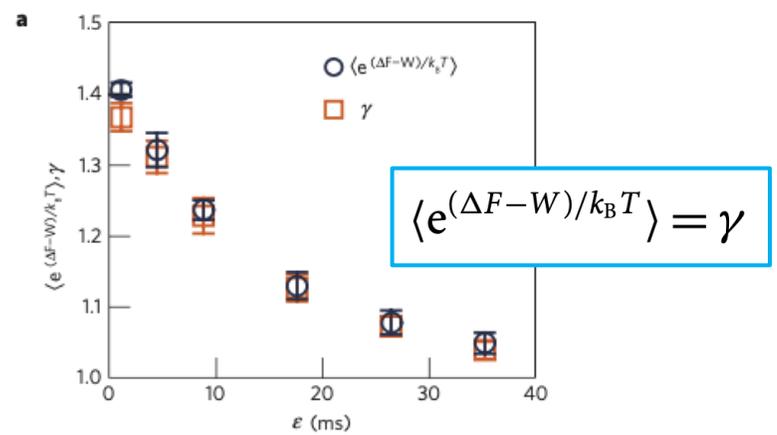
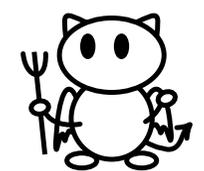
Toyabe et. al.

マクスウェルデーモンの実装(2010)：単一コロイド粒子(2/2)



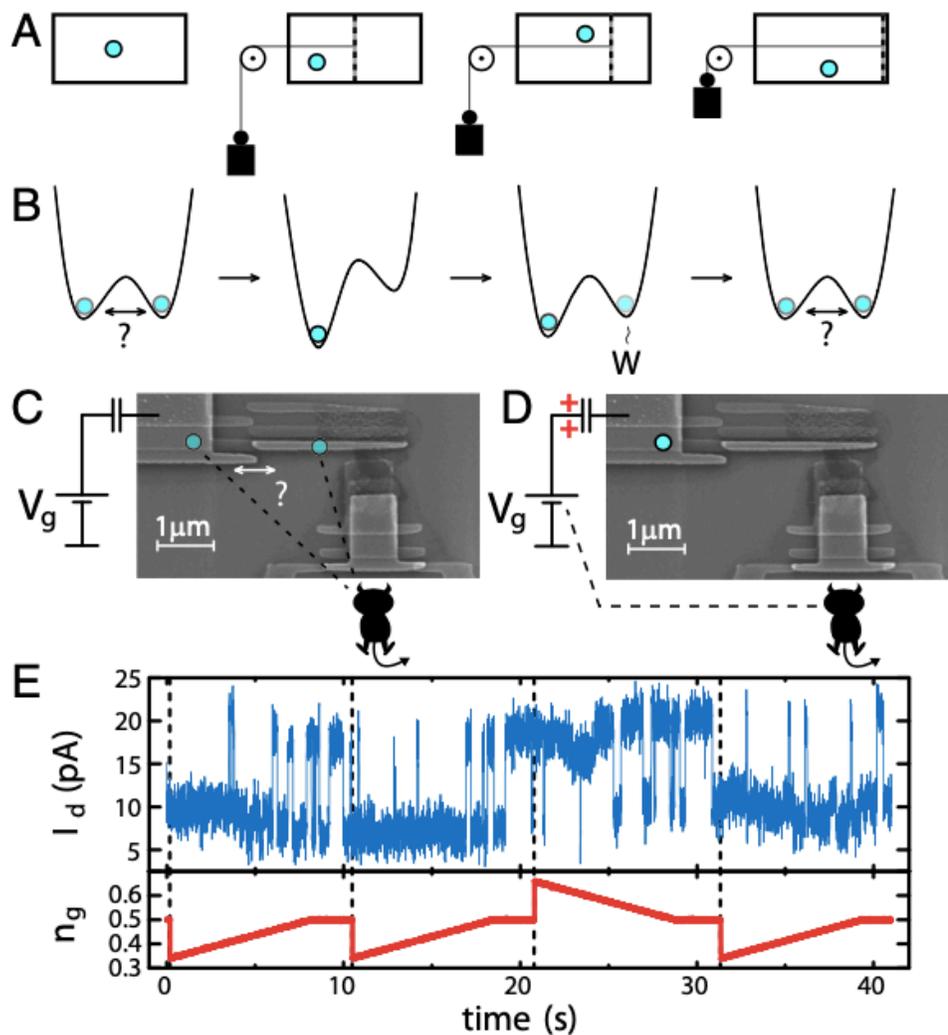
Toyabe et. al.

$$\eta_{fb} := \frac{\langle \Delta F_X - W_X \rangle}{k_B T I} = 28\%$$



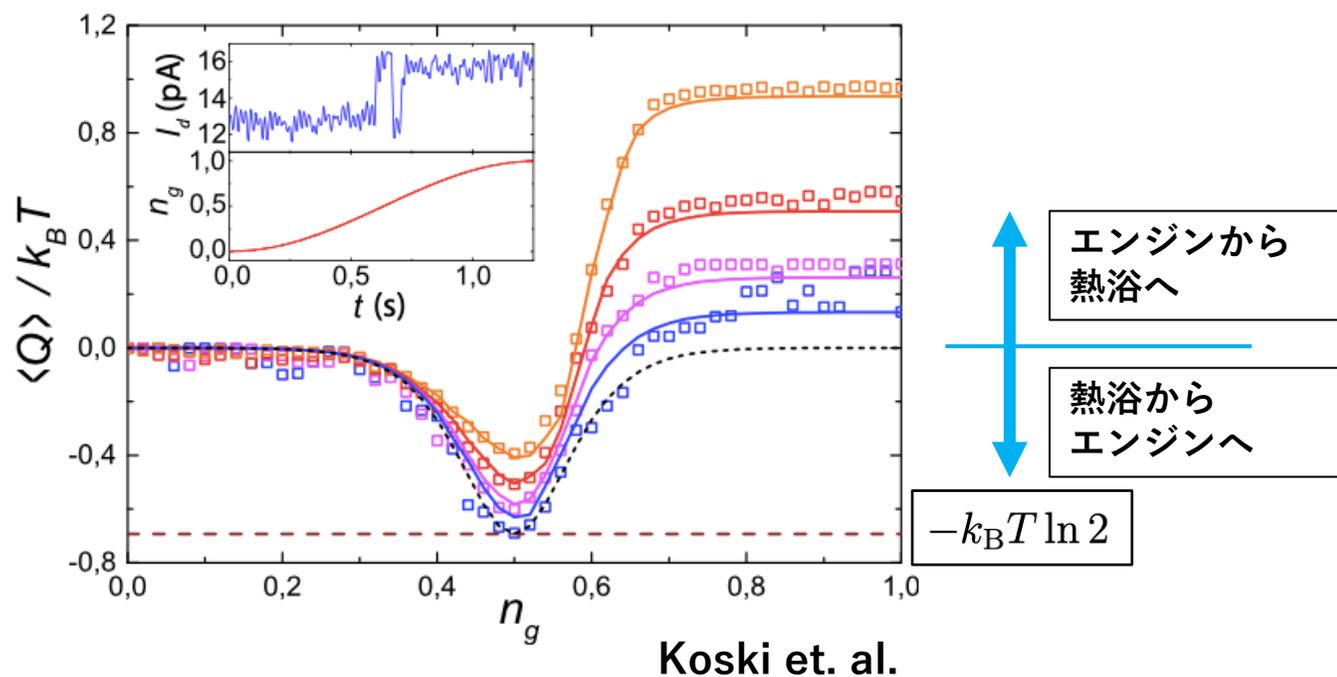
Toyabe et. al.

マクスウェルデーモンの実装(2014)：単一電子(1/2)



Experimental realization of a Szilard engine with a single electron

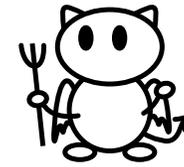
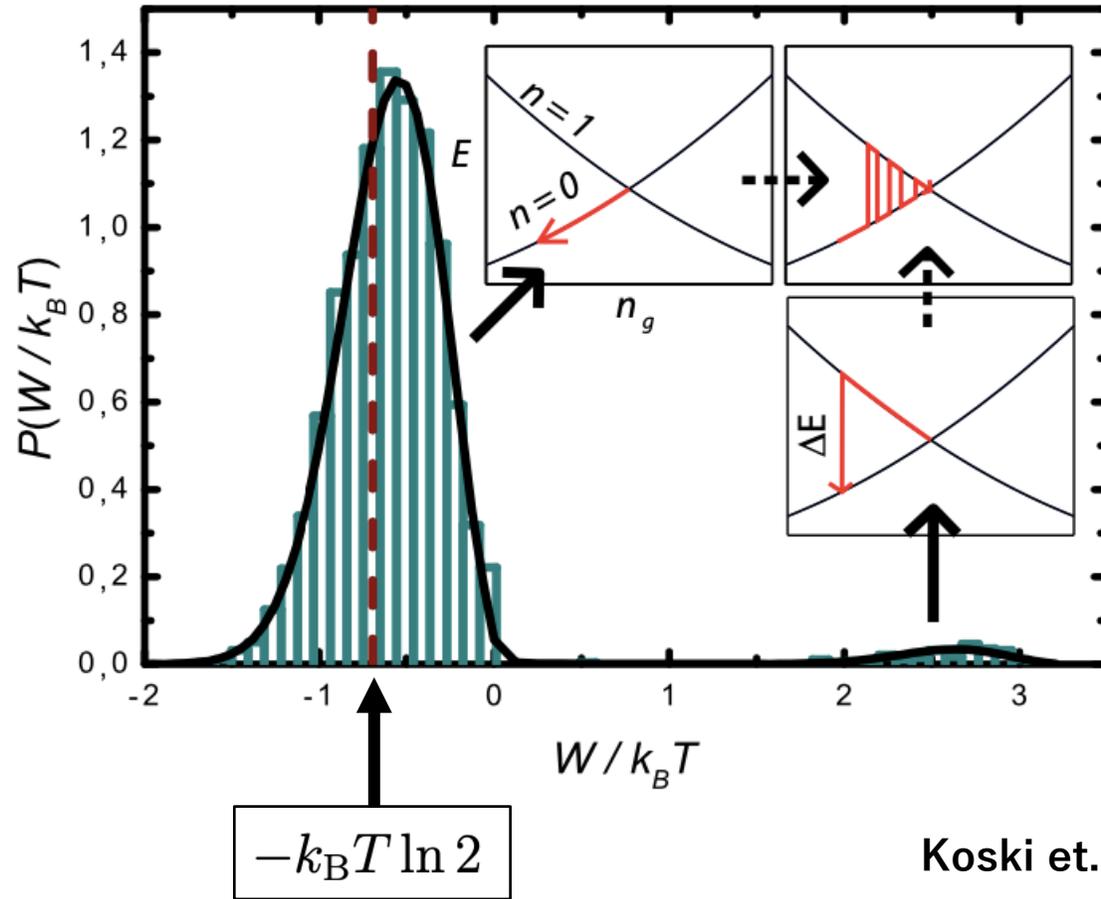
Jonne V. Koski^{a,1}, Ville F. Maisi^{a,b,c}, Jukka P. Pekola^a, and Dmitri V. Averin^d



Koski et. al.

「電子箱」の中には電子がたくさんいる。しかし電荷1個分の増減を検出できる。その1電荷が「シラードエンジンの分子」に対応し、周囲のたくさんの電子は熱浴の役割を担う。

マクスウェルデーモンの実装(2014)：単一電子(2/2)



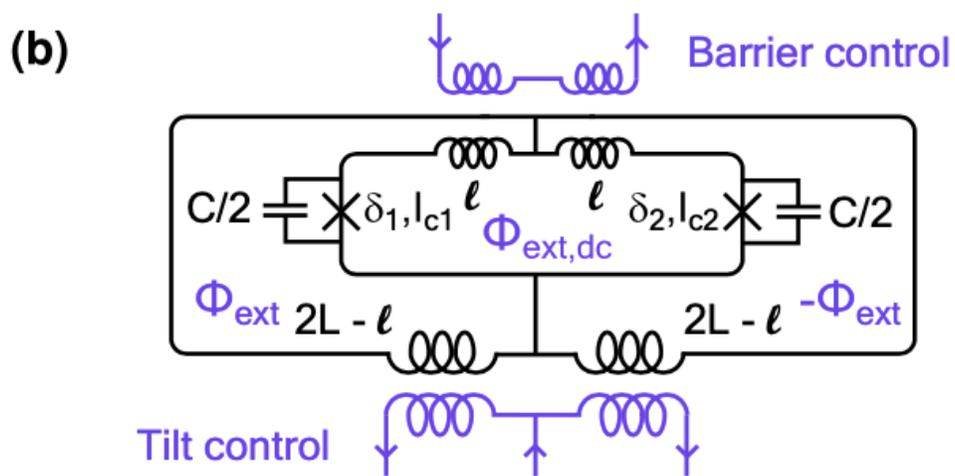
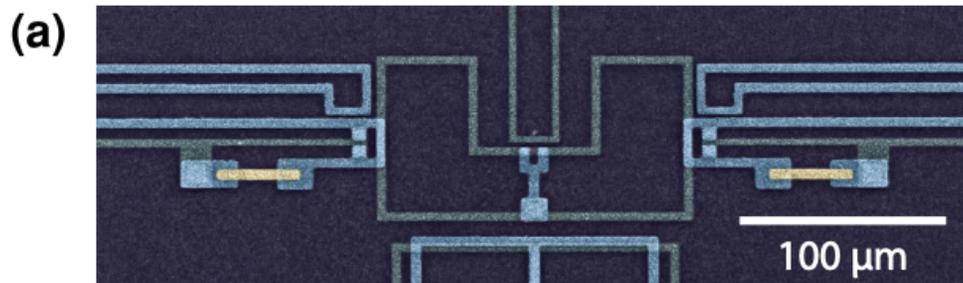
$$\eta_{\text{fb}} := \frac{\langle \Delta F_X - W_X \rangle}{k_B T I} = 75\%$$

マクスウェルデーモンの実装(2020)：超伝導flux logic(1/2)

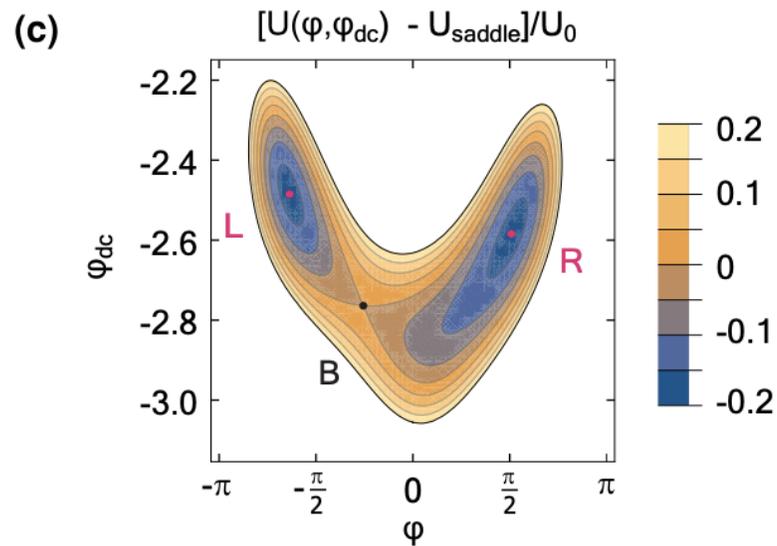
PHYSICAL REVIEW RESEARCH 2, 013249 (2020)

Nonequilibrium thermodynamics of erasure with superconducting flux logic

Olli-Pentti Saira^{1,2,*}, Matthew H. Matheny,¹ Raj Katti,¹ Warren Fon,¹ Gregory Wimsatt,³ James P. Crutchfield³, Siyuan Han,⁴ and Michael L. Roukes^{1,†}

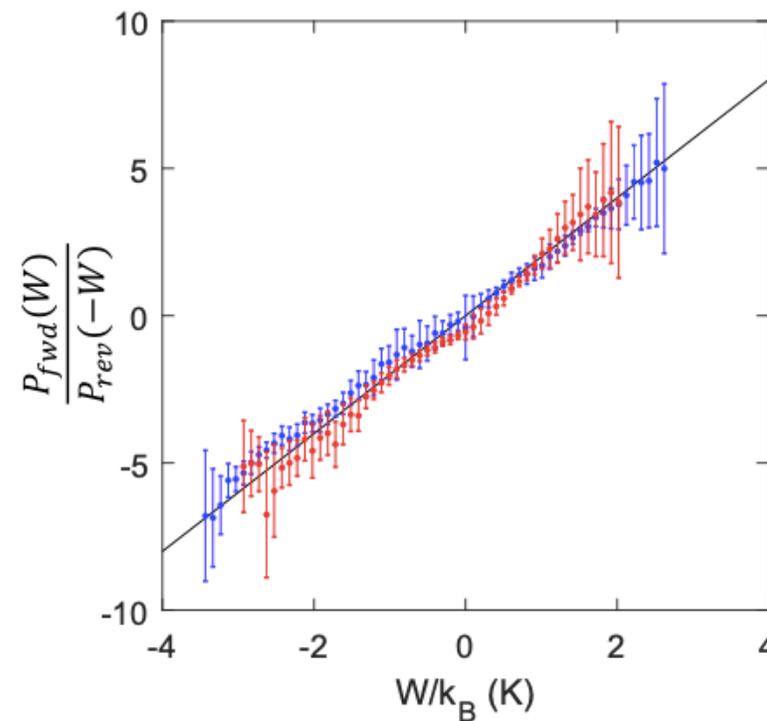
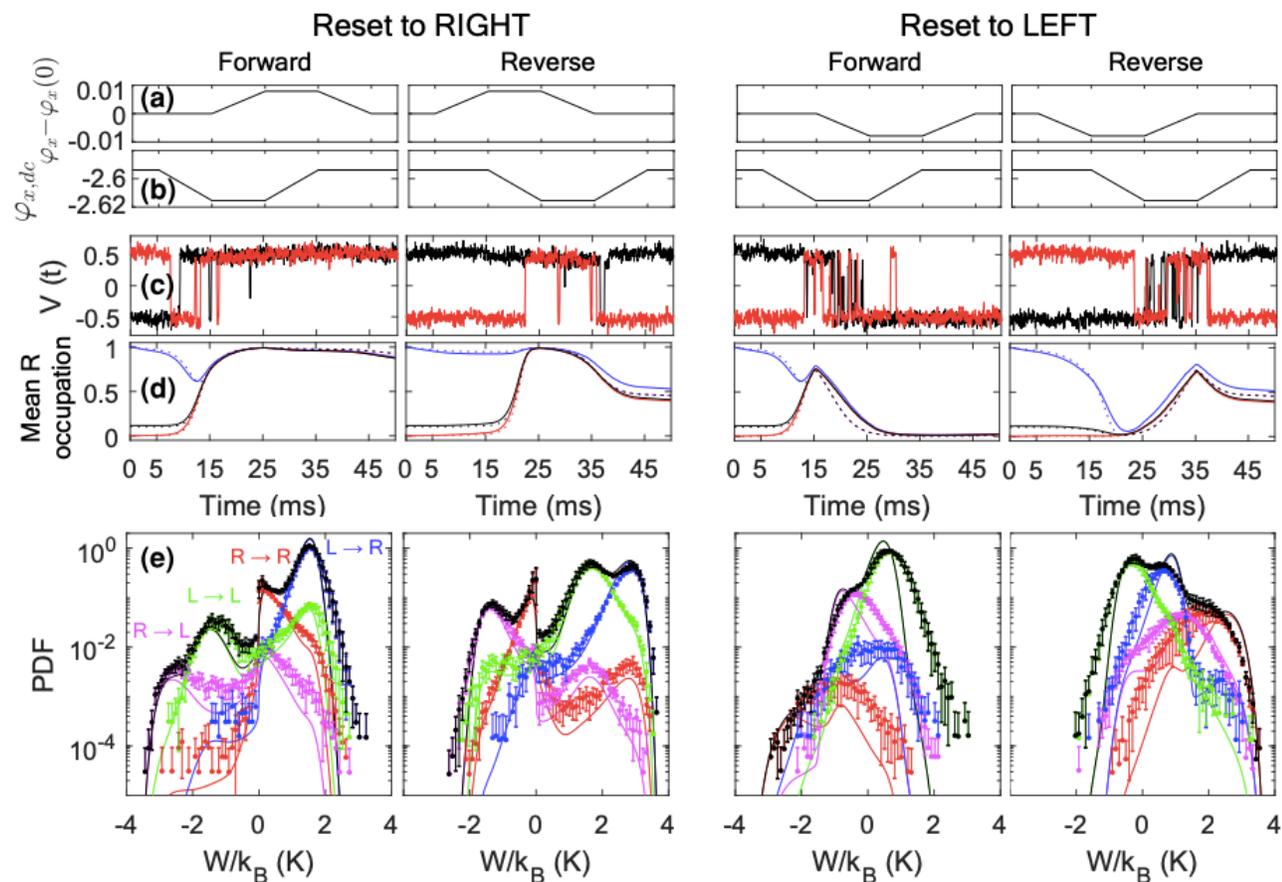


Saira et. al.



Saira et. al.

マクスウェルデーモンの実装(2020)：超伝導flux logic(2/2)



Saira et. al.

Saira et. al.

今後の展開

- 数値シミュレーション
 - TDGLベースで微小系の情報熱力学？
Josephson回路系？Flux-creep系？. . .
- 気になる話題：量子力学から熱力学第2法則へ
 - 日本物理学会誌 vol. 73 (2018) no. 6., pp. 361-369.