

正弦波位相変調干渉法

佐々木修己・柳内 敏男

新潟大学工学部電子工学科 〒950-21 新潟市五十嵐 2

(1985年4月12日受理)

Sinusoidal Phase Modulating Interferometry

Osami SASAKI and Toshio YAGIUCHI

Department of Electronics, Faculty of Engineering, Niigata University,
2, Ikarashi, Niigata 950-21

This paper describes a sinusoidal phase modulating interferometry in which a reference light is easily sinusoidal phase modulated by a sinusoidally vibrating mirror and the detected signal is processed in a computer using fast Fourier transform. By this interferometry, movement measurement and surface profile measurement are achieved with a high accuracy. In surface profile measurement, it is clearly shown that the experimental accuracy of measurements performed repeatedly is about 5\AA or $1/1,000$ wavelength in rms value.

1. はじめに

レーザー光による干渉計測は、近年その測定精度の向上が要求され、多くの新しい干渉法が報告されている^{1,2)}。とくに、ヘテロダイン干渉法、縞走査干渉法は100分の1波長位の測定精度を実現でき、広く応用されている³⁻⁵⁾。ヘテロダイン干渉法では、周波数の異なる二つのレーザー光が必要であり、光音響変調器などの光周波数シフターが用いられる。また、2周波レーザーも利用される。縞走査干渉法では、圧電素子を用い参照光用のミラーを数十分の1波長程度の精度で正確に変位させる必要がある。このように、ヘテロダイン干渉法、縞走査干渉法では、レーザー光の変調が複雑であり、容易ではない。

本論文では、これらに比べて、より簡単に得られる正弦波位相変調されたレーザー光を用いる干渉法について述べる。なお、正弦波位相変調されたレーザー光を用いた干渉法による複素コヒーレンス度の測定は、すでに大塚⁶⁾によって報告されている。

正弦波位相変調レーザー光は圧電素子を用い参照光用のミラーを正弦波振動させることにより容易に得られる。この正弦波位相変調レーザー光を用いる干渉法を、以後、正弦波位相変調干渉法と呼ぶ。本干渉法においては、干渉信号を計算機内でフーリエ変換を用い演算処理

することにより、測定すべき位相が求められる。その結果、位相の時間的变化すなわち物体の動きの測定、あるいは位相の場所的变化すなわち物体の表面粗さ形状の測定を高い測定精度で行なうことができる。表面粗さ形状の測定においては、測定すべき位相は干渉信号の周波数スペクトルの振幅の中に現われる。これに対し、ヘテロダイン干渉法や縞走査干渉法では、測定すべき位相は周波数スペクトルの位相項として現われる。この点が他の干渉法と大きく異なる。

2. 正弦波位相変調干渉計

2.1 干渉信号

Fig. 1 に正弦波位相変調干渉計を示す。偏光ビームスプリッター (PBS) と $1/4$ 波長板 ($\lambda/4$) を用いることでレーザー発振器への戻り光をなくしている。参照光は圧電素子 (PZT) に取り付けられているミラーで正弦波位相変調される。PZT の正弦波振動の振幅を a 、角周波数を ω 、初期位相を θ とする。直交する偏光方向をもつ物体光と参照光を偏光子 (Pol.) に通し干渉させる。光検出器 (PD) 面上の1点における物体光と参照光との位相差を α とすると、この1点において検出される干渉信号の交流成分は、振幅を1とすれば次式で与えられる。

$$S(t) = \cos [z \cos(\omega_c t + \theta) + \alpha + n(t)] \quad (1)$$

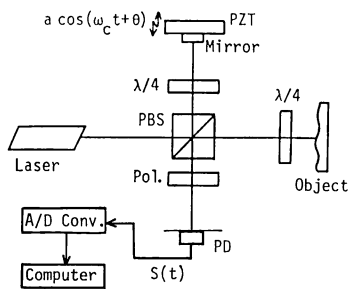


Fig. 1 Sinusoidal phase modulating interferometer.

ただし、光の波長を λ とすると $z = (4\pi/\lambda)a$ である。 $n(t)$ は干渉計の中に生じる雑音であり、 α の時間的位相変動を意味する。式(1)の $S(t)$ を展開すると次式となる。

$$S(t) = \cos[\alpha + n(t)] [J_0(z) - 2J_2(z) \cos(2\omega_c t + 2\theta) + \dots] \\ - \sin[\alpha + n(t)] [2J_1(z) \cos(\omega_c t + \theta) \\ - 2J_3(z) \cos(3\omega_c t + 3\theta) + \dots] \quad (2)$$

式(2)の $S(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega) = \mathcal{F}\{S(t)\}$ は次式で与えられる。

$$F(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m A_{2m} \{N(\omega - 2m\omega_c) \exp(j\alpha) \\ + N^*(-\omega + 2m\omega_c) \exp(-j\alpha)\} \\ + \frac{1}{2j} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m A_{2m-1} \{N(\omega \\ - (2m-1)\omega_c) \exp(j\alpha) \\ - N^*(-\omega + (2m-1)\omega_c) \exp(-j\alpha)\} \quad (3)$$

ここで、

$$A_m = J_{1m}(z) \exp(jm\theta) \quad (4)$$

であり、 J_{1m} は $|m|$ 次のベッセル関数である。また、 $N(\omega)$ は次式で与えられる。

$$N(\omega) = \mathcal{F}\{\exp\{jn(t)\}\} \quad (5)$$

次に、次式の条件が成り立つと仮定する。

$$N(\omega) = 0 \quad |\omega| \geq \omega_c \quad (6)$$

この仮定は、雑音 $n(t)$ の時間的変化が角周波数 ω_c に比べてゆっくりであり、また変動の振幅が小さいことを意味している。また、次式のように定義する。

$$N(0) = |N| \exp(j\beta) \quad (7)$$

このとき、式(3)から $F(\omega)$ について振動角周波数 ω_c の整数倍の周波数成分は次式で与えられる。

$$F(2m\omega_c) = (-1)^m |N| \cos(\alpha + \beta) J_{12m}(z) \exp(j2m\theta) \\ F((2m-1)\omega_c) \\ = (-1)^m |N| \sin(\alpha + \beta) J_{12m-1}(z) \exp(j(2m-1)\theta) \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

2.2 振幅 z 、位相 θ の決定

干渉信号 $S(t)$ において検出すべき量は α である。そ

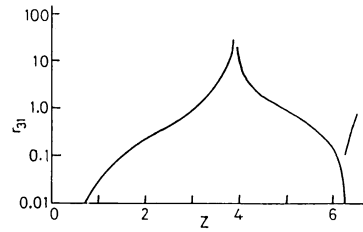


Fig. 2 Relation between z and r_{31} .

のため、あらかじめ z, θ を求めておく必要がある。 z, θ の決定方法について述べる。

2.2.1 z の決定方法

式(8)の $F(\omega_c)$ と $F(3\omega_c)$ から次式を得る。

$$|F(3\omega_c)/F(\omega_c)| = |J_3(z)/J_1(z)| = r_{31} \quad (9)$$

r_{31} と z の関係を Fig. 2 に示す。図からわかるように z の範囲がある程度既知であり、その範囲内で r_{31} と z が1対1に対応しているとき、 r_{31} より z が一意に決定される。雑音 $n(t)$ が式(6)の条件を満たしているときは雑音の影響を受けずに振幅 z が正確に求まる。

2.2.2 θ の決定方法

式(8)の $F(\omega_c)$ の位相項を z が既知の条件のもとで求めると次式が得られる。

$$\text{Arg}\{F(\omega_c)\} = \text{Arg}\{\sin(\alpha + \beta) J_1(z) \exp(j\theta)\} \\ = \begin{cases} \theta & \alpha + \beta \geq 0 \\ \theta + \pi & \alpha + \beta < 0 \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 $J_1(z) > 0$ と仮定している。

すなわち、 $\alpha + \beta$ の符号により π の不確定性をもって θ が決定される。しかし、実験においては、既知の物体を測定することにより π の不確定性を除去することができる。

3. 動きの測定

3.1 原理

物体の動きに対応して α が時間的に変化するので $\alpha = \alpha(t)$ とみなす。このとき、式(2)より次式が得られる。

$$F(\omega) = \mathcal{F}\{\cos[\alpha(t) + n(t)]\} \\ \otimes \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m A_{2m} \delta(\omega - 2m\omega_c) \right\} \\ + \mathcal{F}\{\sin[\alpha(t) + n(t)]\} \\ \otimes \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m A_{2m-1} \delta(\omega - (2m-1)\omega_c) \right\} \quad (11)$$

ただし、 \otimes はコンボリューション、 δ はデルタ関数である。 $\alpha(t) + n(t)$ の変動が角周波数 ω_c に比べてゆっくりであり、またその振幅が小さいとすると、次式の条件が

成立する。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\cos[\alpha(t)+n(t)]\} &= 0 \\ \mathcal{F}\{\sin[\alpha(t)+n(t)]\} &= 0 \quad |\omega| > \omega_c/2 \end{aligned} \quad (12)$$

このとき、 $F(\omega)$ において、 $\omega_c/2 < \omega \leq 3\omega_c/2$ および $3\omega_c/2 < \omega \leq 5\omega_c/2$ の範囲における周波数分布をそれぞれ $F_1(\omega), F_2(\omega)$ とすると次式が得られる。

$$\begin{aligned} F_1(\omega + \omega_c) &= -J_1(z) \exp(j\theta) \mathcal{F}\{\sin[\alpha(t)+n(t)]\} \\ F_2(\omega + 2\omega_c) &= -J_2(z) \exp(j2\theta) \mathcal{F}\{\cos[\alpha(t)+n(t)]\} \\ &\quad -\omega_c/2 < \omega \leq \omega_c/2 \end{aligned} \quad (13)$$

既知である z, θ を用いれば、

$$\begin{aligned} -F_1(\omega + \omega_c)/J_1(z) \exp(j\theta) \\ -F_2(\omega + 2\omega_c)/J_2(z) \exp(j2\theta) \end{aligned} \quad (14)$$

の逆フーリエ変換より、 $\sin[\alpha(t)+n(t)], \cos[\alpha(t)+n(t)]$ が得られ、 $\alpha(t)+n(t)$ が求まる。物体の動きを表わす $\alpha(t)$ と雑音 $n(t)$ を区別することはできない。時間的変位は次式で計算される。

$$r(t) = [\alpha(t) + n(t)](\lambda/4\pi) \quad (15)$$

3.2 実験

実験装置は Fig. 1 と同様であり、物体はスピーカに取り付けられたミラーを用いた。 $\omega_c/2\pi = 1280$ Hz であり、約 2 である z に対し A/D 変換のサンプリング周波数 f_s は $1,280 \times 16$ Hz とする。サンプリングデータの個数 N は 2,048 個であり、観測時間は $T = N/f_s = 100$ ms

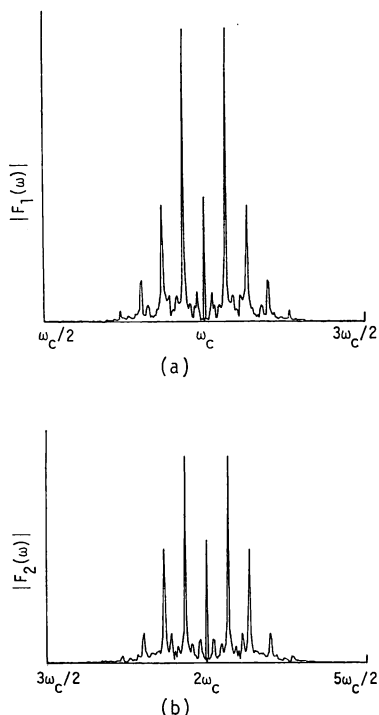


Fig. 3 Amplitudes of (a) $F_1(\omega)$ and (b) $F_2(\omega)$.

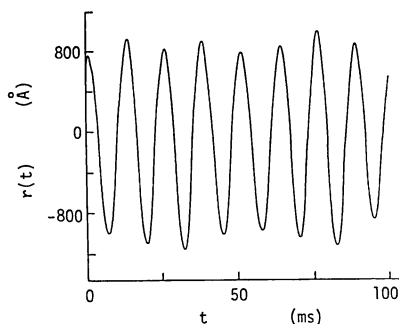


Fig. 4 Sinusoidal movement obtained from $F_1(\omega)$ and $F_2(\omega)$ of Fig. 3.

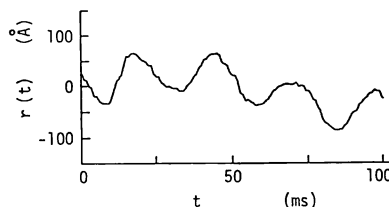


Fig. 5 Movement produced by noise $n(t)$ when the speaker is at rest.

となる。

まず、スピーカを正弦波信号で駆動した。 $S(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ の一部分である $F_1(\omega), F_2(\omega)$ の振幅を、それぞれ、Fig. 3(a), (b)に示す。この $F_1(\omega), F_2(\omega)$ から得られた $\alpha(t)+n(t)$ 、すなわち物体の動き $r(t)$ を Fig. 4 に示す。雑音 $n(t)$ を含むため、 $r(t)$ の振幅が一定しないと思われる。そこで、スピーカを静止させ $n(t)$ による変位 $r(t)$ を測定した。結果を Fig. 5 に示す。

次に、Fig. 6(a)に示すのこぎり波信号でスピーカを駆動した。このとき測定されたスピーカの動きを Fig. 6(b)に示す。のこぎり波の立下りで複雑な動きをしていることが観測される。

4. 表面粗さ形状の測定

空間的に変化する位相 $\alpha(x)$ の測定、すなわち物体の表面粗さ形状の測定について述べる。

4.1 原理

雑音 $n(t)$ に対して、式(6)の仮定をおき、式(7)に示すように $N(0)$ の位相を β とする。このとき、式(8)の $F(\omega_c), F(2\omega_c)$ より次式が得られる。

$$\left[\frac{|F(\omega_c)|}{|F(2\omega_c)|} \right] \left[\frac{|J_2(z)|}{|J_1(z)|} \right] = |\tan(\alpha + \beta)| \quad (16)$$

既知の z と $F(\omega_c), F(2\omega_c)$ の振幅から $\tan(\alpha + \beta)$ の絶対値が求められる。 $\sin(\alpha + \beta)$ と $\cos(\alpha + \beta)$ の符号に関し

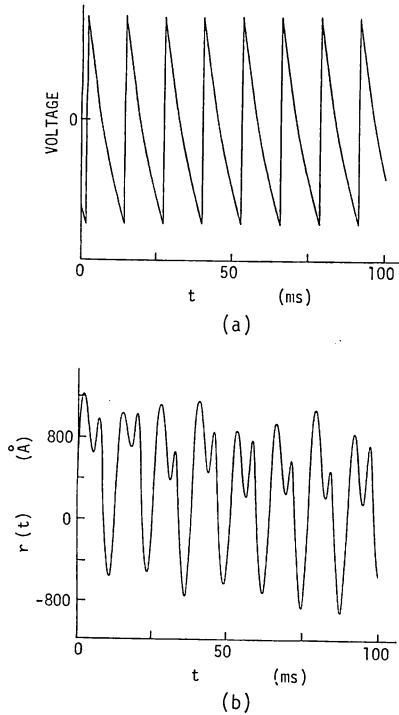


Fig. 6 (b) Movement measured when the speaker is driven by the sawtooth signal of (a).

ては、既知の z, θ と $F(\omega_c)$ および $F(2\omega_c)$ から得られる。 $\tan(\alpha + \beta)$ の絶対値を式(16)から求める方法は、 θ の値を必要としないため精度がよい。 以上により、 $\alpha(x) + \beta$ が測定され、変位は次式で計算される。

$$r(x) = [\alpha(x) + \beta](\lambda/4\pi) \quad (17)$$

4.2 実験

4.2.1 実験装置

実験装置を Fig. 7 に示す。 レンズにより物体表面を結像し、その像面上の接近した2点で干渉信号を検出する。 光検出器 PD1 は像面上をスキャンする。 PD1 の

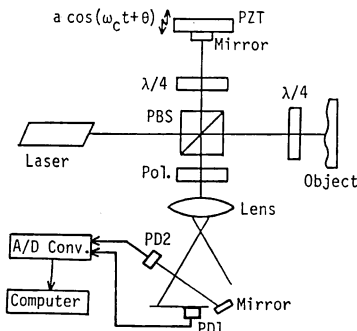


Fig. 7 Sinusoidal phase modulating interferometer for the surface profile measurement.

近くの光をミラーで反射し、その反射光を光検出器 PD 2 で検出する。 これにより、PD 1 に接近した点における干渉信号を得る。 物体表面の像の倍率は 5~6 倍である。 PD 1 の前面には直径 15 μm のピンホールが取り付けられている。 二つの検出点の距離は約 1 mm である。 PZT の振動周波数は 300 Hz であり、約 2 である z に対して A/D 変換のサンプリング周波数 f_s は 300×16 Hz である。

4.2.2 $\alpha(x)$ の時間的安定度

雑音 $n(t)$ によって影響される $\alpha(x)$ の時間的安定度について検討する。 このため、ここでは光検出器 PD 1 は 1 点に固定される。

PD 1 で検出された干渉信号 $S(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ の振幅分布を Fig. 8 に示す。 雑音 $n(t)$ によるスペクトラムの拡がりが見られる。

光検出器 PD 1, PD 2 による検出信号からそれぞれ $\alpha + \beta$ を 1 分おきに求めた。 1 回の測定におけるサンプリングデータの個数 N は 512 であり、観測時間は $T = N/f_s = 107$ ms となる。 結果を Fig. 9 に示す。 それぞれの $\alpha + \beta$ の値を $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ で示してある。 時間とともに $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ が同じように大きく変動している。 この変動は光学素子のゆっくりとした時間的な動きから生じていると思われる。 Fig. 9 の $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ から $\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2$ を求めた結果を Fig. 10(a) に示す。 $\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2$ の変動は 20 分間で変位として約 $\pm 5 \text{ \AA}$ 内におさまっている。 したがって、 $\hat{\alpha}_2$ を基準点として $\hat{\alpha}_1$ の空間分布を測定することにより、数 \AA の繰り返し精度で表面粗さ計測が行なえる。 この 2 点検出法で得られる $\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2$ を $\hat{\alpha}$ とする。 ただし、 $\hat{\alpha}$ については適当な値をゼロとみなし、相対値を図示する。 また、位相に対応する変位量も示す。

次に、観測時間 T すなわちデータ個数 N の影響について調べた。 $N = 256, 128$ の結果をそれぞれ Fig. 10

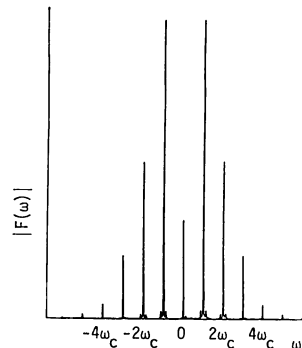


Fig. 8 Amplitude of Fourier transform $F(\omega)$ of the detected signal $S(t)$.

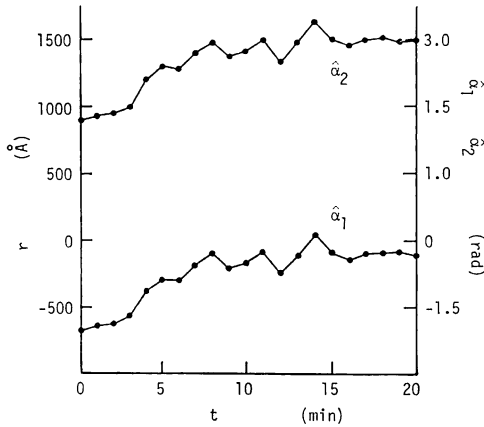


Fig. 9 Change of phases \hat{a}_1 and \hat{a}_2 with time in the surface profile measurement.

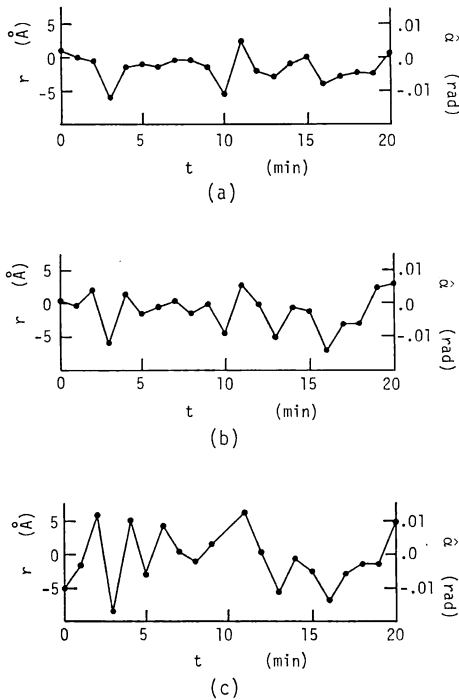


Fig. 10 Change of phase $\hat{a}_1 - \hat{a}_2$ with time at (a) $N=512$, (b) $N=256$, and (c) $N=128$.

(b), (c)に示す。観測時間 T が短くなると \hat{a} の変動が大きくなる。これは雑音 $n(t)$ から生じる β の値が、観測時間が短くなるにつれて大きくなるためである。すなわち、観測時間を長くすることにより雑音 $n(t)$ の影響を減少させることができる。

4.2.3 表面粗さ形状計測

ダイヤモンドバイトで切削されたアルミニウム円板の

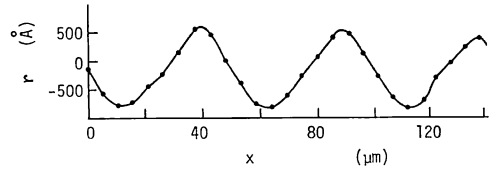


Fig. 11 Measured surface profile of sample I.

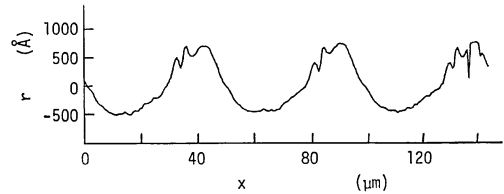


Fig. 12 Surface profile of sample I measured with Talystep surface-profiling instrument.

表面粗さ形状を、Fig. 7の装置により測定した。データ個数 N は512である。

バイトの送りピッチが $50 \mu\text{m}$ であり、表面粗さがきわめて大きい試料Iの結果をFig. 11に示す。アルミニウム円板の表面粗さ形状はバイトの送りピッチで決まる周期構造を有するとみなされる。物体表面の像倍率は5.6倍であり、像面において $30 \mu\text{m}$ 間隔で28点測定した。すなわち、物体表面では、直径 $2.68 \mu\text{m}$ の検出開口で $5.36 \mu\text{m}$ 間隔で測定された。

接触型の粗さ計であるタリステップによる測定結果をFig. 12に示す。Fig. 11とFig. 12での円板上の測定箇所は同じでない。触針先端の測定方向の幅は $0.2 \mu\text{m}$ である。Fig. 12の細かい表面粗さ形状は、Fig. 11においては直径 $2.68 \mu\text{m}$ の検出開口内で積分されるため検出できないが、Fig. 11とFig. 12の全体的な形状はよく一致している。

次に、バイトの送りピッチが約 $80 \mu\text{m}$ であり、表面粗さの小さな試料IIについて測定を行なった。像の倍率は5倍であり、像面において $40 \mu\text{m}$ 間隔で測定した。この試料IIに対しては、干渉計の参照波面の傾きおよび使用している光学素子自体の表面粗さから生じる参照波面の収差が問題となる。そこで、結像レンズの焦点面に形成される物体表面および参照波面のフーリエ変換像において、その零次光付近だけを取り出すことにより、参照波面の傾きと収差を検出した。しかし、参照波面の収差が大きい場合、零次光付近以外にも参照波の回折光が生じるため、参照波面の収差は正確に測定できない。結果をFig. 13(a)に示す。この参照波面の傾きと収差を含む試料IIの測定結果をFig. 13(b)に示す。この測定

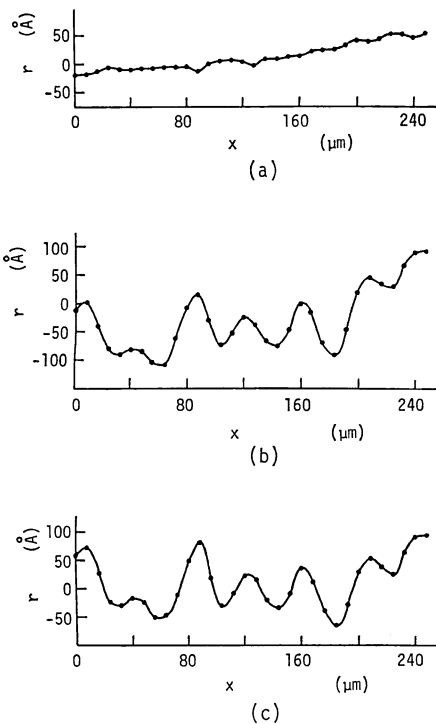


Fig. 13 (a) Tilt and aberration of the reference wavefront. (b) Measured surface profile of sample II containing the tilt and aberration of (a). (c) Surface profile obtained by subtracting the tilt and aberration of (a) from the roughness of (b).

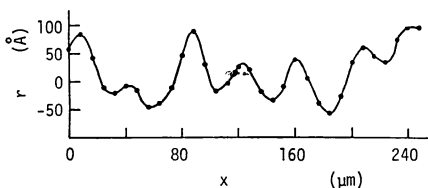


Fig. 14 Surface profile of sample II measured a few minutes after the measurement for Fig. 13.

結果から **Fig. 13(a)** の参照波面の傾きと収差を除去した結果得られた試料IIの表面粗さ形状を **Fig. 13(c)** に示す。

Fig. 14 は、数分後にもう一度試料IIを測定した結果得られた表面粗さ形状である。**Fig. 13(c)** と **Fig. 14** はよく一致しており、本方法の再現性と精度の良さを示している。

Fig. 15 はタリストエップによる測定結果であり、本方法での測定結果である **Fig. 13(c)**、**Fig. 14** と全体的によく一致している。

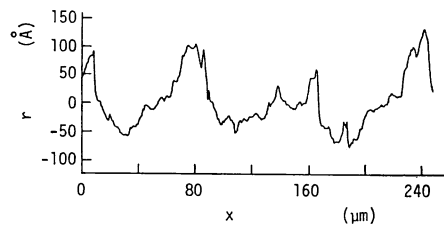


Fig. 15 Surface profile of sample II measured with Talystep surface-profiling instrument.

5. ま と め

正弦波位相変調干渉法による動きの測定、表面粗さ形状の測定を示した。容易に得られる正弦波位相変調レーザ光と計算機信号処理により高精度の測定を行なうことができた。

とくに、本干渉法は表面粗さ形状測定に対して有効な方法であり、ヘテロダイン干渉法、縞走査干渉法と同様に高精度の測定が行なえる。実験では、1,000分の1波長に相当する約5Åのrms繰返し精度が得られた。したがって、本干渉法での測定精度は干渉計で使用している光学素子の表面精度および光学素子で生じる不要の反射光の影響に依存する。

最後に、表面粗さ形状測定に関する今後の課題について述べる。本干渉法の測定精度を他の干渉法と比較しながら理論的に明らかにする必要がある。現在の光学系では、偏光ビームスプリッタ、偏光板の大きさ以上に物体表面からの回折光が広がるため、高次の回折光は結像に寄与しない。これを改善する光学系を現在検討中である。検出点のスキャンを必要としないCCDイメージセンサーによる干渉信号の検出を現在実験中である。CCDイメージセンサーを用いることにより短時間での測定が行なえ、さらに測定精度の向上が期待される。また、2次元の表面粗さ形状測定も容易に行なえることになる。

本研究を行なうにあたり、試料の提供とタリストエップでの測定をしていただきました新潟県工業技術センターおよび株式会社研精舎に深く感謝いたします。

文 献

- 1) 中島俊典: 光学, **9** (1980) 266.
- 2) 武田光夫: 光学, **13** (1984) 56.
- 3) N. A. Massie: Appl. Opt., **19** (1980) 154.
- 4) J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and J. Brangaccio: Appl. Opt., **13** (1974) 2693.
- 5) T. Yatagai and T. Kanou: Opt. Eng., **23** (1984) 357.
- 6) Y. Ohtsuka: Opt. Lett., **1** (1977) 133.