

研究**非球面検査のためのゾーンプレート干渉計****基本三構成モードの特性および精度解析**

中 島 一 敏

大阪工業技術試験所 〒563 池田市緑ヶ丘 1-8-31

(1985年4月9日受理)

Holographic Zone Plate Interferometer for Testing Aspheric Surfaces**Analysis of Performance and Characteristics of Three Basic Configurations**

Kazutoshi NAKAJIMA

Government Industrial Research Institute, Osaka,
1-8-31, Midorigaoka, Ikeda 563

A generalized form of the zone-plate interferometer for testing aspheric surfaces is described. It involves the use of computer-generated zone plates to produce aspheric wavefronts. Three basic configurations, or modes, are presented and discussed both theoretically and experimentally. To analyze the performance and characteristics of the interferometer, computer software to simulate all the three modes on the basis of wave optics has been developed. By means of the interference patterns calculated, the performance of the systems can directly be evaluated. The results are; (1) when the zone plate of aperture determined by geometrical optics is used, the phenomenon of fringe distortion due to diffraction effect occurs in the peripheral zone of a surface being tested in each mode, and (2) the fringe distortion can be corrected by using the zone plate whose aperture is 5-10% larger than that determined by geometrical optics. It is concluded that testing with an rms error of less than 0.01 wave-length is attainable in any mode. Experimental results verify the analysis and confirm the high quality performance of the interferometry.

1. はじめに

近年、光学素子・光学系に対するニーズは拡大多様化している。従来の球面光学系の設計製作技法は、自動設計法の実用化と相まって著しい発達をなし遂げたが、一方で軽量かつ高機能の光学系に対する要求が高まっており、収差補正が効率よく行なえる非球面の実用化へ向けての技術開発が課題となっている。その一つに、加工面の形状測定法の確立が挙げられ、新しい方式がいろいろ提案されている現状である。それらのうちで、球面に対してニュートン検査法が一般化しているように、干渉測定法は高精度計測に欠かせない手段を提供する。非球面の形状測定法として、トワイマン・グリーン干渉計に計算機プログラムを用いる方法が注目されている。ただし現実には、高精度・高分解能のプログラム作成装置が必要

要となるのは当然として、さらに、プログラムを計算するためには干渉計の光学データが既知でなければならぬこと、また実験上では被検面およびプログラムのセッティングが複雑になるといった問題点もある。これは干渉計中で光束発散用のレンズが被検面とプログラム間に介在することに帰因するものである。

一方、Murty の提案したフレネル・ゾーンプレート(FZP)を用いるコモンパス干渉計¹⁾は、被検球面鏡の曲率中心面に一対の FZP を用いるもので、FZP が波面分割作用と同時に光束発散作用も行なうため、被検面と FZP 間に光学系がいっさい介在しない。このため、干渉光学系が単純でセッティングも容易となり、振動に対しても安定となる。Smartt は1枚の FZP を用いた球面検査のためのゾーンプレート干渉計を提案し、3種類の干渉計構成、mode 1～mode 3、がとれることを報告

した²⁾。Murty の干渉計を非球面の検査に応用することが試みられた³⁻⁶⁾。

前報⁷⁾において、われわれはゾーンプレート干渉計のうち、mode 2 (および mode 3) を一般化して計算機で作成した一枚の原器ゾーンプレート (Mzp) を用いた非球面検査のための干渉計を報告した。同時に、幾何光学に基づいた干渉縞の形成に関する解析を行ない、形状誤差の正負の判別法、簡便なセッティングの方法、Mzp の製作誤差と測定誤差の関係などを導いた。ただし、mode 3 についての実験報告は行なっていない。

ところで、干渉計の心臓部といえるホログラフィック・ゾーンプレートは光の回折を利用した微小な光学素子であるから、干渉計の測定精度に関しては光の波動性を抜きにして議論することはできない。とくに、干渉計口径の周辺部では波動性が顕著になり、そのために干渉縞の周辺部では幾何光学によるものとは異なった結果が得られると予測される。さらに、干渉計各モード間の特性比較、最適なゾーンプレートの設計解析といった問題を含めて干渉計の精度・特性評価は、幾何光学では取り扱えず波動光学による解明が不可欠である。

本論文は、非球面検査のためのゾーンプレート干渉計の測定精度および特性の解析を主テーマとし、干渉計の全基本構成モード、mode 1～mode 3、について理論・実験両面から論ずるものである。このため、最初に、全面を一度に測定できノイズ光がほぼ完全に除去できる、mode 1 の新しい測定法を提案する。つぎに、波動光学に基づいて干渉計の解析を行なうために、原器ゾーンプレートおよび被検面から構成される干渉計の行程に回折積分式を展開し、テスト波および規準参照波の計算式を導き、最終的に被検面上に観察される干渉縞を求める計算式が与えられる。これらに基づいて作成された計算機シミュレーションプログラムを用いて、干渉計の詳細な解析が行なわれる。まず、被検試料面のデータから幾何光学的に決定される口径サイズの原器ゾーンプレートを用いた場合には、被検面（またはその投影観察面）の周辺部で干渉縞に歪曲現象が生じること、歪曲の大きさおよび向きは、すべてのモードで同一ではないことが解明される。しかし、つぎに、ゾーンプレートの口径を上述の幾何光学的に決まるサイズより若干 (5~10%) 大きく作成しておくことにより、すべてのモードでこの歪曲現象が除去され、理論上どのモードにおいても、0.01 波長 (rms 値) 以上の高精度測定が可能となることが示される。一方、干渉縞の特徴として、縞本数に無関係に通常は、mode 1 では被検面の中心を明縞が通過し、

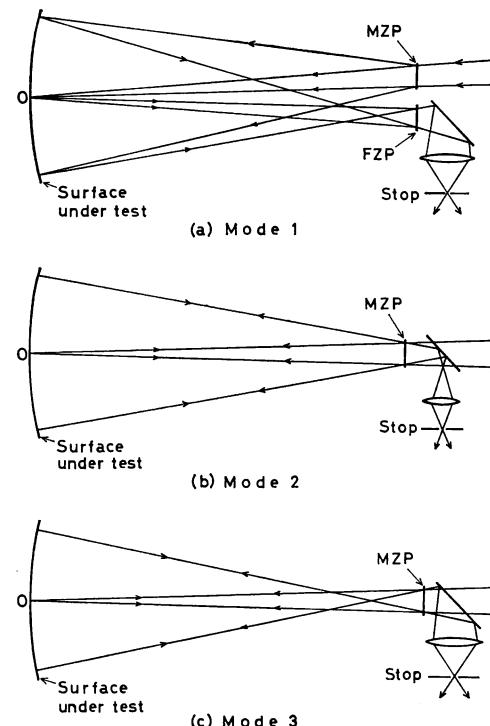


Fig. 1 Three basic configurations of the interferometer. (a) mode 1, (b) mode 2, and (c) mode 3. Mzp is a zone plate for reconstructing an aspheric wavefront in each mode, and Fzp for a spherical one.

mode 2 および mode 3 では暗縞が中心を通過することが示される。以上の解析結果は、球面および放物面を用いて行なわれた実験によって確認される。

2. ホログラフィック・ゾーンプレート干渉計

非球面検査のためのゾーンプレート干渉計の3種類の構成図を Fig. 1(a), (b), および(c)に示す。これらは、ゾーンプレートの配置位置によって区別されており、それぞれ、mode 1, mode 2 および mode 3 と呼ぶこととする。ここで、計算機で作成したゾーンプレートのうち、非球面波を再生する素子を Mzp と記し、球面波を再生するものを Fzp と記すことにする。ただし、Fzp は古典的なフレネルゾーンプレートを意味しない。Mode 1 では、被検面の曲率中心面上に、Mzp と Fzp の対を互いに光軸に関して共役位置に配置することにより全面のヌル・テストが実現される。一方、mode 2 では曲率中心の前方に、また mode 3 では曲率中心の後方に、それぞれ1枚の Mzp を用いることによりヌル・テストが実施できる⁷⁾。

Fig. 1(a)に示す mode 1において、被検面の中心Oに焦点を結ぶ球面波で MZP を照明すれば、MZP からの -1 次回折成分^{*1}は所望の非球面波を再生し被検面全体に広がる。一方、0次成分は中心Oに焦点を結ぶ。ここで、 -1 次回折波は非球面での反射により球面波に変換され、一度焦点を結んだ後 FZP に達し、その0次成分として取り出される。この $(-1, 0)$ 成分をテスト波と呼ぶことにする。一方、中心Oで反射し、FZP で -1 次回折した波面、すなわち $(0, -1)$ 成分は完全な参照球面波を形成し、テスト波とともに空間フィルタを通して取り出され干渉縞を作る。テスト波、参照波がともに球面波だから、空間フィルタのピンホール径を十分小さくしてノイズ光を除去できる。

ところで、上の説明とは逆に、FZP → 被検面 → MZP の経路を用いることも可能である。ただし、この場合には最終的に非球面波同士の干渉となるため、空間フィルタリングの点で不利と思われる。

Mode 2 および mode 3 では、テスト光が被検面に垂直に入射するので、反射の前後で同一の光路をとる。詳細は文献 7)を参照いただきたい。

3. 波動光学による干渉計の解析

本章では、ゾーンプレート干渉計において形成される干渉縞を波動光学理論により求めるために、回折積分に基づく計算式を導く。ただし、数値解析を容易にするために y 成分は一定とし、2次元的波動場として取り扱うこととする。

3.1 解析計算の手順

干渉計を通しての回折積分計算式を導く上で、干渉計を展開した形で与えると理解しやすくなる。**Fig. 2(a)** に mode 1 の、**Fig. 2(b)** に mode 2 の展開図を示す。以下、mode 3 は mode 2 とまったく同様に取り扱えるので、mode 2 で代表されることにする。**Fig. 2(b)** で S_1 面と S_4 面、 S_2 面と S_3 面は実際には同一面であり、それぞれ MZP 面および非球面を指す。**Fig. 2(a)** の mode 1 では、 S_2 面および S_3 面としてそれぞれ面 G_a および面 G_s を用いる。面 G_a および面 G_s は、原点Oを通る幾何光学で定義される波面であって、波面 G_a は非球面で反射されて球面波 G_s となり、点 $F(0, z_1)$ に焦点を結ぶ事実から、それらの形状を求めることができる ((34), (35)式参照)。また、**Fig. 1(a)**において、MZP および FZP から非球面の中心Oを見る角度は十

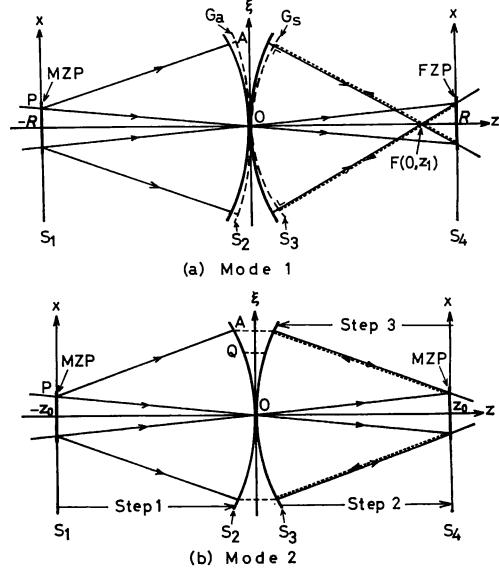


Fig. 2 Expansion of the interferometer to illustrate the procedure for analyzing the performance of the systems. (a) mode 1, (b) mode 2 (and mode 3).

分小さく、それらを **Fig. 2(a)** のように光軸上に配置しても同じ結果になるものとする。この展開により光波は左から右へ一方向に進行することになる。

干渉計の回折積分計算を次の三つの過程に分けて行なう。

〈ステップ 1〉: S_1 面から S_2 面へ,

〈ステップ 2〉: S_3 面から S_4 面へ,

〈ステップ 3〉: S_4 面から S_3 面（観察面）へ。

ここで、〈ステップ 3〉では、逆回折積分により被検面上に形成される虚の光波場を求める。このようにして求めたテスト波および規準参照波により形成される虚の干渉縞は、眼視によって被検面上に観察されるものに相当する。あるいは、投影レンズを用いて適当なスクリーン上に実の干渉像を結ばせることができる。

上の過程を実行していくうえで、基礎となる回折積分公式として次式を使用する (**Fig. 3**)。

$$V(P) = \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{\lambda z_0}} \int_{-\infty}^{\infty} V(P_0) \exp(iks) dx_0 \quad (1)$$

ここで、 $V(P)$ は観測点 P における複素振幅、 $V(P_0)$ は点 O を通る任意の面 Γ_0 上の複素振幅、 $s = \bar{P}_0 P$ 、 $k = 2\pi/\lambda$ 、 λ は波長である。 y 成分は一定とし、時間因子は $\exp(-i\omega t)$ とする。(1)式の導出には文献 8)を参考にした。一方、逆回折積分は容易に証明できるよう、次式で与えられる。

*1 本論文では便宜上、発散状の再生波を -1 次成分と呼ぶこととする。

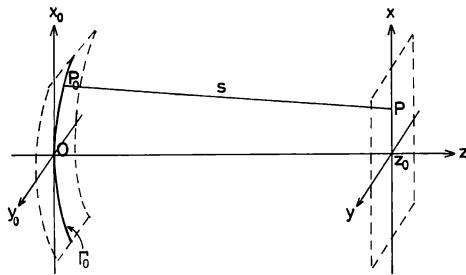


Fig. 3 Illustration of the diffraction integral in the two-dimensional field.

$$V(P_0) = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{\lambda z_0}} \int_{-\infty}^{\infty} V(P) \exp(-iks) dx \quad (2)$$

3.2 干渉計への回折積分式の展開

回折積分(1), (2)式を基礎にして、干渉計の回折積分式を展開する。本節では、MZPからの全回折成分を含んだ一般式を導く。

3.2.1 MZP の振幅透過関数

MZP の振幅透過関数 $\tilde{H}(x)$ は、

$$\tilde{H}(x) = \sum_m \frac{\sin(2\pi m q)}{m\pi} \exp[imk(g-g_0)] \quad (3)$$

で与えられる⁷⁾。(3)式でゾーン幅 $2q=1/2$ とすれば、 m の偶数項は消える。また、 $m=0, \pm 1$ 、以外の項は不要であり、観察面での強度も十分弱くなりフィルタリングで除去できるので省略する。したがって、MZP の直徑を $2a$ とすれば、 $\tilde{H}(x)$ として次式を用いればよいことになる。

$$\tilde{H}(x) = H(x) \operatorname{rect}(x/2a) \quad (4)$$

ただし、

$$H(x) = H_0 + H_1(x) + H_1^*(x) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= 1/2 \\ H_1(x) &= (1/\pi) \exp[ik(g-g_0)] \\ H_1^*(x) &= (1/\pi) \exp[-ik(g-g_0)] \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

$$\operatorname{rect}(x/2a) = \begin{cases} 1 & (|x| \leq a) \\ 0 & (|x| > a) \end{cases}$$

(5a)式で、 g および g_0 は x の関数であって、次式で与えられる ($g(x)$) の具体的な式は 3.6 節参照)。

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= [AP] \\ g_0(x) &= [OP] = z_0 + x^2/2z_0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、P は MZP 上の点であり、A は mode 2 では非球面上の点であるが (Fig. 2(b))、mode 1 では面 G_a 上の点とする (Fig. 2(a))。A と P は同一光線上の点で、一対一に対応している。

3.2.2 回折積分式

〈ステップ 1〉：非球面の中心 O に焦点を結ぶ球面波 $V_0(x) = \exp[-ikg_0(x)]$ で MZP を照明するとき、MZP からの回折により非球面上の点 Q に生じる光波の複素振幅 $V_i(Q)$ は、(1), (4)式を用いて (Fig. 2(b))

$$V_i(Q) = C(z_0) \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(x-t) \exp[ik(s-g_0)] dx \quad (7)$$

ただし、ティルトを与えた干渉縞を求めるために、MZP を x 方向に微小量 “ t ” だけ移動してあり、また

$$C(z_0) = \exp(-i\pi/4)/\sqrt{\lambda z_0} \quad (8)$$

である。(7)式で、 $s = \overline{PQ}$ であって

$$s = s(x, \xi) = g_0(x) - \xi x/z_0 + F(\xi) \quad (9)$$

$F(\xi)$ は ξ の偶数次の多項式とする (3.6 節参照)。(4) および (9)式を (7)式に代入して若干の変形を行なえば、次の結果を得る。

$$V_i(Q) = V(Q) \exp(-ikt\xi/z_0) \quad (10)$$

ただし、

$$V(Q) = C(z_0) \int_{-a}^a H(x) \exp[ik(s-g_0)] dx \quad (10a)$$

$V(Q)$ は $t=0$ のときに得られる複素振幅である。

〈ステップ 2〉： S_3 面上の光波は S_2 面上と同一であるから、 S_4 面における複素振幅 $V_i(x, z_0)$ は、(10)式の $V_i(Q)$ を (1)式に代入して

$$V_i(x, z_0) = C(z_0) \int_{-h}^h V(Q) \exp(-ikt\xi/z_0) \exp(iks) d\xi \quad (11)$$

ただし、非球面の口径を $2h$ とする。上式中の s は (9) 式で与えられ、これを次のように

$$s = s(x+t, \xi) - xt/z_0 + \xi t/z_0$$

と変形して (11)式に代入すれば、次の結果を得る。

$$V_i(x, z_0) = V(x+t, z_0) \exp(-ikt x/z_0) \quad (12)$$

ただし、

$$V(x, z_0) = C(z_0) \int_{-h}^h V(Q) \exp(iks) d\xi \quad (12a)$$

$V(x, z_0)$ は $t=0$ のときに得られる複素振幅である。

〈ステップ 3〉：逆回折積分(2)式を用いて、被検面(観察面)上に形成される虚の光波場 $V_i'(Q)$ を求めるために、(2)式中の $V(P)$ として、mode 2 では MZP (mode 1 では FZP) の透過直後の光波を用いる。この光波の複素振幅は (4), (12)式から、 $\tilde{H}(x-t)V(x+t, z_0) \times \exp(-ikt x/z_0)$ となるので、これを (2)式に代入して

$$V_i'(Q) = C^*(z_0) \int_{-a+t}^{a+t} H(x-t) V(x+t, z_0)$$

$$\times \exp(-ikt x/z_0) \exp(-iks) dx \quad (13)$$

ここで、

$$C^*(z_0) = \exp(i\pi/4)/\sqrt{\lambda z_0}$$

つぎに、上で導いた(10)～(13)式中の H にそれぞれ(5)式の該当項を代入し、テスト波と参照波それぞれの計算式を求める。これにより、(13)式はティルトによる位相項が分離された形で与えられる。なお、〈ステップ2〉までは、 $t=0$ のときの光波場を求めておけばよいことが明らかとなった。

3.3 テスト波

テスト波成分は、(10a)式および(13)式中の $H(x)$ にそれぞれ(5a)式の $H_1^*(x)$ および H_0 を用いることにより求められる。テスト波成分を $V^T(\cdot)$ のように記すことにすれば、(10a)式から

$$V^T(Q) = \frac{C(z_0)}{\pi} \int_{-a}^a \exp[ik(s-g)] dx \quad (14)$$

つぎに、(12a)式に $V^T(Q)$ を代入して

$$V^T(x, z_0) = C(z_0) \int_{-h}^h V^T(Q) \exp(iks) d\xi \quad (15)$$

よって、観察面（被検面）上に形成されるテスト波は、(13)式に H_0 , $V^T(x+t, z_0)$ および(9)式の s を代入して変形整理すれば、最終的に次式で与えられる。

$$V_{t'}^T(Q) = V^T(Q) \exp(-ikt\xi/z_0) \quad (16)$$

ただし、

$$V'^T(Q) = \frac{1}{2} C^*(z_0) \int_{-a+2t}^{a+2t} V^T(x, z_0) \exp(-iks) dx \quad (17)$$

(16)式から MZP を x の正方向に ($t>0$) 移動すれば、テスト波には負のティルトが加わることがわかる。

3.4 規準参照波

規準参照波を求めるために、(10a)式および(13)式中の $H(x)$ にそれぞれ(5a)式の H_0 および $H_1(x)$ を用いる。参照波成分を $V^R(\cdot)$ のように記す。(10a)式から

$$V^R(Q) = \frac{1}{2} C(z_0) \int_{-a}^a \exp[ik(s-g_0)] dx \quad (18)$$

(18)式を(12a)式に代入して、

$$\begin{aligned} V^R(x, z_0) &= \frac{1}{2} [C(z_0)]^2 \int_{-h}^h \int_{-a}^a \\ &\times \exp[ik(s'-g_0')] \exp(iks) dx' d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、参照波成分は非球面の中心Oに焦点を結んでいるから、上式中の s , s' には(9)式で ξ^4 項以上を省略した次の s_0, s_0' を用いればよい。

$$s_0 = g_0(x) - \xi x/z_0 + (R-z_0)(\xi^2/2Rz_0) \quad (20)$$

ただし、 s_0' は(20)式で x を x' と置いたものであり、 $g_0' = g_0(x')$ とする。また、同様の理由で ξ に関する積

分の上、下限を $\pm h \rightarrow \pm \infty$ と置き換えることができる。

これらを(19)式に代入して計算を行ない、

$$V^R(x, z_0) = \hat{V}^R(x, z_0) \exp(ikg_0) \quad (21)$$

とおけば、

$$\begin{aligned} \hat{V}^R(x, z_0) &= \frac{1}{2} \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{i}{\varepsilon}} \int_{-a}^a \exp[-i\pi(x \\ &+ x')^2/\varepsilon] dx' \end{aligned} \quad (22)$$

を得る。ただし、

$$\varepsilon = 2\lambda z_0(R-z_0)/R \quad (23)$$

(22)式は ε の値によって以下の三つのケースに分けられる。

① $z_0=R$ (mode 1) のとき、 $\varepsilon=0$ となり、(22)式から次の結果を得る。

$$\hat{V}^R(x, R) = (1/2) \exp(-i\pi/2) \text{rect}(x/2a) \quad (24)$$

② $z_0 < R$ (mode 2) のとき、 $\varepsilon > 0$ となり

$$\hat{V}^R(x, z_0) = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{-\varepsilon}} \int_{-a}^a \exp[-i\pi(x+x')^2/\varepsilon] dx' \quad (25)$$

③ $z_0 > R$ (mode 3) のとき、 $\varepsilon < 0$ となり、 $\sqrt{i/\varepsilon} = \exp(-i\pi/4)/\sqrt{-\varepsilon}$ となるから

$$\hat{V}^R(x, z_0) = \frac{\exp(-i3\pi/4)}{2\sqrt{-\varepsilon}} \int_{-a}^a \exp[-i\pi(x+x')^2/\varepsilon] dx' \quad (26)$$

以上から、観察面（被検面）上に形成される規準参照波は、(13)式に $H_1(x-t)$, $V^R(x+t, z_0)$ および(9)式の s を代入して変形整理すれば、最終的に次式で与えられる。

$$V_{t'}^R(Q) = V^R(Q) \exp(ikt\xi/z_0) \quad (27)$$

ただし、

$$V'^R(Q) = \frac{C^*(z_0)}{\pi} \int_{-a}^a \hat{V}^R(x+2t, z_0) \exp[-ik(s-g)] dx \quad (28)$$

(27)式から、MZP を x の正方向に ($t>0$) 移動すれば、規準参照波にはテスト波とは逆に、正のティルトが加わることがわかる。これは、規準参照波は S_4 面において MZP (または FZP) からの再生波として得られるが、MZP (または FZP) の中心が $x=t$ にあって、これが再生波の主光線となるからである。

3.5 干渉縞

被検面上に観察される干渉縞 $I(Q)$ は、(16)式のテスト波および(27)式の規準参照波から、

$$I(Q) = \alpha(Q) \{1 + \beta(Q) \cos[2kt\xi/z_0 + \phi_R(Q) - \phi_T(Q)]\} \quad (29)$$

で与えられる。ただし

$$\alpha(Q) = |V'^T(Q)|^2 + |V'^R(Q)|^2$$

$$\beta(Q) = 2|V'^T(Q) \cdot V'^R(Q)|/\alpha(Q)$$

とし、 $\phi_R(Q)$ および $\phi_T(Q)$ はそれぞれ $V'^R(Q)$ および $V'^T(Q)$ の位相項とする。(29)式の $I(Q)$ は η 軸方向には一定であるから、 ξ 軸方向の干渉縞プロファイルを与える。 η 軸方向にティルトを与えて作成した干渉縞図形は次章の(40)式で与えられる。ゾーンプレートの横移動量 t と直径当りの干渉縞の本数 m との関係は次式となる。

$$t = (\lambda z_0 / 4h)m \quad (30)$$

3.6 $g(x)$ および $s(x, \xi)$ の展開式

3.3～3.5 節で導いた計算式により数値解析を実行するためには、 $g(x)=[AP]$ および $s(x, \xi)=\bar{P}\bar{Q}$ を具体的に求めておく必要がある。ここでは、2次曲面に対しても $(\xi/R)^4$ 項まで展開した結果を示す。非球面の形状を

$$\zeta = \xi^2/2R + e\xi^4/8R^3 \quad (31)$$

で与える。ここで、 R は近軸曲率半径であり、 $e=1$ は球面、 $e=0$ は放物面、 $e>1$ および $0 < e < 1$ は楕円面、 $e < 0$ は双曲面を表わす。

mode 2 および mode 3 に対しては、

$$g = z_0 - (1/2)(R-z_0)[\xi(x)/R]^2 - (1/8)[(2+e)R - (4e-1)z_0][\xi(x)/R]^4 \quad (32)$$

$$s = z_0 + x^2/2z_0 - \xi x/z_0 + [(R-z_0)/2Rz_0]\xi^2 + [(R-ez_0)/8R^3z_0]\xi^4 \quad (33)$$

一方、mode 1 に対しては、 g および s は面 G_a および G_s を基準とし (Fig. 2(a)), それらは

$$\text{面 } G_s : z = \xi^2/2z_1 + \xi^4/8z_1^3 \quad (34)$$

$$\text{面 } G_a : -z = (1/R-1/2z_1)\xi^2 + (e/4R^3-1/8z_1^3)\xi^4 \quad (35)$$

で与えられるから、〈ステップ 1〉の(14)式では、

$$g = R + R(1-3R/2z_1 + R^2/2z_1^2)[\xi(x)/R]^2 + [(z_1-R/4)e - (1/8)(5z_1+R)][\xi(x)/R]^4 \quad (36)$$

$$s = R + x^2/2R - \xi x/R + [(R-z_1)/2Rz_1]\xi^2 + [(1-e)/4R^3 + (R-z_1)/8R^4]\xi^4 \quad (37)$$

であり、〈ステップ 2〉、〈ステップ 3〉の(15)、(17)および(28)式では次式となる。

$$g = R - (1/2)(z_1-R)[\xi(x)/z_1]^2 - (3/8)(z_1-R)[\xi(x)/z_1]^4 \quad (38)$$

$$s = R + x^2/2R - \xi x/R + [(z_1-R)/2Rz_1]\xi^2 + [(z_1-R)/8z_1^3R]\xi^4 \quad (39)$$

ここで、(32)、(36)および(38)式において、 $\xi(x)$ はそれぞれ光線の式から求めた ξ の3次方程式、(32 a)、(36 a)および(38 a)式の解であり、 x の関数として与えられ

る。

$$x = (R-z_0)(\xi/R) + (1/2)(R-ez_0)(\xi/R)^3 \quad (32 \text{ a})$$

$$x = (R-z_1)(\xi/z_1) + [(1-e)/R^2 + (R-z_1)/2z_1^3]\xi^3 \quad (36 \text{ a})$$

$$x = (z_1-R)(\xi/z_1) + (1/2)(z_1-R)(\xi/z_1)^3 \quad (38 \text{ a})$$

4. 数値解析

前章で導いたテスト波を求める(14)、(15)、(17)式および規準参照波を求める(24)～(26)、(28)式に基づいて、各ステップの複素振幅を順次求め、最終的に被検面上に観察される干渉縞を計算して表示する計算機プログラムを作成した。このようにして求めた干渉縞の、直線からズレ量からただちに、本干渉計測法に固有の測定誤差を求めることができる。

本章では、最初に、試料非球面データから幾何光学的に決まる口径サイズのゾーンプレートを用いた場合について解析し、その結果、干渉縞の周辺部で歪曲現象が生じることが示される。つぎに、幾何光学的サイズよりも5～10% 口径の大きいゾーンプレートを用いることにより、この歪曲現象が除去されることを示す。解析試料として、ここでは、口径 100 mm, F/4 の放物面 ($e=0$)、楕円面 ($e=2$)、および球面 ($e=1$) を用いる。積分計算の時間短縮を図るために、積分の出力側ではサンプル点数を適宜粗くとり、次のステップの積分計算の際には、計算精度を保障するために、内挿によりサンプル数を増す方法を用いた。ここでは、サンプル数は光軸の片側で積分計算が 500 点、出力側は 250 点とした。また、計算に用いた波長は、 $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ 。

4.1 幾何光学的に決定される口径サイズの原器ゾーンプレートを用いた場合

ゾーンプレートの口径 $2a$ を、光線の式(32 a)、(36 a)ないし(38 a)式から、 $\xi=h$ とおいて定めた場合について計算する。放物面に対するゾーンプレートのデータとして、

$$\text{mode 1: } z_1-R=-15, \text{ MZP の口径}=2.305, \text{ FZP の口径}=1.914$$

$$\text{mode 2: } z_0-R=-15, \text{ MZP の口径}=2.070$$

$$\text{mode 3: } z_0-R=18, \text{ MZP の口径}=2.054$$

を用いた。ただし、 $R=800$ (単位、mm)。

上記のデータを用いて得られた規準参照波およびテスト波の複素振幅を、それぞれ Fig. 4 および Fig. 5 に、幾何光学的に求めた振幅を付して示す。位相成分は光路長から求めたものとの差が示されている。また、ティルトによる位相項は分離されているので示されていない。

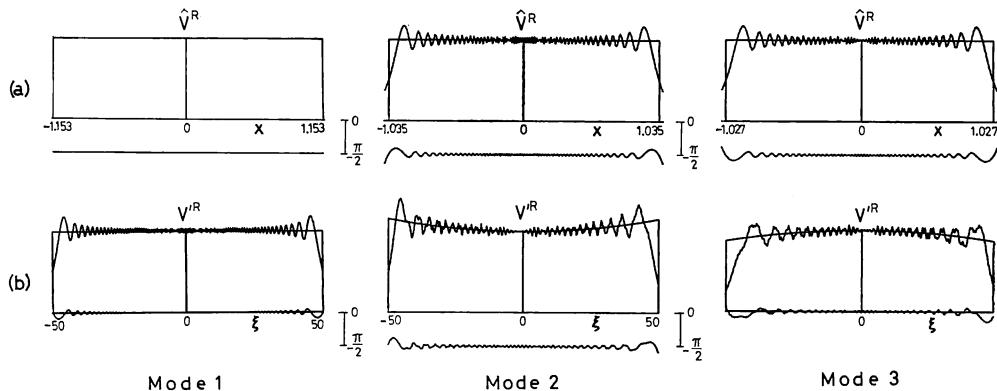


Fig. 4 Complex amplitudes of the reference waves of mode 1 – mode 3, (a) in S₄-planes in Fig. 2 and (b) the observation surfaces. The zone plates of apertures determined by geometrical optics are used. As for the phase, the difference from the optical path length is shown. The sample is a parabolic surface, where F number is 4.

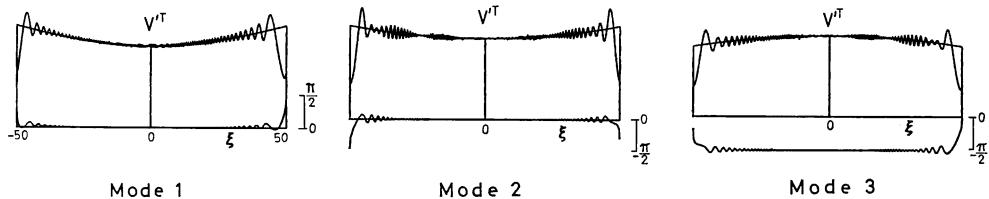


Fig. 5 Complex amplitudes of the test waves in the observation surfaces of the same systems as in Fig. 4.

Fig. 4(a)から、S₄面において参考波成分の位相が光路長から求めたものとは、 $-\pi/2$ 異なっている。このように、収束波が焦点を結んで発散波となるとき、位相のとびが生ずる現象は、phase anomaly⁹⁾と呼ばれる。また、mode 1($z_0=R$) では振幅が幾何光学によるものと同一になる。**Fig. 4(b)**から観察面（試料面）において、mode 1 および mode 3 で位相成分が $+\pi/2$ 戻っているのは、〈ステップ 3〉の逆回折過程において、光波がいったん虚の焦点を結び、 $+\pi/2$ の phase anomaly が生ずるからである。**Fig. 5** のテスト波についても同様である。また、観察面上の複素振幅が完全には左右対称になっていないのは、 $t \neq 0$ のためである。上の計算では干渉縞の本数を $m=5.8$ としたので、(30)式から、 $t \approx 15 \mu\text{m}$ である。以上の結果から(29)式により求めた干渉縞のプロファイルを **Fig. 6(a)~(c)**に、幾何光学的に求めたティルトがゼロのときの強度分布を付して示す。

Fig. 6 から、mode 1 では中心 $\xi=0$ で干渉縞の位相がゼロ、すなわち明縞になっているが、mode 2 では中心の位相が $-\pi/2$ となり、また mode 3 では逆に

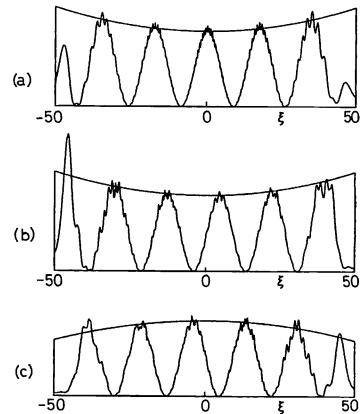


Fig. 6 Profiles of the interferograms obtained from Fig. 4 (b), Fig. 5, and Eq. (29). (a) mode 1, (b) mode 2, and (c) mode 3.

$+\pi/2$ になっていることがわかる。

回転対称面など 3 次元の場合には、回折積分は 2 重積分となり、phase anomaly が 2 次元場の場合の 2 倍となる。したがって、mode 1 では干渉縞パターンの中心を明縞が通ることに変りがないが、mode 2 では中心の

位相が $-\pi$ となり、mode 3 では $+\pi$ になる。ゆえに、mode 2 および mode 3 ではともに、中心を暗縞が通過することになる。

つぎに、同じく Fig. 6 から、干渉縞の強度は周辺部で低下するが暗縞（極小値）の位置は各モードとも非常に高精度であることがわかる。ただし、これらの干渉縞プロファイルからは周辺部での精度的なことは不明である。周辺部まで干渉縞の様子を明確に表示するために、便宜的に η 軸方向にティルトを与えた干渉縞图形を作成すればよい。すなわち、(29)式で ξ 軸方向のティルト $t=0$ とおき、代りに η 軸方向のティルト項 $2\pi\tau\eta$ （ τ は適当な任意の定数）を付与すれば、干渉縞の強度分布は

$$I(\xi, \eta) = \alpha(\xi) \{1 + \beta(\xi) \cos[2\pi\tau\eta + \phi_R(\xi) - \phi_T(\xi)]\} \quad (40)$$

となる。ただし、 $\alpha(\xi)$ 等は $t=0$ のときの $\alpha(Q)$ 等と同じものとする。

Fig. 7 に、(40)式を用いて作成した各モードの干渉縞图形を、暗縞の中心線を付して示す。 η 軸方向には周期的となるので、2周期分が示されている。試料面を含めすべてのデータは完全なものを用いているにもかかわらず、各モードとも周辺部で干渉縞が歪曲している。最大歪曲量は mode 1 が最小で、mode 2 が 0.08 フリンジ、mode 3 が 0.12 フリンジであり、楕円面の場合にも同様であった。また、球面を試料とした解析では、mode 1 の歪曲は無視でき、mode 2 と mode 3 の歪曲量は同一で最大 0.1 フリンジであった。

一方、歪曲の向きは、試料面の種類に無関係で、mode 1 と mode 3 では正方向へ歪曲し、mode 2 では負方向へ曲がる。ただし、上の例は(40)式でティルト τ の符号が正の場合である。ティルトの符号を変えると歪曲の向きは逆になる。球面鏡を用いた周辺歪曲現象の

観察実験は次章で与えられる。

4.2 幾何光学的口径より 5~10% 口径の大きい原器ゾーンプレートを用いた場合

前節で明らかにした干渉縞の歪曲現象は、光束の幾何光学的境界では波動性が顕著になることに由来する。したがって、ゾーンプレートの口径サイズを、試料面のデータから幾何光学的に決まる値より若干大きく作成しておけば、波動性の効果による干渉縞周辺部での歪曲現象が修正できると予測される。この予測のもとに口径を若干大きくした場合の計算機シミュレーションを行なった。

放物面を試料として計算した、観察面上の規準参照波とテスト波の複素振幅を Fig. 8 に、干渉縞プロファイルを Fig. 9 に、また、干渉縞图形を Fig. 10 に示す。ここで、ゾーンプレートの口径は、mode 1 が 5%，mode 2 が 6%，mode 3 が 10%，それぞれ前節に示した値より大きくした。これらの数値は、Fig. 7 で干渉縞が曲がり始めた位置に比例している。これ以上大きくしてもほぼ同じ結果となる。Fig. 8 から周辺部における強度および位相誤差が Fig. 4(b), Fig. 5 と比べて大きく改善されており、その結果、干渉縞プロファイルも周辺まで高精度となっている。さらに、Fig. 10 から全モードで周辺歪曲がよく修正されていることがわかる。楕円面、球面の場合にも同様の結果が得られた。

以上の解析から、原器ゾーンプレートの口径を幾何光学的に決まる値より、5~10% 大きく作成しておくことにより、いずれのモードでも干渉計固有の理論的な測定誤差は 0.01 波長以下 (rms 値) となり、高精度計測が実現可能であることが明らかとなった。

以上の解析結果に基づいて、3 次元回転対称面に対し、本干渉計で形成される干渉縞の特徴と形状誤差の判定法を文献 7) で求めた結果も含めて要約すれば、

- ① MZP と被検面の光軸を一致させれば^{*2}、被検面

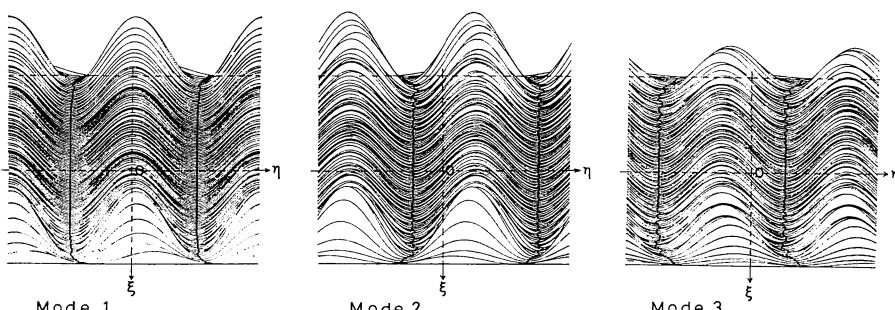


Fig. 7 Interference patterns in mode 1-mode 3 made by giving a positive tilt with respect to the η -axis. Assuming that the optical data are perfect, fringe distortion due to diffraction effect is observed.

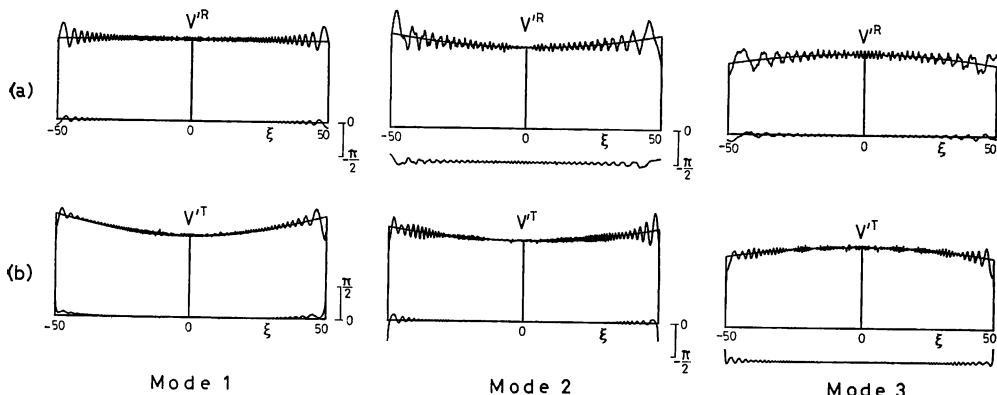


Fig. 8 Complex amplitudes of (a) the reference and (b) the test waves in the observation surfaces of mode 1 – mode 3 when the apertures of the zone plates are 5% (mode 1), 6% (mode 2), and 10% (mode 3) larger than those determined by geometrical optics, respectively. The sample is the parabolic surface.

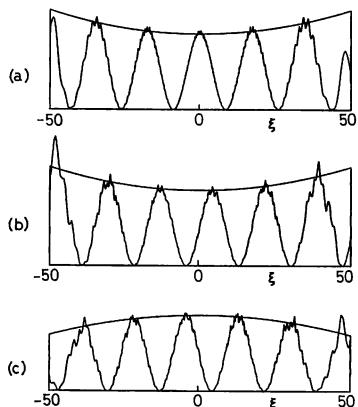


Fig. 9 Profiles of the interferograms obtained from **Fig. 8**. (a) mode 1, (b) mode 2, and (c) mode 3.

の形状誤差の $\lambda/2$ ごとの等高線干渉縞が形成される。また、MZP をその面内で移動すれば^{*3}、測定精度に影響せずに、ティルトを加えた干渉縞が形成される。

② MZP の移動方向と反対方向に干渉縞が曲がれば、形状誤差は正（凸）であり、同一方向に曲がれば負（凹）である。

③ 干渉縞パターンの中心におけるフリンジの位相はフリンジ本数に無関係で一定である。通常、mode 1 では中心を明縞が通り、mode 2 および mode 3 では中心を暗縞が通る。ただし、ゾーンプレート作成時に、物体波 $g(x)$ または参照波 $g_0(x)$ に任意の定数を付加することは自由に行なえるから、干渉縞パターンの中心における位相はあらかじめ任意に選定できる。

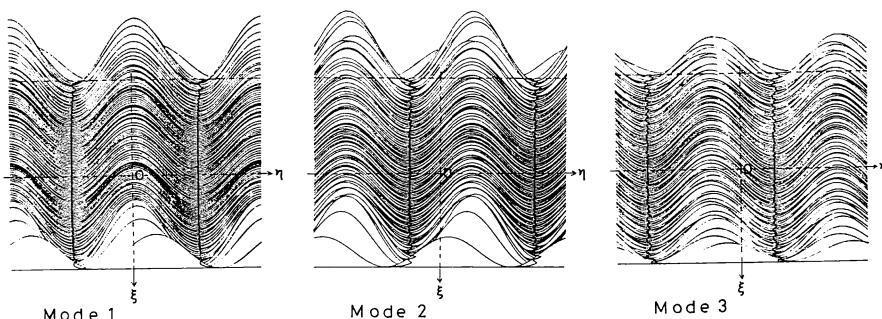


Fig. 10 Interference patterns in mode 1 – mode 3. The data of the zone plates are the same as in **Fig. 8**. Compare the patterns with those of **Fig. 7**.

^{*2} Mode 1 では、MZP の反射像と FZP を合致させる。

^{*3} Mode 1 では、MZP と FZP の対。以下同じ。

5. 実験

本章では、最初に、周辺部における干渉縞の歪曲現象の観察実験を行なう。次に、放物面鏡を用いて測定実験を行なう。ゾーンプレートの計算は、mode 1 の場合も含めて、文献 7)で与えた方法で行なえる。X-Y プロッターにより、100 倍の大きさの原画を作成し、写真乾板に縮小して実寸の原器ゾーンプレートを製作した。

5.1 干渉縞の周辺歪曲現象の観察

波動性の影響による干渉縞周辺部の歪曲現象を観察するために、面精度の高い球面鏡 ($R=1,000 \text{ mm}$, $F/3.3$) と $F/4$ の FZP を用いて実験を行なった。干渉計構成は、mode 1 で一枚の FZP を光軸上に配置する他は、Fig. 1 と同じである。試料球面鏡の F 値が FZP の F 値より小さい場合には、それらが同一の場合とほとんど同じ干渉縞が形成されることを計算によって確かめた。

実験で得られた各モードの干渉縞を Fig. 11 に示す。(a) の mode 1 では周辺歪曲は認められず、(b) の

mode 2 では負方向に約 0.1 フリンジ、また (c) の mode 3 では正方向に約 0.1 フリンジ歪曲している。これらの実験結果は、球面鏡自体の誤差を差し引けば計算結果と非常によく一致しており、理論の正しいことを証明している。Mode 1 の干渉縞がこの球面鏡の $F/4$ に相当する範囲内の面精度を最も精確に示している。さらに、mode 1 では中心を明縞が通り、mode 2 および mode 3 では暗縞が中心を通っており、解析結果と一致している。ここで、同心円状のノイズ光が一部残っているのは、フィルタリングに用いたピンホール径が適切でないためで、もっと適切なフィルタリング系（レンズ+ピンホール）を用いれば、これらのノイズ光は除去可能のはずである。

5.2 放物面鏡による測定実験

口径 98 mm, $F/4$ の放物面鏡を用いて測定実験を行なった。Fig. 12 は、mode 1 に対するゾーンプレート対である。放物面の場合には、MZP のほうが FZP より大きくなる。MZP と FZP の間隔は誤差が生じない

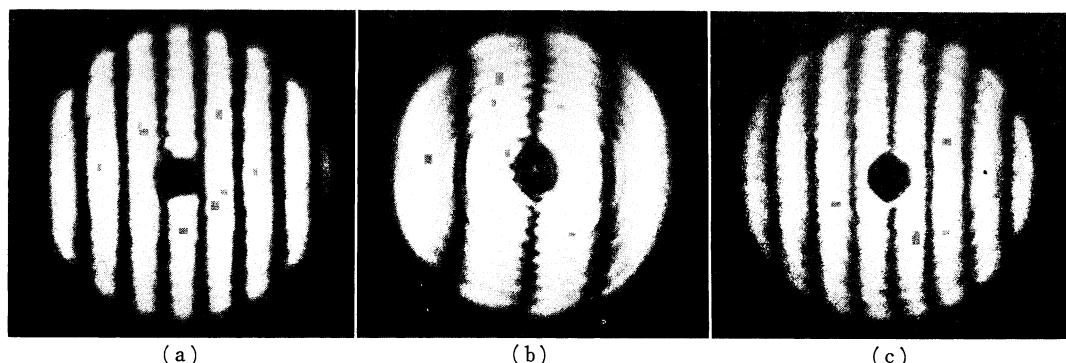


Fig. 11 Observation of fringe distortion due to diffraction effect in (a) mode 1, (b) mode 2, and (c) mode 3, with a positive tilt introduced in each mode. An $F/3.3$ spherical mirror and an $F/4$ FZP were used in the experiment.

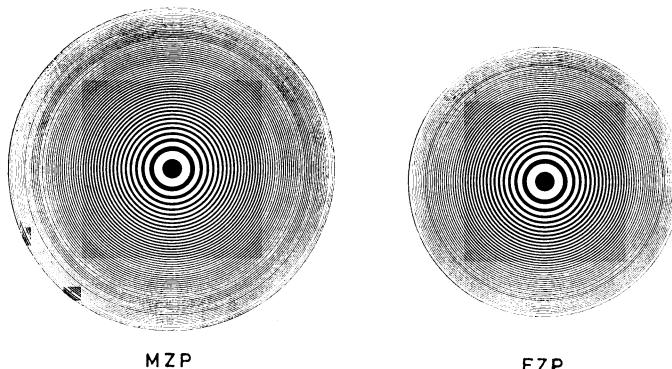


Fig. 12 A pair of zone plates for testing an $F/4$ parabolic mirror in mode 1.

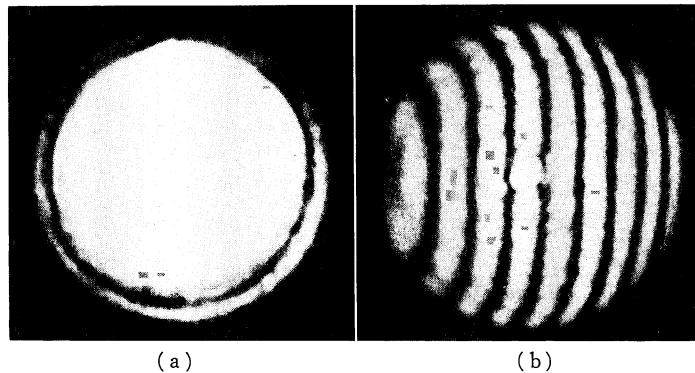


Fig. 13 Result of test of the parabolic mirror in mode 1; (a) $t=0$ and (b) a positive tilt introduced.

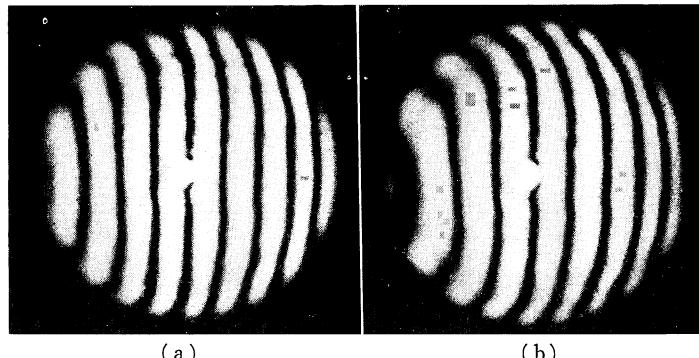


Fig. 14 Result of test of the parabolic mirror in mode 3. In (a) the MZP of aperture determined by geometrical optics is used. In (b) the MZP whose aperture is 10% larger than that in (a) is used.

範囲内で任意でよく、原画は別々に作成しておけばよい。実験上からは MZP だけを照明して、FZP からの反射光を生じさせないことが望ましい。

Fig. 13 に mode 1 による測定で得られた干渉縞を示す。**Fig. 13(a)** はティルト $t=0$, (b) は $t>0$ に対する干渉縞である。**Fig. 14** に mode 3 による測定結果の干渉縞を示す。**Fig. 14(a)** は幾何光学的口径サイズの MZP を用いた場合、(b) は (a) より 10% 口径の大きい MZP を用いた場合である。**Fig. 14(a)** の干渉縞には、**Fig. 7** の mode 3 に示した正方向の周辺歪曲が加算されているため、被検放物面の形状誤差による負方向への干渉縞の曲がり方が若干弱くなっている。一方、**Fig. 14(b)** の干渉縞は、**Fig. 13(b)** の干渉縞とよく一致しており、波動性の影響による周辺歪曲が修正されていることがわかる。なお、中心で干渉縞が欠けているのは、(0, 0) 次光およびゾーンプレートからの反射光が完全には除去されていないためである。

以上の測定結果から、干渉縞は最大 1 フリング曲がっ

ているので、形状誤差は最大 $(1/2)\lambda$ である。一方、与えたティルト $t>0$ に対して、干渉縞は負の方向に曲がっているので、形状誤差の符号は正（凸）である。使用波長 $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ (He-Ne レーザー)。

6. おわりに

非球面検査のためのゾーンプレート干渉計の基本三構成モードに対して、測定精度および特性の解明を主テーマとして、波動光学に基づく解析を与えるとともに実験による検証を行ない、本干渉計の本質を明らかにすることことができた。おもな結論として、①被検面の設計データから幾何光学的に決定される口径サイズの原器ゾーンプレートを用いた場合、開口の周辺部で光波の回折効果が顕著になるため、干渉縞の周辺部で歪曲現象が生じる。しかし、②ゾーンプレートを幾何光学的 サイズより～10% 大きく作成することによって、①の干渉縞の周辺歪曲が除去され、理論上すべてのモードで 0.01 波長以上の測定精度 (rms 値) が可能となる。③今回開発し

た波動光学に基づく計算機シミュレーション法を適用して、種々の非球面に対して最適な干渉計配置と原器作成のための解析が可能となる。

本干渉計測法は、原器ゾーンプレートが被検面の設計データだけから計算でき、セッティングを含めて測定が容易に行なえ、振動に対しても安定であるといった特長を有している。本論文で明らかにしたように、原理的にきわめて高精度の測定手段を提供するもので、高精度・高分解能の描画装置を利用すれば、多様な非球面の計測への適用が期待できる。

文 献

- 1) M. V. R. K. Murty: J. Opt. Soc. Am., **53** (1963) 568.
- 2) R. N. Smartt: Appl. Opt., **13** (1974) 1093.
- 3) F. Broder-Bursztyn and D. Malacala-Hernandez: Appl. Opt., **14** (1975) 2280.
- 4) 谷田貝豊彦、斎藤弘義: 第23回応用物理学会関係連合講演会予稿集(1976)第1分冊, p. 116.
- 5) H. Tanigawa, K. Nakajima and S. Matsuura: Opt. Acta, **27** (1980) 1327.
- 6) 中島一敏、谷川英夫、松浦茂: 第39回応用物理学会講演会予稿集(1978) p. 175.
- 7) 中島一敏、谷川英夫、松浦茂: 光学, **10** (1981) 174.
- 8) A. Papoulis: *Proc. Symp. Modern Optics* (Polytechnic Press, New York, 1967) p. 453.
- 9) M. Born and E. Wolf: *Principles of Optics*, 5th ed. (Pergamon Press, Oxford, 1975) p. 447.