



計算機信号処理によるレーザドップラ振動計測

佐々木修己・坪井 新治

新潟大学工学部電子工学科 〒950-21 新潟市五十嵐 2

(1983年7月14日受理)

Laser Doppler Vibration Measuring Method Using Computer Signal Processing

Osami SASAKI and Shinji TSUBOI

Department of Electronics, Faculty of Engineering, Niigata University,
Ikarashi 2, Niigata 950-21

This paper describes a laser Doppler vibration measuring method which provides an exact vibration waveform in the absence of noise. Doppler signal is frequency demodulated with a computer instead of a conventional electric circuit. In addition, the processed signals are averaged to eliminate both additive and multiplicative noises which often occur in practical applications. The usefulness of this signal processing is clearly shown in the numerical analysis and the experiments.

1. はじめに

レーザドップラ速度計による振動計測法は物体の振動状態を非接触、高感度で検出できるため、多くの分野で新しい計測法として用いられている。さらに、光ファイバをレーザドップラ速度計に取り入れることにより、物体へのレーザ光の照射および散乱光の検出を容易に行なうことができ、レーザドップラ速度計の可搬性および実用性は著しく向上する。このため、従来はレーザドップラ速度計の適用が困難であった悪条件のもとでも使用可能となり、レーザドップラ速度計による振動計測法はその応用分野をいっそう拡大しつつある。この応用分野の拡大に伴い、高精度の測定を行なうに十分な信号対雑音比を有するドップラ信号が得られない場合が多い。振動物体からの散乱光が微弱であるため、あるいは散乱光の可干渉性の低下のため、電子回路から発生する加法性雑音が優勢となる。同時に、周囲の外部振動による光学系の振動から発生する乗法性雑音の増加がある。ドップラ信号から正確に振動状態を検出するためには、これらの加法性、乗法性雑音の除去が重要となる。本論文は、計算機によりドップラ信号を処理することによって加法性および乗法性雑音の影響を受けずに振動状態を正確に

検出する方法について述べる。

ドップラ周波数偏移を受けた散乱光からドップラ信号を検出する方法にはホモダイン検出¹⁾とヘテロダイン検出²⁾がある。ホモダイン検出ではドップラ偏移周波数の正負を判別できない。しかし、振動物体が単一周波数で正弦波振動している場合には、ドップラ信号の中に含まれる周波数成分の振幅あるいは位相を求めれば、振動振幅あるいは振動位相が得られる。ヘテロダイン検出ではドップラ信号はキャリア周波数を中心として位相変調されたFM(周波数変調)信号である。したがって、ドップラ信号を電気回路でFM復調することによって振動変位に比例する信号すなわち振動波形を得ることができる。ここでは、振動物体の振動状態すなわち振動波形の測定を目的とするため、ヘテロダイン検出でのドップラ信号に対する信号処理法について考える。

ドップラ信号に加法性あるいは乗法性雑音が含まれている場合、ヘテロダイン検出における従来の電子回路によるFM復調では、これらの雑音の影響を直接受けるため、正確な振動波形の検出は困難となる。そこで、計算機信号処理によりドップラ信号をFM復調すると同時に、加法性および乗法性雑音を除去する高S/Nの振動計測法を提案する。

2. 計算機信号処理による FM 復調

簡単のために物体は一つの角周波数 ω_c で振動しており、ある一点での振動振幅を a 、位相を α とし、キャリア周波数を ω_c 、その位相を μ とする。振動物体によるドップラ信号は雑音が存在しない場合、次式で表現できる。ただし、 $z=da$ であり、 d は光学系の配置で決まる定数である。また、信号の振幅は時間に対し一定であり、後のため 2 とする。

$$I(t) = 2 \cos \{ \omega_c t + \mu + z \cos(\omega_c t + \alpha) \} \quad (1)$$

信号 $I(t)$ のフーリエ変換を $F(\omega)$ とし、次式を求め

$$\begin{aligned} S(t) &= \mathcal{F}^{-1} \{ F(\omega) H(\omega) \} \\ &= \exp \{ j(\omega_c t + \mu) \} \exp \{ jz \cos(\omega_c t + \alpha) \} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq 2\omega_c \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \quad (3)$$

であり、 \mathcal{F}^{-1} は逆フーリエ変換を示す。式(2)から次式を得る。

$$S_d(t) = S(t) \exp(-j\omega_c t) \quad (4)$$

信号 $S_d(t)$ の位相項を取り出せば次式が得られ、時間に対する一定項 μ を除くと振動波形が検出できる。

$$\text{Arg} \{ S_d(t) \} = \mu + z \cos(\omega_c t + \alpha) \quad (5)$$

3. 雑音の除去

加法性雑音 $n_A(t)$ と乗法性雑音 $n_M(t)$ が存在する場合にはドップラ信号は次式で表現できる。

$$I(t) = 2 \cos \{ \omega_c t + z \cos \omega_c t + n_M(t) \} + n_A(t) \quad (6)$$

ただし、簡単のために $\mu=0$ 、 $\alpha=0$ とした。これより $S_d(t)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} S_d(t) &= \exp \{ jz \cos \omega_c t \} \exp \{ jn_M(t) \} \\ &\quad + n_{Ah}(t) \exp(-j\omega_c t) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $n_{Ah}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ n_A(t) \} H(\omega) \}$ であり、 \mathcal{F} はフーリエ変換を示す。式(7)の信号 $S_d(t)$ を $T_0 = 2\pi/\omega_c$ の長さごとに N 個平均化すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \langle S_d(t) \rangle_{T_0} &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} S_d(t + pT_0) \\ &= \exp \{ jz \cos \omega_c t \} \times \mu_M + \mu_A \\ &\quad (0 \leq t < T_0) \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu_M &= \langle \exp \{ jn_M(t) \} \rangle_{T_0} \\ \mu_A &= \langle n_{Ah}(t) \exp(-j\omega_c t) \rangle_{T_0} \end{aligned} \quad (9)$$

したがって、 μ_A がゼロに近い値であり、 μ_M が μ_A より十分大きな値であり、かつ μ_M の位相が時間に関係し

ない一定値であれば、上記の平均化処理により加法性と乗法性雑音の両方を同時に除去できる。次に、これらの値について調べる。

3.1 加法性雑音

加法性雑音 $n_A(t)$ は定常な正規雑音とし、その期待値 $E \{ n_A(t) \} = 0$ とする。このとき、 $E \{ n_{Ah}(t) \} = 0$ となり、 μ_A の期待値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E \{ \mu_A \} &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} E \{ n_{Ah}(t + pT_0) \} \\ &\quad \times \exp[-j\omega_c(t + pT_0)] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

また、 μ_A の分散は次式となる。

$$\begin{aligned} \text{Var} \{ \mu_A \} &= \frac{1}{N^2} [N \phi_h(0) \\ &\quad + 2 \sum_{p=1}^{N-1} (N-p) \text{Re} \{ \phi_h(pT_0) \} \\ &\quad \times \exp(-j\omega_c pT_0)] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\phi_h(t)$ は $n_{Ah}(t)$ の自己相関関数である。 $n_{Ah}(t)$ のパワースペクトルは $0 < \omega < 2\omega_c$ の帯域内で値をもち、 $\omega_c \gg \omega$ であるため次式が成立する。

$$\phi_h(pT_0) \approx 0 \quad (p \geq 1) \quad (12)$$

したがって、 μ_A の分散は次式となる。

$$\text{Var} \{ \mu_A \} \approx \phi_h(0) / N \quad (13)$$

よって、 N を十分大きくとれば、 μ_A はゼロに近い値となることがわかる。

3.2 乗法性雑音

乗法性雑音 $n_M(t)$ は、 $n_A(t)$ と同様に定常な正規性雑音であり、 $E \{ n_M(t) \} = 0$ とする。このとき、 μ_M の期待値は $n_M(t)$ の分散を σ_M^2 とすると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E \{ \mu_M \} &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} E \{ \exp \{ jn_M(t + pT_0) \} \} \\ &= \exp(-\sigma_M^2/2) \end{aligned} \quad (14)$$

$n_M(t)$ の自己相関関数を $\phi(t)$ とすると、 μ_M の分散は次式となる。

$$\begin{aligned} \text{Var} \{ \mu_M \} &= \frac{1}{N^2} \exp(-\sigma_M^2) [N \exp(\sigma_M^2) \\ &\quad + 2 \sum_{p=1}^{N-1} (N-p) \exp \{ \phi(pT_0) \} \\ &\quad - \exp(-\sigma_M^2)] \end{aligned} \quad (15)$$

$n_M(t)$ のパワースペクトルはある帯域にわたって値をもつので、その自己相関関数 $\phi(t)$ について、 $L \ll N$ とし、次式が成り立つ。

$$\phi(pT_0) \approx 0 \quad (p > L) \quad (16)$$

したがって、 μ_M の分散は次式となる。

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\mu_M\} &= \frac{1}{N} \{1 - \exp(-\sigma_M^2)\} \\ &+ \frac{2}{N^2} \exp(-\sigma_M^2) \left[\sum_{p=1}^L (N-p) \right. \\ &\times \exp\{\phi(pT_0)\} - \left. \sum_{p=1}^L (N-p) \right] \quad (17) \end{aligned}$$

よって、十分大きな N に対し、 μ_M の分散はゼロに近くなるので、 μ_M は $\exp(-\sigma_M^2/2)$ の一定値にほぼ一致することがわかる。

4. 計算機信号処理の実際

振動周期を T_0, M, l を正の整数として、長さ MLT_0 のドップラ信号 $I(t)$ を間隔 Δt でサンプリングし、 $I(i\Delta t)$ として計算機内にとりこむ。計算機のメモリ容量の制限から $I(i\Delta t)$ を長さ $T=LT_0$ に、つまり $N_T=LT_0/\Delta t$ 個ずつに分割し、順に $I_k(i\Delta t)(k=1\sim M)$ とする。高速フーリエ変換 (FFT) を用い $I_k(i\Delta t)$ から $S_{dk}(i\Delta t)$ を得る。この $S_{dk}(i\Delta t)$ に対し3章で述べた平均化処理を行なえば雑音を除去できる。ここでは、同等の結果をもたらす処理を周波数軸で行なう。以下、それについて説明する。

まず、 $S_{dk}(i\Delta t)$ をフーリエ変換し、 $F_{dk}(i2\pi/lT_0)$ を求め次式を計算する。

$$\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M F_{dk} \left(i \frac{2\pi}{lT_0} \right) \quad (18)$$

その後、 $i=lq$ (q は整数) を満たす $N_s=N_T/l$ 個の周波数成分だけを取り出し、各周波数成分間に $r-1$ 個のゼロの値を挿入し、 $N_r=N_s r$ 個のデータとして逆フーリエ変換を行なう。この周波数面での操作は付録に示すように、時間軸での T_0 の長さごとの平均化操作に等しい。したがって、最終的には、長さ MLT_0 のドップラ信号に対し平均回数 $N=ML$ の $\langle S_d(t) \rangle_{T_0}$ が得られ、 $\text{Arg}\{S_d(t)\}$ より振動波形が求められる。ただし、 $\langle S_d(t) \rangle_{T_0}$ は T_0 の周期で同じ信号が r 回くりかえされる。

時間軸での平均化処理を周波数軸で行なうことは以下の利点がある。信号成分に対応する周波数成分だけを取り出す帯域フィルタの操作を付加することができる。また、雑音除去の度合を周波数領域で随時観察できる。

5. 数値解析

次式で示されるドップラ信号を計算機内で作った。

$$I(t) = \cos[(2\pi f_c t + z \cos(2\pi f_o t) + n_M(t))] + n_A(t)$$

ただし、 $f_c = 10.12$ kHz, $f_o = 1.0$ kHz, $z = 4.0$

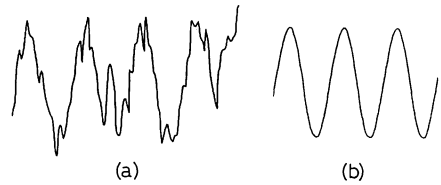


Fig. 1 Simulation signal contains only additive noise.

Vibration waveforms are detected with (a) no averaging and (b) averaging number $N=96$.

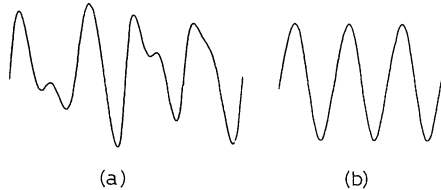


Fig. 2 Simulation signal contains only multiplicative noise.

Vibration waveforms are detected with (a) no averaging and (b) $N=96$.

まず、加法的雑音だけが存在する場合について解析を行なった。加法的雑音は分散 $\sigma_A^2=0.5$ 、平均値がゼロの正規性雑音であり、そのパワースペクトルは $0\sim 20$ kHz の帯域において値をもつ。したがって、加法的雑音に対する信号対雑音比 $(S/N)_A=(1/4)/(\sigma_A^2/2)=1$ となる。

Fig. 1 に数値解析結果を示す。(a)は平均処理を行わない場合であり、(b)はデータ長 $96T_0$ の信号に対し $N=96$ の平均処理から得られた結果である。平均処理により雑音が除去されていることがわかる。

次に、乗法性雑音だけが存在する場合について考えた。乗法性雑音は分散 $\sigma_M^2=2$ 、平均値ゼロの正規性雑音であり、そのパワースペクトルは $0\sim 2$ kHz の帯域において値をもつ。乗法性雑音に対する信号対雑音比 $(S/N)_M=(z^2/2)/\sigma_M^2=4$ となる。**Fig. 2** に数値計算結果を示す。(a)は平均処理のない場合、(b)は $N=96$ の平均処理の結果である。加法的雑音の場合と同様に雑音が除去されている。

最後に、前述の加法的雑音と乗法性雑音がともに存在する場合について **Fig. 3** に示す。(a)が平均処理なしの結果、(b)が $N=96$ の平均処理の結果である。前述の場合に比較し、雑音の影響がわずかに残っている。これは、式(8)において μ_A が完全にゼロでなく、かつ μ_M の大きさが μ_A をまったく無視することができないために生じる。したがって、加法的、乗法性雑音が同時に存

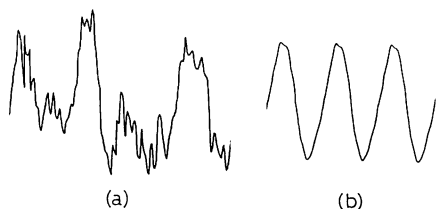


Fig. 3 Simulation signal contains both additive and multiplicative noises. Vibration waveforms are detected with (a) no averaging and (b) $N=96$.

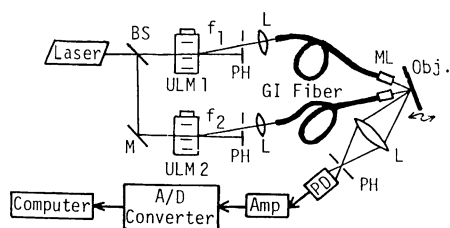


Fig. 4 Experimental setup.

在する場合、加法的雑音の除去の不完全さの影響を考慮する必要がある。

6. 実験結果

実験装置を **Fig. 4** に示す。二つのレーザー光にそれぞれ周波数偏移 f_{c1} , f_{c2} を超音波光変調器によって与える。この2ビームを集束型光ファイバで伝送し、ファイバ先端の集束型マイクロレンズでほぼ平行光とし、振動物体の1点に照射する。散乱光をレンズで集光し、フォトダイオードで受光する。検出されるドップラ信号をA-D変換し、計算機内に取り込む。振動物体は50 mm × 50 mm、厚さ0.3 mmのステンレス板であり、中心をスピーカのボイスコイルと直結し、 $f_1=500$ Hz と $f_2=1,000$ Hz の二つの正弦波で同時に励振した。ドップラ信号のキャリア周波数は $f_c=f_{c1}-f_{c2}=9,998$ Hz であり、サンプリング周波数 $f_s=64$ kHz とし、フーリエ変換におけるデータ長は $T=8/f_1$ ($l=8$) である。加法的雑音は電子回路から発生していた。乗法的雑音は、白色雑音で駆動されているスピーカによって光ファイバ付近の空気にゆらぎを与えることで作り出された。

振動板の中心を通り1辺に平行な直線上の3点について測定を行なった。3点A, B, Cはそれぞれ板中心から5, 12.5, 20 mmの距離にある。**Fig. 5** は点Aでの測定結果である。(a)は平均処理なしの結果、(b), (c)はそれぞれ $N=8$, $N=96$ の平均処理による結果である。平均回数の増加とともに雑音が除去されていくこと

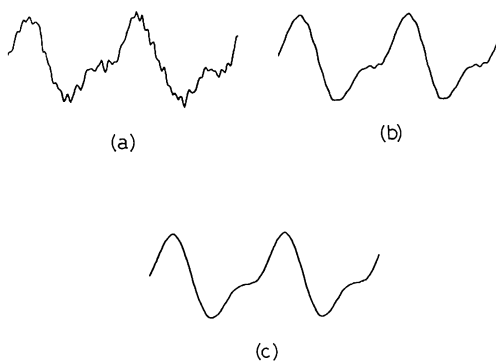


Fig. 5 Experimental results; vibration waveforms at the position A detected with (a) no averaging, (b) $N=8$, and (c) $N=96$.

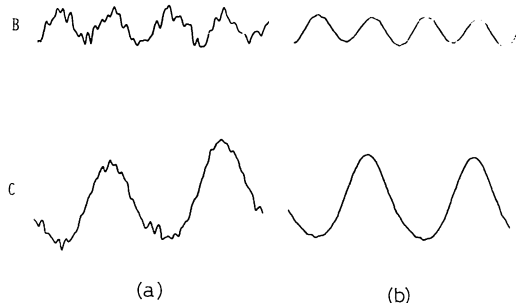


Fig. 6 Experimental results; vibration waveforms at the positions B and C detected with (a) no averaging and (b) $N=96$.

がわかる。**Fig. 6** はB, C点での測定結果である。(a)は平均処理のない場合、(b)は $N=96$ の平均処理を行なった場合である。各点の振動波形が雑音に影響されずに正確に検出されている。点A, B, Cの最大振動変位はそれぞれ5.09, 1.48, 5.00 μm である。

7. まとめ

本論文では、ドップラ信号を計算機で処理することにより雑音の影響を受けずに振動波形を検出する方法について述べた。従来電子回路で行なっているFM復調を計算機で実行するとともに、平均化による雑音の除去を行なった。加法的および乗法的雑音に対し、本方法における平均処理によって雑音を除去できることを示し、数値解析においてその有用性を明らかにした。実験では、整数倍の関係にある二つの周波数で正弦波振動している角形の振動物体について3点の振動を測定した。その結果、本方法により、雑音に影響されずに各点で異なる振動波形を正確に検出できた。

付 録

時間軸での平均処理と等価な周波数軸での処理

時間軸での離散信号をベクトル x

$$x = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T \quad (\text{T: 転置}) \quad (\text{A1})$$

で表わす。この x に対し次式に示すような信号処理を行ない y を作る。

$$y = F_{N_r}^{-1} S F_N x = Cx \quad (\text{A2})$$

ただし、 F_N はデータ数 N 個のフーリエ変換行列であり、 F_N^{-1} は逆フーリエ変換行列である。 S は x の周波数成分 $F_N x$ から lq (q は整数) 番目の周波数成分を取り出した後、各周波数成分の間に $r-1$ 個のゼロを入れる操作を表現する行列である。したがって、行列 C は次のように書ける。

$$C = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} W_r^0 & W_r^0 & \dots & W_r^0 \\ W_r^0 & W_r^{-1} & & W_r^{-(Nr-1)} \\ W_r^0 & W_r^{-2} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ W_r^0 & W_r^{-(Nr-1)} & \dots & W_r^{-(Nr-1)(Nr-1)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ W^0 & W^l & W^{l(N_s-1)} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ W^0 & W^{2l} & W^{2l(N_s-1)} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ W^0 & W^{(N_s-1)l} & W^{(N_s-1)l(N_s-1)} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A3})$$

ただし、

$$W = \exp(-j2\pi/N), \quad W_r = \exp(-j2\pi/N_r)$$

$$N = N_s l, \quad N_r = N_s r$$

$N_s \times N_s$ の単位行列を I とすると、行列 C は次式のように行に l 個の I を、列に r 個の I をもつ。

$$C = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} I & I & \dots & I \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ I & \dots & \dots & I \end{bmatrix} \quad (\text{A4})$$

したがって、ベクトル y の rN_s 個の要素は N_s 個ごとに同じ値をもち、 r 回くりかえされる。最初の N_s 個の要素は次式となる。

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N_s-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} X_0 + X_{N_s} + X_{2N_s} + \dots + X_{(l-1)N_s} \\ X_1 + X_{1+N_s} + \dots + X_{1+(l-1)N_s} \\ \vdots \\ X_{N_s-1} + X_{N_s-1+N_s} + \dots + X_{N-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

以上のことより、周波数領域での行列 C による処理は時間軸では N 個のデータを N_s 個ずつ l 回平均する処理に等しく、 N_s 個の平均結果が r 回くりかえされる。

文 献

- 1) H. A. Deferrari, R. A. Darby and F. A. Andrews: J. Acoust. Soc. Am., **42** (1967) 982.
- 2) S. Ueha, K. Shiota, T. Okada and J. Tsujiuchi: Opt. Commun., **10** (1974) 88.