

光波干渉計測原論

諸 限 肇

オリンパス光学工業(株)研究開発本部研究部 〒192 八王子市石川町 2951

(1982年11月25日受理)

Review and Basic Theory of Interferometric Measurements

Tadashi MOROKUMA

Research Department, R & D Division, Olympus Optical Co., Ltd.,
2951, Ishikawa-cho, Hachioji 192, Japan

1. 光波干渉技術¹⁻⁵⁾

光波干渉は長さや形状とその変化すなわち振動や変形の測定、光学系や光学部品の性能検査、屈折率の測定あるいは光の波長やスペクトルの分析等に高感度および高精度の計測手段として利用されている。

計測に光波干渉が利用されるようになったのは19世紀後半からで、ジャマン(J. C. Jamin, 1856*年)の干渉計による気体屈折率の測定が最も古いとされている。その後同じ目的のために、レーレー(J. W. S. Rayleigh, 1896年)、マッハとツェンダ(L. Mach, L. Zehnder, 1891年)、土井(1920年)、ゼルニケ(F. Zernike, 1950年)等の干渉計が考案されている。いずれも一定長の気体セルを真空にしたときと気体を入れたときのわずかな光路長の変化を干渉縞の移動量で測定するのであるが、光波干渉ではじめて測定が可能になったのである。

高い感度を必要とする実験で最も有名なのはマイケルソン(A. A. Michelson)とモーレー(E. W. Morley)によるエーテルと地球の相対運動を検証する実験(1887年)で、いわゆるマイケルソンの干渉計(1881年)が使われている。マイケルソンの干渉計は彼自身によってスペクトル線の微細構造の解析およびメートル原器とCdのC'線の波長との比較という、一方は分光学において、他方は長さ計測において重要かつ歴史的な実験に使われている。前者は干渉縞の可視度(visibility)に注目したものであり、その後発達したエレクトロニクスさらにコンピュータ技術と結合して種々の干渉分光器⁶⁾が生まれ

1960年代には赤外から遠赤外の分光器として実用化されるようになった。後者は干渉縞の位相に注目したもので1960年にはKr 86の橙色線の波長を長さの標準とするという国際度量衡総会での決定をもたらしている。その後レーザの出現とエレクトロニクスの発達によって光波干渉測長はきわめて容易となり現在では完全に実用化されている。

ニュートン原器は形状計測手段として光学産業におけるレンズ、プリズム等の光学部品の製作にはなくてはならぬものであるが、光学産業の歴史とともに息長く利用されてきた。被検面からの反射光と原器面からの反射光の干渉の結果生ずる干渉縞の形から、被検面形状の原器からの差を見るもので、最も簡単でしかも高感度な計測手段である。二光束干渉計によっても同じ目的を果たすことができる。歴史的に有名なのはトワイマン-グリーン干渉計(Fig. 1, F. Twyman, A. Green, 1916年)で、たんに表面形状だけでなく、レンズの収差や光学材料の不均質性の測定に利用されてきた。最近ではレーザを光源とする種々の変型干渉計が考案され、便利な形状計測装置が実用化されている。

その他の干渉計で代表的なものを挙げれば回転速度測定のためのサニャック(G. Sagnac, 1913年)の干渉計、星の視直径を測定するマイケルソンの天体干渉計(1920年)あるいは繰返し反射を利用した高感度な多光束干渉計等がある。多くは19世紀後半から20世紀前半にかけて考案され、干渉計の主要型はこの間に固まったといえる。1950年以降は応用の時代で計測をより便利にするため、たとえば干渉縞の自動計測等の実用化

* 括弧内の西暦年は発表の年である。

がすすめられた。1960年まではレーザー出現以前であるのでコヒーレンスの悪い光源しかなく干渉計を使うことは干渉理論のある程度マスターし、かつ操作に熟練した人でないと難しかった。したがって、いかに干渉縞が簡単にできるように干渉計を構成するか、あるいはいかにスムーズに動く調整機構を設計するかが実用化の課題であった。ところがレーザー出現以降は干渉計に対する考え方が大きく変わってしまった。レーザーを使えば干渉縞が簡単にできるように被検物からの光束と参照光をいかに重ねるかをすれば、ほとんど誰でも扱える状態になった。二つの光路長を等しくする必要もなく、不等光路長の小さな干渉計で大型の光学部品、たとえば天体望遠鏡の主反射鏡の検査が容易に行なえるようになった。

1963年 E. N. Leith と J. Upatnieks がレーザーを用いたホログラフィを発表して以来、従来の干渉計ではできなかった粗面でしかも複雑な形状の計測が可能になった。ホログラフィ干渉は測定対象を単純なものから複雑なものにまで拡大したという点で干渉技術の歴史において革新的技術である。粗面に関連してスペックルの利用も干渉技術における新しい流れである。

光のビートが観測できることは He-Ne レーザができたときにすでに実験で確認されているが⁷⁾、その後ビートを利用するヘテロダイナミクス干渉計が実用化されている。二つの周波数で同時に発振しているレーザーを用いるものと、超音波変調器を用いるものがあるが、いずれにしても干渉縞の位相がビート信号の位相に置換されるので精度の高い干渉縞計測技術として利用が進んでいる⁸⁾。

干渉技術におけるもう一つの大きな出来事は 1958年 Brown と Twiss による強度干渉計の発表である⁹⁾。これは電波干渉計と同様な構成であるが、星からの光を離れた2点で光電検出器で受け、検出器の出力を処理することによって2点における光の強度のゆらぎの相関をとる干渉計である。これにより星の視直径測定の方法を従来の天体干渉計による方法の10倍以上にあげることができるようになった。

干渉計の光路はこれまでは空間や透明物体中の光の伝播を利用していたので直線的ではほぼ固定しているのが普通であった。ところが単一モードファイバや集束性光ファイバが開発されて、波面をくずすことなく、きれいなまま光を伝えることができるようになったため可搬性の光路をもつ干渉計が、ここ10年くらいの実現した¹⁰⁾。たとえば光ファイバを用いたリング干渉計はファイバジャイロとして今後の発展が期待されている。

光以外ではX線干渉計が実現している。X線をコヒー

レントに分割する手段の一つにブラッグ回折を利用する方法がある。半導体技術の進歩によって高純度かつ良質な結晶ができるようになったためブラッグ回折による光束の分割および重ね合わせによって一様なあるいは直線状の干渉縞の形成ができるようになった。波長が短いので傾きの調整は 10^{-8} rad のオーダーで行ない、振動も A 以下のオーダーで抑制しなければならぬので干渉縞を出すことは容易ではないが、わが国でも最近干渉縞を観察できるようになった¹¹⁾。

2. 干渉計の基本構成

Fig. 1 はトワイマン・グリーン干渉計の構成を示すが、これをを参考にして干渉計の基本構成について述べる。図からわかるように干渉計は、(I)光束導入系、(II)干渉光路系、(III)干渉縞検出系の3部分に分けられる。光束導入系は光源Qと干渉光路系へ光を導くための光学系 L_1 とからなる。光源にはレーザーのようなコヒーレントな光源、白熱灯のようなほぼ完全にインコヒーレントな光源、あるいはナトリウムランプや水銀ランプのようなスペクトル線幅の小さい準単色光源等が用いられる。干渉光路系へは平行光束を入れる場合が多いが、目的によっては発散光束を用いる場合もある。

干渉光路系は光束を2分割する光束分割器 (BS, ビームスプリッタ) と再び重ね合わせる光束結合器、および光束が分割されて後、再び重ね合わされるまでの光路に配置する光学系からなる。光束結合器は Fig. 1 のように光束分割器と共通になっている場合がある。またヤングの干渉計のように光束結合器がないように見える場合

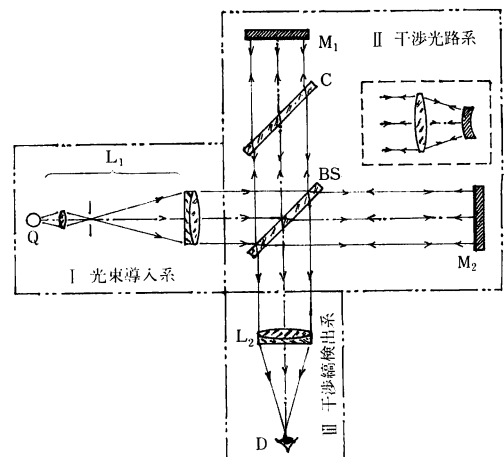


Fig. 1 干渉計の基本構成を示す例 (トワイマン・グリーン干渉計)

もある。しかしこの場合も光束分割器である複スリットでの光の回折を利用して光束の重ね合わせを行っているのでスリットが光束結合器を兼ねているといえる。光束分割にはよくいわれているように波面分割、振幅分割、偏光分割等の方法がある。たとえば Fig. 1 は半透鏡を使った振幅分割、後出の Fig. 3 は偏光プリズムを使った偏光分割の場合である。Fig. 3 では直線偏光の振動面で光束を分けているので振動面分割ともいう。有名なヤング (N. O. Young) の干渉は波面分割の例である。

干渉縞検出系は干渉縞を形成し、あるいは干渉光路系で形成された干渉縞を投影するための投影光学系 L_2 と検出器 D とからなる。検出器は眼や写真フィルムの場合もあるし、光電検出器の場合もある。偏光分割の場合には分割された光束は互いに垂直に振動する直線偏光や、互いに逆まわりの円偏光のように、互いに独立な偏光状態になっているため、たんに重ね合わせただけでは干渉縞は形成されない。検光子を用いて一定方向に振動する成分を取り出してはじめて干渉縞が形成され、したがって観測することができる。

以上干渉計の基本的構成について簡単に述べたが、詳細な構成や使われ方は測定目的によって異なる。たとえば測長の場合には Fig. 1 の反射鏡 M_1, M_2 のいずれか一方を、平行を保ちながら光軸方向に移動したときの干渉縞の強度変化を検出する。光学系の検査の場合は反射鏡の一つを適当な光学系を介して測定対象物と置き換える。同図で破線で囲まれた部分はレンズの収差測定の場合である。シャリング干渉を利用して波面形状やレンズの収差を測定する場合には測定対象物は光束導入系の光路中に置かれることがある。また他の目的のときには干渉縞検出系の光路中に置かれることもある。また光源の大きさやスペクトル分布を測定する場合には、反射鏡の一つを光軸方向に移動したときの干渉縞の可視度を光電検出器で検出することもある。

3. 干渉縞形成の理論

3.1 二つの光波の干渉 (二光束干渉)

Fig. 2 において z 方向に進む二つの光波が P 点で重なったとする。第 1 の光波の複素振幅の x 方向成分と y 方向成分をそれぞれ A_{1x}, A_{1y} 、第 2 の光波の複素振幅を同様に A_{2x}, A_{2y} とすれば、これらは次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} A_{1x} &= a_{1x} \exp [i(\omega_1 t + \phi_{1x})] \\ A_{1y} &= a_{1y} \exp [i(\omega_1 t + \phi_{1y})] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

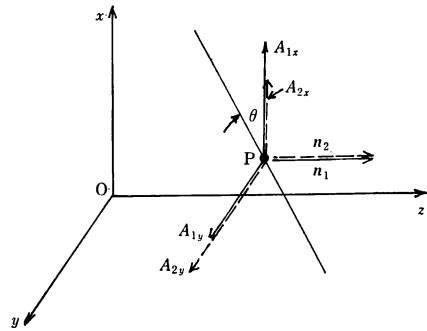


Fig. 2 P 点において z 方向に進む二つの光波の干渉を説明する図 (n_1, n_2 は光の進行方向を示す伝播ベクトル)

$$\left. \begin{aligned} A_{2x} &= a_{2x} \exp [i(\omega_2 t + \phi_{2x})] \\ A_{2y} &= a_{2y} \exp [i(\omega_2 t + \phi_{2y})] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで $a_{ix}, a_{iy} (i=1 \text{ or } 2)$ は A_{ix}, A_{iy} の絶対値、 ω_i は角周波数、 ϕ_{ix}, ϕ_{iy} はそれぞれ x 成分および y 成分における位相角である。

3.1.1 二つの光波の周波数が等しい場合 ($\omega_1 = \omega_2$)

x 軸に対して θ の方向の振動成分を取り出したとき干渉縞の強度 I_θ は

$$\begin{aligned} I_\theta &= |(A_{1x} + A_{2x}) \cos \theta + (A_{1y} + A_{2y}) \sin \theta|^2 \\ &= (a_{1x}^2 + a_{2x}^2) \cos^2 \theta + (a_{1y}^2 + a_{2y}^2) \sin^2 \theta \\ &\quad + 2\{a_{1x}a_{2x} \cos(\phi_{2x} - \phi_{1x}) \cos^2 \theta \\ &\quad + a_{1y}a_{2y} \cos(\phi_{2y} - \phi_{1y}) \sin^2 \theta\} \\ &\quad + \{a_{1x}a_{1y} \cos(\phi_{1y} - \phi_{1x}) + a_{1x}a_{2y} \cos(\phi_{2y} - \phi_{1x}) \\ &\quad + a_{2x}a_{1y} \cos(\phi_{1y} - \phi_{2x}) \\ &\quad + a_{2x}a_{2y} \cos(\phi_{2y} - \phi_{2x})\} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

3.1.1.1 干渉光路に複屈折性がないとき

二つの光波の位相差は偏光方向に関係せず一定である。これを $\Delta\phi_{21}$ とすれば、 $\phi_{2x} - \phi_{1x} = \phi_{2y} - \phi_{1y} + \phi_0 = \Delta\phi_{21}$ であるから

$$\begin{aligned} I_\theta &= (a_{1x}^2 + a_{2x}^2) \cos^2 \theta + (a_{1y}^2 + a_{2y}^2) \sin^2 \theta \\ &\quad + 2\{a_{1x}a_{2x} \cos^2 \theta \cos \Delta\phi_{21} \\ &\quad + a_{1y}a_{2y} \sin^2 \theta \cos(\Delta\phi_{21} - \phi_0)\} \\ &\quad + \{a_{1x}a_{1y} \cos(\phi_{1y} - \phi_{1x}) \\ &\quad + a_{1x}a_{2y} \cos(\Delta\phi_{21} + \phi_{1y} - \phi_{1x} - \phi_0) \\ &\quad + a_{2x}a_{1y} \cos(\Delta\phi_{21} - \phi_{1y} + \phi_{1x})\} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (4)$$

ただし ϕ_0 は二つの光波の偏光状態の差を表わすパラメータで次式で定義される。

$$\phi_0 = (\phi_{1y} - \phi_{1x}) - (\phi_{2y} - \phi_{2x}) \quad (5)$$

$\phi_0 = 0$ のとき二つの光波は同じ偏光状態である。たとえ

は両者ともに直線偏光の場合あるいは同じ方向に回転する楕円偏光または円偏光の場合を表わす。反対方向に回転する円偏光のとき $\phi_0 = \pi$ である。

以下に二、三の例について干涉縞の現われ方について説明する。

(1) 自然光の場合

自然光はランダムな振幅および偏光状態の光波の重ね合せであるから a_{ix}, a_{iy} の二乗平均値 $\bar{a}_{ix}, \bar{a}_{iy}$ は等しい。また $\phi_{1x} - \phi_{1y}$ はランダムに変化するので I_θ の平均をとると(4)式の第5項以下はゼロになる。複屈折性のない干涉計では a_{1x} と a_{2x} , および a_{1y} と a_{2y} とは比例関係にある。すなわち $a_{1x}/a_{2x} = a_{1y}/a_{2y} = \text{一定}$ および $\phi_0 = 0$ であるから結局 I_θ の平均は θ の値のいかににかかわらず

$$\bar{I}_\theta = \bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2 + 2\bar{a}_1\bar{a}_2 \cos \Delta\phi_{21} \quad (6)$$

となる。ただし $\bar{a}_{ix} = \bar{a}_{iy} = \bar{a}_i$ である。

(2) 互いに垂直に振動する直線偏光の場合

光束分割に偏光ビームスプリッタを用いた場合で、 $\phi_{1y} - \phi_{1x} = \phi_{2y} - \phi_{2x} = 0, a_{1y} = a_{2x} = 0$ であるから(4)式は

$$I_\theta = (a_{1x} \cos \theta)^2 + (a_{2y} \sin \theta)^2 + 2(a_{1x} \cos \theta)(a_{2y} \sin \theta) \cos \Delta\phi_{21} \quad (7)$$

となる。当然のことながら検光子を用いないときおよび検光子を用いたときでも $\theta = 0$ または $\pi/2$ のとき第3項はゼロとなり干涉縞は現われない。検光子を用いたとき θ が $\tan^{-1} a_{1x}/a_{2y}$ に等しいとき干涉縞の可視度(後述)は最大で1になる。このように検光子の方位角 θ を

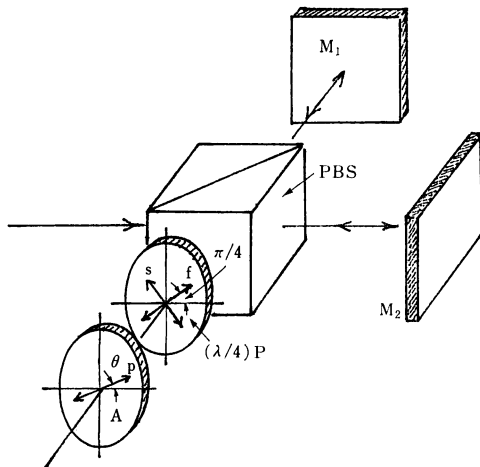


Fig. 3 検光子による干涉縞位相測定の一例
f: fast 軸, s: slow 軸, p: 偏光の方向

変えることによって可視度を0から1の間の任意の値に調整することができる。

(3) 互いに逆まわりの円偏光の場合

$a_{1x} = a_{1y}, a_{2x} = a_{2y}, \phi_{1y} - \phi_{1x} = -(\phi_{2y} - \phi_{2x}) = \pm \pi/2$ であるから、 $a_{1x} = a_1, a_{2x} = a_2$ とおけば

$$I_\theta = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\Delta\phi_{21} \pm 2\theta) \quad (8)$$

したがって検光子を用いて干涉縞を観測したとき、可視度は検光子の方位角によっては変化せず、干涉縞の位相が 2θ に比例して変化する。ゆえに干涉縞の位相を検光子の回転角によって測定することができる。Fig. 3 に示す干涉計はこのような干涉縞検出法の一例である。ここでは光束分割器に偏光ビームスプリッタ PBS が、干涉縞検出系に $1/4$ 波長板 ($\lambda/4$)P と検光子Aが用いられている。

3.1.1.2 干涉光路に複屈折性があるとき

干涉光路にたとえば $1/4$ 波長板のごとき複屈折性のある光学部品を置いた場合、あるいは測定対象物に複屈折性がある場合には二つの光波の位相差は偏光方向によって異なる。光路1での複屈折性による位相差を δ_1 , 光路2によるそれを δ_2 とすれば $\phi_{1y} - \phi_{1x} = \phi_1 + \delta_1, \phi_{2y} - \phi_{2x} = \phi_2 + \delta_2$ であるから

$$\phi_{2x} - \phi_{1x} = \phi_{2y} - \phi_{1y} + \phi_0 + \Delta\delta \equiv \Delta\phi_{21}$$

となる。ここで ϕ_1, ϕ_2 は光路1, 2に入る前の二つの直線偏光成分の間の位相差で3.1.1.1で述べた偏光状態を表わすパラメータに相当し、かつ $\phi_0 = \phi_1 - \phi_2$ である。また $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$ である。したがって干涉縞の強度は(4)式で ϕ_0 を $\phi_0 + \Delta\delta$ と置き換えたものになる。

ここで $\theta = 0, \theta = \pi/2$ の場合を考えると、

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= a_{1x}^2 + a_{2x}^2 + 2a_{1x}a_{2x} \cos \Delta\phi_{21} \\ I_{\pi/2} &= a_{1y}^2 + a_{2y}^2 + 2a_{1y}a_{2y} \cos(\Delta\phi_{21} - \phi_0 - \Delta\delta) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となり干涉縞の位相に $\phi_0 + \Delta\delta$ の差がある。通常の干涉計では $\phi_0 = 0$ であるから位相差は結局 $\Delta\delta$ である。干涉測長では $\Delta\phi_{21}$ が正であるか負であるか、あるいは増加しているのか減少しているのかを知るために $\cos \Delta\phi_{21}$ と $\sin \Delta\phi_{21}$ に比例して変化する二つの干涉縞が必要である。 $\Delta\delta = \pi/2$ とすれば $I_0, I_{\pi/2}$ はこのような条件を満たすことができる。実際には光路のどちらかに $1/4$ 波長板(光束が波長板を往復するときは $1/8$ 波長板)を置くことによって目的の干涉縞を得ることができる。

3.1.1.3 干涉縞の可視度

二光束干涉では以上の議論からわかるように干涉縞の強度は

$$I = I_1 + I_2 + 2I_{12} \cos \phi \quad (10)$$

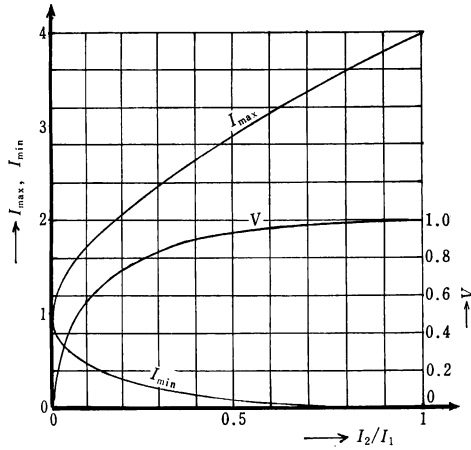


Fig. 4 I_2/I_1 と I_{\max} , I_{\min} および V の関係

の形で表わされる。 I は ϕ に対して周期的に変化するが、一般的に干渉縞強度の最大値を I_{\max} 、最小値を I_{\min} とするとき干渉縞のコントラストの良さを可視度 V で次式のように定義する。

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (11)$$

(10) 式の場合

$$V = \frac{2I_{12}}{I_1 + I_2} \quad (12)$$

となる。(6)~(9) 式の場合 $I_{12} = \sqrt{I_1 I_2}$ であるから $I_1 = I_2$ のとき $V = 1$ で干渉縞のコントラストは最もよく、 I_1, I_2 のいずれかがゼロのとき $V = 0$ で干渉縞は現れない。 Fig. 4 は I_1 と I_2 の比によって干渉縞のコントラストがどのように変わるかを示したものである。この図からわかるように I_2 が I_1 の 5% 程度であってもかなり明瞭なコントラストが得られる。したがってガラス表面からの反射光と透過光が干渉するようなときでも明瞭な干渉縞が見える。これはレンズ等の光学系にレーザー光のように非常にコヒーレンスの良い光を当てたときにしばしば見られる現象である。したがってレーザー光を用いる場合には余分な干渉縞が現れないように表面にできるだけ良好な反射防止膜をほどこす必要がある。

干渉縞の可視度はたんに I_1 と I_2 の比によるだけでなく、干渉する光のコヒーレンスにも依存する。とくに通常のインコヒーレント光源を用いたときにはコヒーレンスを考慮して干渉計を構成し、また調整をしないとコントラストのよい干渉縞は得られない。

3.1.2 干渉縞の形状

空間の一点における干渉縞の強度は(10)式の形で表わ

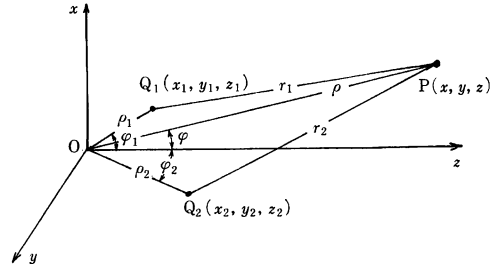


Fig. 5 光源 Q_1, Q_2 と干渉縞観測点 P の位置関係

されることがわかったが、それでは空間的強度分布すなわち干渉縞の形状はどうなるであろうか。干渉縞の形状は干渉する二つの波面の形状できまるので波面形状が空間的にどうなっているかを知らなければならない。被検物の影響を受けた後の波面は複雑なのでここでは被検物の影響は無視して球面波の場合の強度分布を求めてみる。

3.1.2.1 球面波 (含平面波) による干渉縞

Fig. 5 に示すように二つの点光源 Q_1 と Q_2 があるとき、光源より十分離れた位置にある点 P での光波の複素振幅 A_P は光線の傾きが十分に小さいとき

$$A_P = \frac{A_1 \exp(ikr_1)}{r_1} + \frac{A_2 \exp(ikr_2)}{r_2} \quad (13)$$

で表わされる。 A_1, A_2 はともに点光源の強さおよび初期位相を表わす。 r_1, r_2 はそれぞれ P と Q_1, P と Q_2 の距離である。波長を λ 、媒質の屈折率を n とするとき $k = 2\pi n/\lambda$ である。 P 点での強度 I_P は

$$I_P = |A_P|^2 = \frac{|A_1|^2}{r_1^2} + \frac{|A_2|^2}{r_2^2} + \frac{|A_1||A_2|}{r_1 r_2} \cos \{k(r_2 - r_1) + \Delta\phi\} \quad (14)$$

ただし $A_2/A_1 = (A_1/A_1) \exp(i\Delta\phi)$ とおいた。

Q_1, Q_2, P の座標を直角座標で表わしたときそれぞれ $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ および (x, y, z) とし、球座標で $(\rho_1, \theta_1, \varphi_1), (\rho_2, \theta_2, \varphi_2)$ および (ρ, θ, φ) とする。

$$r_i = [\rho^2 + \rho_i^2 - \rho\rho_i \{ \cos(\theta - \theta_i) \sin\varphi \sin\varphi_i + \cos\varphi \cos\varphi_i \}]^{1/2} \quad (15)$$

P が原点から十分離れており、 Q_1, Q_2 が座標原点の近傍にあると $(r_2 - r_1)$ は近似的に次式で表わされる。

$$r_2 - r_1 = -\rho_2 \{ \cos(\theta - \theta_2) \sin\varphi \sin\varphi_2 + \cos\varphi \cos\varphi_2 \} + \rho_1 \{ \cos(\theta - \theta_1) \sin\varphi \sin\varphi_1 + \cos\varphi \cos\varphi_1 \} \quad (16)$$

(1) 等傾角干渉縞

光源が z 軸上にあるとき $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ であるから(16)式

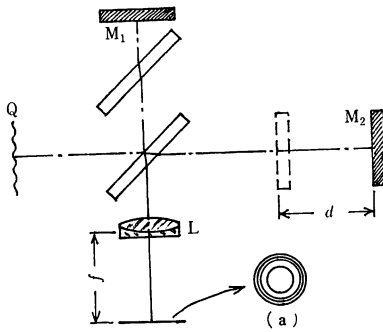


Fig. 6 マイケルソン干渉計と等傾角干渉縞 (この図では(19)式の $(\rho_1 - \rho_2)$ は $2d$ に等しい)

は

$$r_2 - r_1 = |\rho_1 - \rho_2| \cos \varphi \quad (17)$$

となる。したがって二つの点光源を結ぶ方向に対して同じ傾きをもつ光束の間の光路差は θ のいかんにかかわらず一定になる。ただし(17)式が成立するのは(16)式を導くときに省略した高次の項による位相角が π に比べて十分小さいことが必要である。高次で最大の項は $\rho_i^2/2\rho$ であるので $k\rho_i^2/2\rho \ll \pi$ より

$$\rho \gg n\rho_i^2/\lambda \quad (18)$$

であることが必要である。

マイケルソンの干渉計 (Fig. 6) で反射鏡 M_1, M_2 のいずれかを光軸方向に動かしたとき射出レンズLの焦点面において $\varphi = \text{一定}$ の点は光軸を中心とする円上にあるから、拡がりのある光源*を用いると同図(a)に示すようにレンズの焦点面に同心円状の干渉縞が見られる。このように同じ傾きに対応する干渉縞を等傾角干渉縞という。または、ハイディンガの干渉縞 (Haidinger's fringes) ともいう。干渉縞の明縞の半径 R_M はレンズの焦点距離を f とすれば

$$R_M = f\varphi = f \cos^{-1} \left| \frac{(M - \Delta\phi/2\pi)\lambda}{n(\rho_1 - \rho_2)} \right| \quad (19)$$

ただし M は整数 (干渉次数という) である。いま $\Delta\phi = 0$, $n|\rho_1 - \rho_2| = M\lambda$ のとき $\varphi = 0$ とすると $M+1$ 次の明縞 (すなわち最も内側の明縞リング) の半径は

$$R_{M+1} = f\sqrt{2\lambda/n|\rho_1 - \rho_2|} \quad (20)$$

となる。ゆえに等傾角干渉縞の大きさは $|\rho_1 - \rho_2|$ が大きくなるとその平方根に反比例して小さくなる。

(2) プリュウスタの干渉縞

光源が光軸方向にはずれがなく、垂直方向にはずれているときには、 $z_2 = z_1$ すなわち $\varphi_2 \cos \varphi_2 = \varphi_1 \cos \varphi_1$ であ

* 必ずしもインコヒーレントな点光源が三次元的に拡がっている場合だけでなく、コヒーレントな面光源すなわちレンズの焦点面に集光せず焦点外れにある場合でもよい。

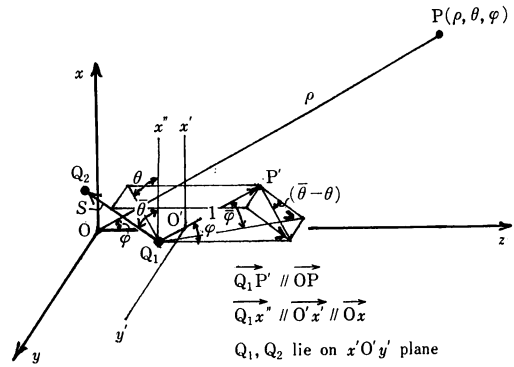


Fig. 7 Q_1 と Q_2 が z 軸に垂直に S だけ横ずれした場合の φ と $\bar{\varphi}$ の関係

るから(18)式と同じ条件で

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= -\{\rho_2 \cos(\theta - \theta_2) \sin \varphi_2 \\ &\quad - \rho_1 \cos(\theta - \theta_1) \sin \varphi_1\} \sin \varphi \\ &= -\{(x_2 - x_1) \cos \theta + (y_2 - y_1) \sin \theta\} \sin \varphi \end{aligned} \quad (21)$$

Fig. 7 に示すように Q_1 と Q_2 の距離を S とし、 Q_1 と Q_2 を結ぶ方向と x 軸のなす角を $\bar{\theta}$ とすると $x_2 - x_1 = S \cos \bar{\theta}$, $y_2 - y_1 = S \sin \bar{\theta}$ であるから

$$r_2 - r_1 = -S \cos(\bar{\theta} - \theta) \sin \varphi \quad (22)$$

$\overrightarrow{Q_1Q_2}$ に垂直な面に対して光束のなす角を $\bar{\varphi}$ とすれば $\sin \bar{\varphi} = \cos(\bar{\theta} - \theta) \sin \varphi$ であるから(22)式は

$$r_2 - r_1 = -S \sin \bar{\varphi} \quad (23)$$

となる。したがって $\bar{\varphi}$ が一定すなわち $\overrightarrow{Q_1Q_2}$ に対して光束のなす角が一定であれば光路差は一定になる。 $\overrightarrow{Q_1Q_2}$ が x 軸と平行の場合、光束を焦点距離 f のレンズで集めれば焦点面において、 $r_2 - r_1 = \text{一定}$ の軌跡は次式で示される双曲線となる。

$$\left(\frac{X_0}{f \tan \bar{\varphi}} \right)^2 - \left(\frac{Y_0}{f} \right)^2 = 1 \quad (24)$$

ただし、 X_0, Y_0 は焦点面で直角座標で $\overrightarrow{OX_0} \parallel \overrightarrow{Ox}$ である。明縞の現われる方向は $k(r_2 - r_1) = 2\pi M$ (M は整数) より $\sin \bar{\varphi} = -M\lambda/nS$ となるが、 $\bar{\varphi}$ が小さいときには(24)式は

$$X_0 = -fM\lambda/nS \quad (25)$$

となり、間隔が $f\lambda/n|S|$ で並行に並ぶ直線干渉縞となる。拡がりのある光源を用いたとき光源の横ずれによって無限遠にできる干渉縞をプリウスタの干渉縞 (Brewster's fringes) という。プリウスタ干渉縞はその縦間隔を測定することにより横方向の変位が求められるので、ホログラフィ干渉では粗面の面内変位の測定に利用されている。

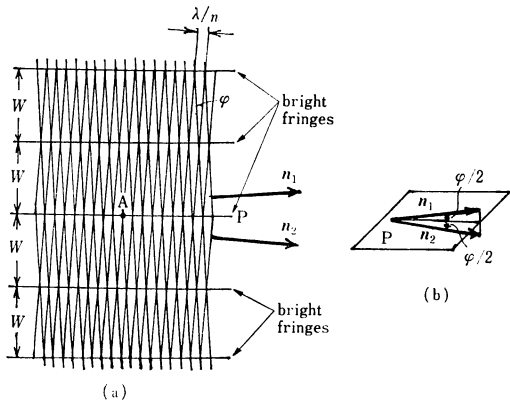


Fig. 8 平面波の干渉と等厚干渉縞
(a) 波面の重なりと干渉縞の関係, (b) 平面波の進行方向と干渉縞面 (等位相面) の関係

(3) 等厚干渉縞

光源 Q_1, Q_2 が十分遠方にあるとき, すなわち

$$\rho_i \gg n\rho^2/\lambda \quad (26)$$

のとき, $r_2 - r_1$ は次式で与えられる.

$$r_2 - r_1 = -\{x(l_2 - l_1) + y(m_2 - m_1) + z(n_2 - n_1)\} \quad (27)$$

ただし $l_i = \cos \theta_i \sin \varphi_i$, $m_i = \sin \theta_i \sin \varphi_i$, $n_i = \cos \varphi_i$ である. これは (l_1, m_1, n_1) および (l_2, m_2, n_2) の方向に進む二つの平面波の干渉における光路差を表すが, 明縞の位置は

$$-\{2\pi/\lambda\}\{x(l_2 - l_1) + y(m_2 - m_1) + z(n_2 - n_1)\} + \Delta\phi = 2\pi M \quad (28)$$

で与えられる. 二つの平面波の進行方向を単位ベクトル n_1, n_2 で表わすと, 明縞は **Fig. 8 (a)** に示すように n_1, n_2 のつくる平面に垂直で, 両者のなす角を二等分する面に平行な面上にある. 明縞の間隔 W は同図 (b) より

$$W = \lambda/2n \sin(\varphi/2) \quad (29)$$

で与えられる. ここで φ は n_1 と n_2 のなす角である. $\varphi = \text{一定}$ であるならば, 同図において A 点に立てた垂線のまわりに波面が同時にわずかに回転しても干渉縞の位置は変化しない. したがってこの干渉縞は二つの波面間隔に対して等高線になっている. この意味で等厚干渉縞という. レーザドップラ速度計で二光束を用いる方式では上述のような等間隔の平面状にできる明縞を利用して, それに垂直に粒子が通ったときに起きる光散乱を検出している.

Fig. 8 (b) において明縞は波長間隔で並ぶ二つの波面群の交点すなわち位相が同相である点を結んだ面上に

できている. この波面群を2枚のモワレ格子とみるとモワレ縞の明縞は格子の交点にできるので縞のでき方という点で干渉縞とモワレ縞の間に類似性がある. 波面がゆがんでいるときにも同様である. ただし干渉縞とモワレ縞では観測の方向が 90° 異なる.

3.1.3 二つの光波の周波数が異なる場合 ($\omega_1 \neq \omega_2$)

簡単のために x 軸方向に振動する光波が重なって干渉した場合について考えてみる. 干渉の結果強度は

$$I_x = a_{1x}^2 + a_{2x}^2 + 2a_{1x}a_{2x} \cos \{(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_{2x} - \phi_{1x})\} \quad (30)$$

となる. したがって周波数の差に等しい周波数のビートが観測される. この式からわかるようにビートを光電的に検出したとき, 二つの光波の位相差はビート信号の位相として検出することができる. 位相測定は電気的にでき, しかも強度に多少の変動があっても測定精度に影響しないという特徴がある. またビート信号に歪を与え, これの N 倍の高調波をとると位相項も N 倍になるので電気的に位相測定の感度をあげることができる.

3.2 多光束干渉

二つ以上の光波が重なって干渉する場合を多光束干渉という. たとえば2枚の平行な反射面に角度 θ で光波が入射したとする. 光は **Fig. 9 (a)** に示すように反射面間を繰り返して反射して, 反射のたびにそれぞれの反射面から射出する. 射出光の振幅を加算することにより反射光および透過光の振幅を求めることができる. ここでは別の観点から振幅を求めてみる. **Fig. 9 (b)** に矢印で示すように反射鏡間には入射方向に進む光と反射方向に進む光が存在する. それぞれの光の反射面における振幅を図示のように A_1, A_2, A_3 および A_4 とする. また反射光の振幅を A_r , 透過光のそれを A_t とする. これらの振幅の間には次の関係がある.

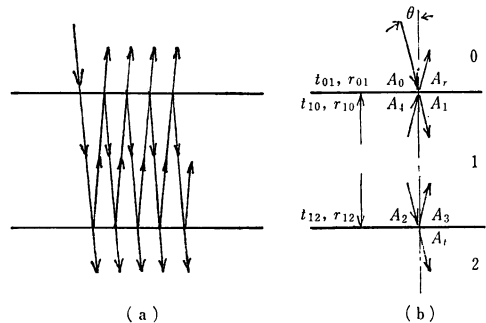


Fig. 9 多光束干渉の一例 (二つの反射面での繰返し反射による干渉)

(a) 繰返し反射の様子, (b) 多光束干渉の結果として現われる光波の状態

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= t_{01}A_0 + r_{10}A_4 \\ A_2 &= \exp(ikL \cos \theta) \cdot A_1 \\ A_3 &= r_{12}A_2 \\ A_4 &= \exp(ikL \cos \theta) \cdot A_3 \\ A_r &= r_{01}A_0 + t_{10}A_4 \\ A_t &= t_{12}A_2 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ここで t_{ij} , r_{ij} は媒質 i から媒質 j をみたときの反射面の透過率および反射率である。 t_{ij} , r_{ij} に関しては一般化されたストークスの関係¹²⁻¹⁴⁾により

$$\left. \begin{aligned} t_{ij}t_{ji}^* + |r_{ij}|^2 &= 1 \\ t_{ij}r_{ji}^* + r_{ij}t_{ji}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

が成立する。ただし* は複素共役を表わす。(31)式および(32)式より

$$A_r = \frac{r_{01} r_{10}^* - r_{12} \exp(ik \cdot 2L \cos \theta)}{r_{10}^* 1 - r_{10} r_{12} \exp(ik \cdot 2L \cos \theta)} A_0 \quad (33)$$

$$A_t = \frac{t_{01} t_{12} \exp(ikL \cos \theta)}{1 - r_{10} r_{12} \exp(ik \cdot 2L \cos \theta)} A_0 \quad (34)$$

吸収がなければ $|A_r|^2 + |A_t|^2 = |A_0|^2$ であるから透過光についてだけ強度を求めれば

$$I_t = |t_{01}|^2 |t_{12}|^2 \cdot I_0 \{ 1 + |r_{10}|^2 |r_{12}|^2 - 2|r_{10}| |r_{12}| \cos(2kL \cos \theta + \arg r_{10} + \arg r_{12}) \} \quad (35)$$

となる。 I_t は L が一定のとき θ のみに依存するので、拡がりのある光源を用いたとき、無限遠に照準した望遠鏡で透過光をみると等傾角干渉縞が見える。 $|r_{10}|^2, |r_{12}|^2$ が1に非常に近い場合には干渉縞は非常にシャープな明縞になる。反射光の場合には逆にシャープな暗縞になる。間隔 L を非常に小さくすれば反射面に等厚干渉縞がみられる。多光束干渉では干渉縞がシャープになるので L のわずかな変化あるいは反射面のわずかな曲りを感度よく検出することができる。

4. お わ り に

光波干渉技術について歴史的に展望し、干渉縞形成に

ついて述べたが、干渉計あるいは干渉測定についてはすでに多くの文献がある。ここでは代表的なものとして文献 1~6) および 10) を挙げた。干渉縞形成の理論についても種々の説明がある。ここではレーザーによる干渉を念頭において点光源からの光波の干渉という観点から、偏光も考慮に入れてまとめてみた。紙数の関係で具体例を十分に示すことができなかったので、参考文献によって補っていただければ幸甚である。

干渉を論ずるとき、コヒーレンスの問題を抜きにしてはならない。とくにインコヒーレントあるいは部分的にコヒーレントな光源を用いたときにはコヒーレンスの概念が重要になる。この点については次回に干渉計との関連で論ずることにしたい。

文 献

- 1) 久保田 広：波動光学 (岩波書店, 1971) pp. 39-198, 412-418.
- 2) 久保田 広, 浮田祐吉, 会田軍太夫編：光学技術ハンドブック (朝倉書店, 1968) pp. 275-291.
- 3) C. Candler: *Modern Interferometer* (London, 1951).
- 4) E. Wolf ed.: *Progress in Optics*, 5 (North-Holland, 1966) pp. 145-198.
- 5) 田幸敏治, 辻内順平, 南 茂夫編：光学的測定ハンドブック (朝倉書店, 1981) pp. 223-234, 368-373, 566-572.
- 6) 吉永 弘編：応用光学ハンドブック (朝倉書店, 1973) pp. 413-443, 652-681.
- 7) D. R. Herriott: *J. Opt. Soc. Am.*, 52 (1962) 31.
- 8) O. E. Delange: *IEEE Spectrum*, Oct. (1968) 77.
- 9) R. H. Brown and R. Q. Twiss: *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 248 (1958) 222.
- 10) 諸隈 肇：光学, 8 (1979) 10.
- 11) K. Nakayama, M. Tanaka and M. Morimura: 計量研報告, 31 (1982) 1.
- 12) I. Santavy: *Opt. Acta*, 8 (1961) 301.
- 13) Z. Knittl: *Opt. Acta*, 9 (1962) 33.
- 14) Z. Knittl and I. Santavy: *Opt. Acta*, 14 (1967) 51.