

平板マイクロレンズの光線追跡*

三澤 成嘉・及川 正尋・伊賀 健一

東京工業大学精密工学研究所 〒227 横浜市緑区長津田町 4259

(1983年8月18日受理)

Ray Tracing in a Planar Microlens

Shigeyoshi MISAWA, Msahiro OIKAWA and Kenichi IGA

Research Laboratory of Precision Machinery and Electronics,
Tokyo Institute of Technology,
4259, Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama 227

The purposes of this study are to increase the accuracy of ray tracing in a planar microlens and to investigate its optical properties, for example, spherical aberration and so on. First, a 3-D index distribution of a planar microlens has been measured by shearing interferometry and the accuracy of measurement is increased by the improvement of sample preparation. Secondly, an analytical form of refractive index is given by the even power series expansion of refractive index with respect to the radial and axial distances, where the axial symmetry has been assumed. Thirdly, light rays in a planar microlens are numerically traced with the help of a ray equation and the analytical form of refractive index determined by the measured values of refractive index. The spherical aberration of a microlens has been obtained from the ray tracing.

1. ま え が き

近年、著者らは、Fig. 1 に示すような平板基板中にドーパントを選択的に拡散することにより一体化した2次元レンズアレーの得られる分布屈折率平板マイクロレンズを提案し、製作してきた^{1,2)}。このほかにプラズマCVD装置を用いた平板状マイクロレンズの構成法についての報告がなされている³⁾。これらのアレー状レンズは、ロッドレンズと同様に内部の屈折率変化によってレンズ効果を得るため端面が平面にでき、また2次元レンズアレーが一体化した形で得られることから、平板状の2次元光学素子アレーと光軸を合わせて積層することにより、多チャンネル光回路が構成できる⁴⁾。したがって、光通信システムおよび光電子機器等の光回路において集光、結像、分岐、画像の伝送を行なう光デバイスへの応用⁵⁻⁸⁾が考えられている。

このような平板マイクロレンズの光学的性能、とくに焦点距離、開口数、収差特性等を調べるためには、光線追跡を行なうことが有効である。しかし平板マイクロレンズは、Fig. 1 中の網点の領域にレンズの半径方向、

深さ方向に屈折率が変化する3次元屈折率分布を持つため、屈折率が一般的な通常のレンズとは異なる方法が必要となる。実際に製作された平板マイクロレンズの光線追跡を行なう場合、その3次元屈折率分布の測定データを用いなければならない。しかし、これまで分布屈折率媒質中の光線追跡に関して、実際のレンズの3次元屈折率分布表現法は文献9)の例があるが、あまり議論されていなかった。

そこで本研究の初期において、著者らは平板マイクロレンズの3次元屈折率分布表現として、レンズの半径方向について距離の偶数べき乗、深さ方向について距離のべき乗の級数を用いて屈折率の2乗を級数の積の形に展開した式を提案した¹⁰⁾。この展開式の各係数を、シャリング干渉法^{11,12)}により測定したレンズの3次元屈折率分布データを用いて最小2乗法により決定して屈折率分布を表現し、これを用いて光線方程式を解くことにより入射条件に対する光線軌跡を得た¹⁰⁾。しかしこの光線追跡法は、3次元屈折率分布の測定精度が光線追跡の精度に直接影響するため3次元屈折率分布の精度のよい測定データが必要であり、また3次元屈折率分布表現式の測定データへの近似も良いことが必要である。

そこで、本報告では前論文¹⁰⁾で報告した光線追跡法の

* 第8回光学シンポジウム(1983年6月20日、東京)において講演

Table 1 Data of lens samples.

Sample	Diameter (mm)	Depth (mm)	Index difference	Thickness (μm)	Fluctuation (%)
Former paper	1.7	0.8	0.08	106-86	23
This paper	1.33	0.68	0.27	33.6-32.4	3.7

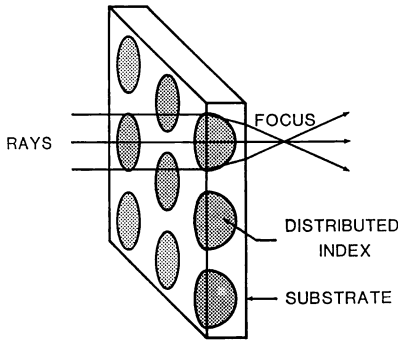


Fig. 1 Structure of planar microlens array.

精度をさらに向上させるため、

- (1) 3次元屈折率分布測定精度の向上
- (2) 3次元屈折率分布表現式の改良

を行ない試料レンズの屈折率分布を精度よく求めたので報告する。

2. 3次元屈折率分布測定

平板マイクロレンズの光線追跡を行なうためにはその屈折率分布が必要となる。しかし平板マイクロレンズは3次元屈折率分布を持つため、これまで研究されてきた光ファイバやプリフォーム等の2次元屈折率分布測定法¹²⁾が使えない。このため本報告では前回の報告¹⁰⁾と同様にシャリング干渉法^{11,12)}によって測定を行なった。測定においてはレンズの屈折率分布が光軸に対して対称であると仮定する。まず平板マイクロレンズから光軸を含むように薄片を切り出し、両面を注意深く研磨して試料とする。これをスライドガラス、カバーガラス間にはさんでマッチングオイルで浸し、プレパラートを作る。ここでマッチングオイルを使用しないと、空気と基板との屈折率差が大きく測定が不可能となる。プレパラートをマッハツェンダー型干渉顕微鏡にセッティングし、シャリング干渉法により干渉縞を観察する。**Fig. 2**にマッハツェンダー型干渉顕微鏡の概略を示す。顕微鏡中のマッハツェンダー型干渉計により、試料を通った波面を二つに分け、一方の波面をシャリングさせ平面波の部分参照波面として用い、試料の分布屈折率領域を通った波面と干渉させる。得られた干渉縞を**Fig. 3**に示す。干

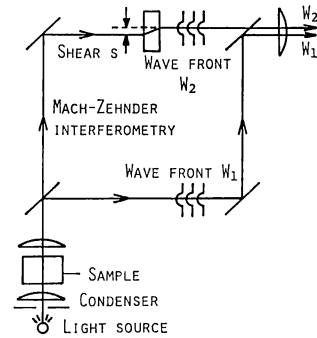


Fig. 2 Measurement system of Mach-Zehnder interferometry.¹¹⁾

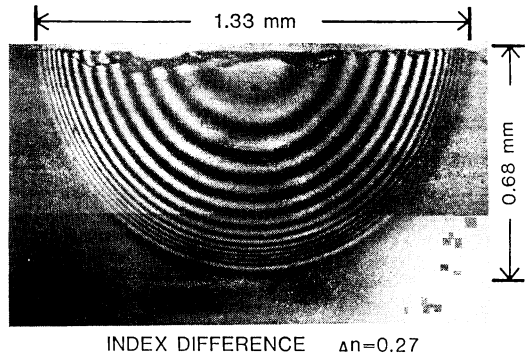


Fig. 3 Fringe pattern obtained by the Mach-Zehnder interferometer.

渉縞は等屈折率線に対応しており、屈折率は中心部分で最も大きく周辺にいくに従って減少している。 N 本目の干渉縞に対する基板からの屈折率差 Δn は、薄板試料の厚さ d 、光源の波長 λ とするとき、 $\Delta n = N\lambda/d$ で与えられるので、これより干渉縞上の屈折率が得られる。今回の測定では干渉パターン写真からデジタイザ等を利用して干渉縞の位置を計算機に入力することにより干渉縞上の各位置の屈折率を計算した。

一方この測定法においては薄片試料の厚さ精度が屈折率の測定値に大きな影響を与える。**Table 1**に前回の報告で用いた試料と今回用いた試料の比較データを示す。ここで薄片試料の厚さ分布は直接光学顕微鏡で測定した。

前回測定に用いたレンズに比べ今回測定に用いたレン

ズは $N.A.$ が大きくかつ **Table 1** に示すように屈折率差が大きい。このため試料を薄くして観察する干渉縞の数を測定に適する本数に抑えた。今回の測定においては、薄片試料の研磨精度を高めることにより、**Table 1** に示すように試料の厚みのゆらぎを23%から3.7%程度に改善し、レンズの屈折率分布の測定精度のうち、厚さ分布のゆらぎに起因する誤差を低減した。

このほかに屈折率分布測定における誤差要因としては、干渉縞の広がりによる干渉縞の中心位置の読取り誤差が考えられるが、この誤差は分布の位置のゆらぎであり、直接に屈折率差の大きな誤差とならないため、試料の厚みゆらぎによる誤差に比べ小さいと考えられる。

3. 3次元屈折率分布表現

ここでは平板マイクロレンズが光軸に対して対称であると仮定してレンズの3次元屈折率分布の表現方法について議論する。座標系として光軸から半径方向の距離を r 、表面から光軸方向への距離を z とする円柱座標をとる。仮定より平板マイクロレンズの3次元屈折率分布 n は r と z の関数で表現できる。ここではレンズ内部の3次元屈折率分布を表わすのに屈折率分布の2乗 $n^2(r, z)$ の表現を用いた。他に3次元屈折率分布の表現方法として、Moore は $n(r, z)$ の表現を用いている⁹⁾。著者らが $n^2(r, z)$ の表現を用いた理由は、屈折率よりはむしろ比誘電率によって表現したほうが、波動性をも考慮するときにマックスウェルの方程式等と直接結びつき取扱いに便利のため¹³⁾である。

ここではレンズ内の3次元屈折率分布の2乗を次のような r^2 と z^2 の2次形式の形に展開する。

$$n^2(r, z) = n^2(0) \{1, (gz)^2, (gz)^4, (gz)^6, \dots\} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & \nu_{04} & \nu_{06} & \dots \\ \nu_{20} & \nu_{22} & \nu_{24} & \nu_{26} & \dots \\ \nu_{40} & \nu_{42} & \nu_{44} & \nu_{46} & \dots \\ \nu_{60} & \nu_{62} & \nu_{64} & \nu_{66} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ (gr)^2 \\ (gr)^4 \\ (gr)^6 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで式(1)中のマトリクスは分布屈折率マトリクスであり、 N で表わす。また $n(0)$ はレンズの表面中心での最大屈折率、 g は集束定数でレンズの集光する能力を表わし、ロッドレンズの集束定数¹⁴⁾と同様なものである。 $\nu_{04}, \nu_{06}, \dots$ 等は展開係数である。

前回の報告¹⁰⁾では屈折率の2乗分布を半径方向については r の偶数べき乗、光軸方向については z のべき乗で展開した表現式を用いている。これは、文献10)のFig. 2で示したように、レンズの屈折率分布が半径方向に r^2 で減少する形に近いことと半径方向の分布の対

称性から r の偶数べき乗で展開し、深さ方向については一般的な展開を考えてべき乗で展開したものである。これに対し、今回著者らは式(1)のように r と z に関して偶数べき乗の展開式を用いた。これは、今回測定したレンズが電界移入法¹⁵⁾により製作したレンズのため、**Fig. 3** に示すように球対称性がよく、半径方向、深さ方向の両方に距離の2乗に比例して減少する成分の多い屈折率分布を持つため、この表現式のほうが近似がよいと考えられるからである。

次に式(1)では無限次の分布屈折率マトリクスによる表現を用いたが、実際のレンズの3次元屈折率分布を決定するためには自由度を減らさねばならない。ここでは6次の分布屈折率マトリクスによる表現式である式(2)を用いた。これと比較のため式(3)に通常の r と z についてべき乗で展開した式(2)と同じ自由度を持つ表現式を示す。

$$n^2(r, z) = n^2(0) \{1, (gz)^2, (gz)^4, (gz)^6\} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & \nu_{04} & \nu_{06} \\ \nu_{20} & \nu_{22} & \nu_{24} & \nu_{26} \\ \nu_{40} & \nu_{42} & \nu_{44} & \nu_{46} \\ \nu_{60} & \nu_{62} & \nu_{64} & \nu_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ (gr)^2 \\ (gr)^4 \\ (gr)^6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$n^2(r, z) = n^2(0) \{1, gz, (gz)^2, (gz)^3\} \times \begin{bmatrix} 1 & \nu_{01} & -1 & \nu_{03} \\ \nu_{10} & \nu_{11} & \nu_{12} & \nu_{13} \\ \nu_{20} & \nu_{21} & \nu_{22} & \nu_{23} \\ \nu_{30} & \nu_{31} & \nu_{32} & \nu_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ gr \\ (gr)^2 \\ (gr)^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

次に式(2)の6次の分布屈折率マトリクスの各係数および比較のため示した式(3)のべき乗の展開式におけるマトリクスの各係数、それに各 $n(0), g$ の値を屈折率分布データから決定する。方法は、各測定点の座標 (r, z) と屈折率の2乗 $n^2(r, z)$ のデータの組を用い、最小2乗法により各測定値と得られた屈折率分布との残差が最小になるように連立方程式を解いてマトリクスの各係数および $n(0), g$ の値を決める。**Fig. 3**の干渉縞から求めたデータを用いて式(2), (3)の各係数を決定した結果をそれぞれ式(4), (5)に示す。

$$n(0) = 1.81 \\ g = 0.849 \text{ [mm}^{-1}\text{]} \\ N = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3.24 & -9.55 \\ -1.04 & 8.42 & -51.4 & 12.5 \\ 3.75 & -39.2 & 30 & 600 \\ -9.82 & 5.7 & 220 & -2000 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$n(0) = 1.82 \\ g = 0.787 \text{ [mm}^{-1}\text{]}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -0.00239 & -1 & 0.00486 \\ -0.358 & 0.110 & 1.48 & 0.52 \\ 1.28 & 0.00704 & -9.0 & -7.1 \\ -3.06 & -0.51 & 7.4 & 15 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで約240のサンプル点におけるデータを用いた。式(4), (5)を式(2), (3)に代入すると定式化された平板マイクロレンズの3次元屈折率分布が得られる。

ここで屈折率分布の表現式(2), (3)の精度を比較するため、各表現式を用いて係数を求める際の残差誤差の平均値 $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_i (n^2(r_i, z_i) - n_i^2)^2 / m}$ を求めた。ここで m は測定点の個数、 (r_i, z_i) 、 n_i は i 番目の測定点の座標と屈折率である。結果は式(2)の場合 $\bar{\varepsilon} = 3.9 \times 10^{-3}$ 、式(3)の場合 $\bar{\varepsilon} = 9.6 \times 10^{-3}$ であった。このことから平板マイクロレンズの屈折率分布表現としては式(2)の表現法は式(3)に比べてより正確であると考えられる。

次に式(2)のように6次の分布屈折率マトリクスを用いた表現式に対して、式(2)と同様 r と z について偶次べき乗の展開であるが、次数を4次までとした、4次の分布屈折率マトリクスを用いた表現式との比較を行なった。この式を用いて決定された4次の分布屈折率マトリクスおよび $n(0), g$ は式(6)のように表わせる。

$$\begin{aligned} n(0) &= 1.80 \\ g &= 0.608 \text{ [mm}^{-1}\text{]} \\ N &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4.04 \\ -0.929 & 2.62 & -140 \\ -3.57 & -96 & 780 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

この場合 $\bar{\varepsilon} = 6.7 \times 10^{-3}$ であった。これより6次の分布屈折率マトリクスによる表現式のほうが4次までのものより近似精度が高いと考えられる。分布屈折率マトリクスの6次よりさらに高次のものを用いた表現式を使えば近似精度はさらに上がると考えられるが、計算機によって解く連立方程式の次元数が、25以上と大きくなるため数値計算上の工夫が必要となる。このため今回の報告では、式(2)の表現式を用いて光線追跡を行なった。

また式(2), (4)による平板マイクロレンズの屈折率分布を3次元的に表わしたのが Fig. 4 である。縦軸は基板との屈折率差 Δn 、横軸は半径方向の距離 r と光軸方向の距離 z を表わす。この図より屈折率の変化がレンズの中心部でゆるく周辺部で急峻な上に凸の分布になっていることがわかる。

4. 光線追跡

レンズの屈折率分布が座標の関数として表わされると、光線方程式を用いて数値的に光線追跡が可能とな

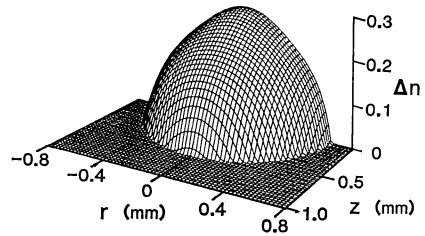


Fig. 4 Index profile of a planar microlens.

る。ここでは平板マイクロレンズの基礎的光学特性を調べるために、子午の光線のみについて光線追跡を行なった。ここで子午の光線に対する光線方程式として式(7)を用いた^{2,16)}。

$$\begin{aligned} \ddot{r} + \frac{1}{n^2} (1 + \dot{r}^2) \dot{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} n^2 \right) \\ - \frac{1}{n^2} (1 + \dot{r}^2) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} n^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中のドットは、距離 z に関する微分を表わす。式中の n^2 には、式(2), (4)で表わされる分布屈折率マトリクス表現式を用いた。また、式(7)中の $n^2(r, z)$ の z 微分、 r 微分の部分は式(2), (4)の表現を用いることにより簡単になる。これを式(8), (9)にそれぞれ示す。これらの式を使うと光線追跡が容易となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} n^2(r, z) \\ = n^2(0) \{ 0, 2g^2z, 4g^4z^3, 6g^6z^5 \} (N) \begin{bmatrix} 1 \\ (gr)^2 \\ (gr)^4 \\ (gr)^6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} n^2(r, z) \\ = n^2(0) \{ 1, (gz)^2, (gz)^4, (gz)^6 \} (N) \begin{bmatrix} 0 \\ 2g^2r \\ 4g^4r^3 \\ 6g^6r^5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

光線の入射条件はレンズの分布屈折率領域に光線が入射する位置での高さで決め、分布屈折率領域内の計算における初期値とする。この部分は、ルンゲ・クッタ・ジル法により、光軸方向に一定のきざみ幅進むごとに光線の光軸からの距離 r および傾き dr/dz を式(7)を解きながら決定していく。分布屈折率領域と外部との境界での計算法は、式(2), (4)で表わされるような屈折率分布が連続して変化しているところでは、ガラス基板の屈折率と等しくなったところ、屈折率が不連続に変化するところでは不連続部分を境界として計算を行ない、不連続な境界部分ではスネルの法則を適用する。また均

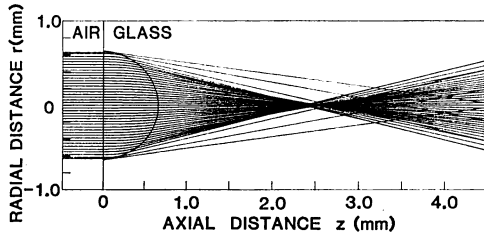


Fig. 5 Ray trajectories for a single lens.

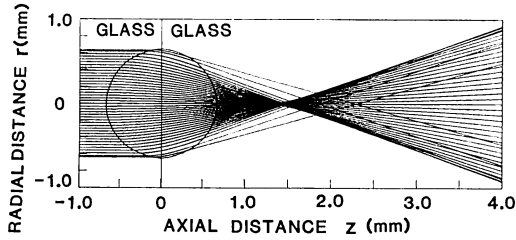


Fig. 6 Ray trajectories for a stacked lens.

一媒質中では光線は直進するとする。

このようにして平板マイクロレンズ内の光線軌跡が得られる。また、同じレンズを積層した光回路についても同様な手法で光線追跡が可能となる。Fig. 5, 6に平行入射光に対する平板マイクロレンズの光線軌跡を示す。

Fig. 5は単レンズの場合、Fig. 6は組合せレンズの場合である。いずれも入射光線本数は20本、計算時のきざみ幅 $1\mu\text{m}$ である。ここできざみ幅が $1\mu\text{m}$ と比較的小さい値なのは、レンズの分布屈折率領域と外部との境界での光線の位置、傾きの決定に対して精度が必要なためである。境界の前後の部分だけきざみ幅を小さくする工夫をすれば、きざみ幅はもっと大きくとれると考えられるがここでは検討していない。このようにして得られた光線軌跡を用いると、平板マイクロレンズの収差特性等が評価できると考えられる。

次に光線追跡の精度について述べる。平板マイクロレンズの光線追跡の精度を考えるとき、誤差の生じる要因として、屈折率分布測定用レンズ試料の切り出し位置、試料厚みの研磨精度・一様性、干渉縞の幅による読取り誤差、サンプリング点のとり方、分布屈折率マトリクス表現を用いたことによる近似度、光線方程式の解の計算精度等があるが、試料レンズの屈折率分布表現式がどこまで高精度に求まるかに光線追跡が左右されるため、分布屈折率マトリクスの次数、および薄板試料の厚みゆらぎに主として左右されると考えられる。

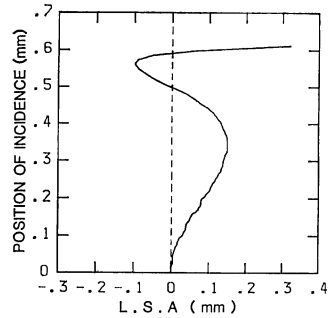


Fig. 7 Longitudinal spherical aberration (L.S.A.) versus the position of incidence.

5. レンズの球面収差

平板マイクロレンズの光線軌跡を計算することによりレンズの収差特性が得られる。ここでは、最も基本的な球面収差を調べた。Fig. 7に、Fig. 5の光線軌跡から得られた縦収差特性を示す。縦軸がレンズ面上での入射位置、横軸が縦収差を表わす。ここでレンズの半径は 0.67mm である。近軸光線に対する球面収差は、入射位置がレンズ半径の49% (0.33mm) のところで一度大きくなったあと、半径の84% (0.56mm) 付近で負の最大値をとり、それより外側で急激に増大する。この特性によりこのレンズの収差を小さくして有効な開口数 N.A. を大きくするためには、Fig. 7でプラス収差が大きくなっている、レンズの半径の半分ほどの部分およびレンズの周辺部分において、屈折率分布をより急峻にすればよいと考えられる。

6. ま と め

平板マイクロレンズの3次元屈折率分布表現方法として、分布屈折率マトリクス表現を改良してレンズの半径方向、深さ方向に関して偶数べき乗で展開した。これによって離散的な測定値を分布屈折率マトリクス表現式のような解析的な表現で近似する場合の精度を向上させた。この形の表現式を用いると、レンズの屈折率表現は小数点以下3桁程度まで有効と考えられる。また、3次元屈折率分布の測定精度を厚みゆらぎの改善により前回の報告¹⁰⁾に比べて向上させた。これらのことからレンズの3次元屈折率分布がより精度よく求められた。これより、平板マイクロレンズの光線追跡の精度がより向上したと考えられる。

また平行入射光に対する光線追跡を行ない、光線軌跡より球面収差特性を求めた。これよりレンズの評価が可能であることを示した。

日頃からご指導いただく本学田幸敏治, 末松安晴両教授, 分布屈折率光学に関し 討論いただいている日本板硝子(株)研究所北野一郎, 小泉健, 山崎哲也, 西沢紘一各氏, 横浜国大國分泰雄助教に感謝する.

文 献

- 1) M. Oikawa, K. Iga, T. Sanada, N. Yamamoto and K. Nishizawa: Jpn. J. Appl. Phys., **20** (1981) L296.
- 2) M. Oikawa and K. Iga: Appl. Opt., **21** (1982) 1052.
- 3) G. D. Khoe, H. G. Kock, J. A. Luijendijk, C. H. J. van den Brekel and D. Küppers: *7th Eur. Conf. Opt. Commun., Technical Digest* (The Electromagnetics Institute, Technical University of Denmark, Copenhagen, 1981) p. 7. 6.
- 4) K. Iga, M. Oikawa, S. Misawa, J. Banno and Y. Kokubun: Appl. Opt., **21** (1982) 3456.
- 5) M. Oikawa, K. Iga and S. Misawa: Electron. Lett., **18** (1982) 316.
- 6) M. Oikawa, K. Iga, S. Misawa and Y. Kokubun: Appl. Opt., **22** (1983) 441.
- 7) 及川正尋, 伊賀健一, 三沢成嘉, 臼井哲男, 森永素安, 國分泰雄: 昭和 58 年度電子通信学会全国大会講演論文集 1038 (1983) p. 4-124.
- 8) M. Oikawa, K. Iga and M. Morinaga: Jpn. J. Appl. Phys., **22** (1983) L 386.
- 9) D. T. Moore: J. Opt. Soc. Am., **65** (1975) 451.
- 10) S. Misawa, M. Oikawa and K. Iga: Jpn. J. Appl. Phys., **9** (1982) L 589.
- 11) Y. Kokubun and K. Iga: Appl. Opt., **21** (1982) 1030.
- 12) Y. Kokubun and K. Iga: *Top. Meet. Gradient-Index Opt. Imaging Syst., Technical Digest* (Optical Society of America, Washington, D. C., 1981) p. MD 4.
- 13) K. Iga: Appl. Opt., **21** (1982) 988.
- 14) K. Iga: Appl. Opt., **19** (1980) 1039.
- 15) M. Oikawa, K. Iga and T. Sanada: Electron. Lett., **17** (1981) 452.
- 16) E. W. Marchand: *Gradient Index Optics* (Academic Press, New York, 1978) p. 99.