

点対称格子によるモアレ縞のプロフィール推定 ならびに鮮鋭化

新井 泰彦・阿波 啓造・倉田 忠雄

関西大学工学部機械工学科 〒564 吹田市山手町 3-3-35

(1985年6月24日受理)

Fringe Profile and Its Sharpening for the Moiré with Centrosymmetric Gratings

Yasuhiko ARAI, Keizo AWA and Tadao KURATA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kansai University,
3-3-35, Yamate-cho, Suita 564

In this paper, it is ascertained that the centrosymmetric gratings are able to be dealt with the same manner as straight gratings by processing the centrosymmetric gratings in polar coordinates. Therefore, the profile prediction and sharpening of moiré fringe with the centrosymmetric binary gratings are able to be carried out with the arguments for the fringes with straight binary gratings. This method is useful for an analysis and/or improvement of instruments with the centrosymmetric binary gratings.

1. はじめに

近年、測長、測角の分野におけるデジタル変換器としてのエンコーダの普及は、目覚ましいものがあり、その精度向上、改善のための解析が、各方面で行なわれている^{1,2)}。ところが、直線格子の解析は、十分に行なわれている³⁾にもかかわらず、回転形のエンコーダに利用されている、いわゆるラジアル格子 (Fig. 1) に代表される点対称格子の解析は、十分に行なわれているとはいえない。したがって、点対称格子を用いた回転形エンコーダのような各種装置の格子レベルでの解析は十分ではない。

本稿では、前報^{4,5)}までに取り扱ってきた点対称格子によるモアレ縞の解析を、直線格子と点対称格子とのアナロジーを用いることにより、従来十分に解析の行なわれている直線格子の議論⁶⁻⁸⁾を点対称格子の解析に適用できることを示した。この結果、直線格子の場合にしばしば問題となるモアレ縞の鮮鋭化条件⁶⁻⁹⁾を点対称格子に対しても示すことができた。このことは、鮮鋭化条件のみならず、点対称格子を用いた各種装置の格子レベル

での解析を、従来の直線格子の議論の方法により行なえることを示すものであり、点対称格子の利用において重要な意味をもつものであると考ええる。

2. 直線格子と点対称格子のアナロジー

モアレ縞は、基本的に積のモアレ⁷⁾を考えることにより、解析することができる。それゆえ、本稿で取り扱う点対称格子の格子プロフィールにおいて、点対称格子と直線格子とのアナロジーを明確にすれば、直線格子の結果にもとづく点対称格子によるモアレ縞の解析が行なえるものと考えた。よって、点対称格子と直線格子とのアナロジーについて考える。

点対称格子の透過率分布 $T_{C1}(r, \theta)$ は、前報 (文献5) の(1)式)で示したように極座標によって(1)式として表わすことができる。

$$T_{C1}(r, \theta) = a_{c0} + \sum_{m=1}^{\infty} \{ b_{cm} \cos 2\pi m(\mu_1 r + \nu_1 \theta) + c_{cm} \sin 2\pi m(\mu_1 r + \nu_1 \theta) \} \quad (1)$$

一方、直線格子の透過率分布 $T_{L1}(x, y)$ は、直角座標によって、(2)式と書くことができる⁵⁾。

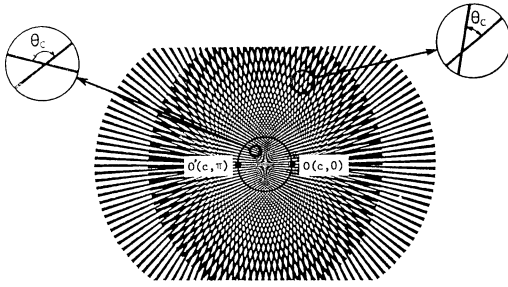


Fig. 1 Moiré fringe with radial gratings.

$$T_{L1}(x,y) = a_{L0} + \sum_{n=1}^{\infty} \{ b_{Ln} \cos 2\pi n(\mu_2 x + \nu_2 y) + c_{Ln} \sin 2\pi n(\mu_2 x + \nu_2 y) \} \quad (2)$$

ただし、 a_{L0} , b_{cm} , c_{cm} , a_{L0} , b_{Ln} , c_{Ln} は、フーリエ係数である。 μ_1 , ν_1 は、点対称格子に対する半径方向、回転角方向の空間周波数であり、 μ_2 , ν_2 は、直線格子に対する x , y 方向の空間周波数である。

ここで、(1), (2)式を比較すれば、極座標と直角座標の違いはあるものの、式の形は、まったく同じであることがわかる。この場合、対応するフーリエ係数は、格子のプロファイルによるものであるから⁵⁾、格子のプロファイル (正弦波であるとか、バイナリーであるとか) が同じであれば、この係数に関しては、点対称格子、直線格子の図形の違いによる差違はまったくない。また、モアレ縞の形状を表わすそれぞれの空間周波数は、直線格子では、 x , y 方向での単位長さ当りの格子条数であり、点対称格子では、半径方向には、直線格子の場合と同様に、単位長さあたりの格子条数、回転角方向には、 2π (rad) あたりの格子条数である。このように、直角座標、極座標の形式的差違があるものの、この点を十分に認識すれば、直線格子、点対称格子は、同じ式として取り扱うことができる。このアナロジーを利用すれば、点対称格子によるモアレ縞は、直線格子の結果より、次のように考えることができる。

(1)式に対し、もう1枚の格子を(3)式として考えると、(1), (3)式によるモアレ縞の透過率分布 $M(r, \theta)$ は、(4)式として求められる。

$$T_{L2}(r, \theta) = e_{c0} + \sum_{n=1}^{\infty} \{ f_{cn} \cos 2\pi n(\mu_3 r + \nu_3 \theta) + g_{cn} \sin 2\pi n(\mu_3 r + \nu_3 \theta) \} \quad (3)$$

$$M(r, \theta) = a_{c0} e_{c0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{b_{ci} f_{ci}}{2} \pm \frac{c_{ci} g_{ci}}{2} \right) \times \cos 2\pi i \{ (\mu_1 \mp \mu_3) r + (\nu_1 \mp \nu_3) \theta \} + \left(\frac{c_{ci} f_{ci}}{2} \mp \frac{b_{ci} g_{ci}}{2} \right) \right]$$

$$\times \sin 2\pi i \{ (\mu_1 \mp \mu_3) r + (\nu_1 \mp \nu_3) \theta \} \quad (4)$$

ここで、 e_{c0} , f_{cn} , g_{cn} は、格子のプロファイルを表わすフーリエ係数であり、 μ_3 , ν_3 は、点対称格子に対する半径方向、回転角方向の空間周波数である。

ところが、点対称格子によるモアレ縞では、格子条が複雑に交差するため、(4)式の複号が示すように、モアレ縞を表現する式が格子条の交差状態によって二つの形をとる。この(4)式における符号の選択の問題は、前報⁵⁾に示した格子条の交差角 θ_c が鋭角であるか、あるいは、鈍角であるかによる判別法によって解決できる。たとえば、Fig. 1の2枚のラジアル格子によるモアレ縞では、2枚の格子のそれぞれの中心を通る原点を中心とした半径 c の円の内部、外部でモアレ縞を表現する式が異なってくる。この場合に、上記の交差角 θ_c をパラメータとする判別法を用いると、交差角 θ_c が鈍角となる円の内部では、モアレ縞の透過率分布を表わす式は、(4)式のモアレ縞の空間周波数が各格子の空間周波数の和となる式によって表現され、鋭角となる円の外部では各格子の空間周波数の差となる式によって表現できることがわかる⁵⁾。

この判別法に留意さえすれば、直線格子によるモアレ縞と点対称格子によるモアレ縞とはまったく同様に扱うことができる。

3. 点対称格子によるモアレ縞のプロファイル

3.1 点対称格子によるモアレ縞透過率分布の開口比による表現

Fig. 2に示す透過率分布をもつ2枚のバイナリー格子を考える。それらの格子定数をそれぞれ d_1 , d_2 、スリット幅を h_1 , h_2 とすれば、それぞれの格子の開口比は、 $O_1 = h_1/d_1$, $O_2 = h_2/d_2$ となる。(1), (3)式の各フーリエ係数は、(5)式となる⁶⁾。

$$a_{c0} = O_1, \quad b_{cm} = 2O_1 \text{sinc}(mO_1), \quad c_{cm} = 0$$

$$e_{c0} = O_2, \quad f_{cn} = 2O_2 \text{sinc}(nO_2), \quad g_{cn} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\text{sinc } x = \sin \pi x / \pi x$ である。

(5)式を(4)式へ代入すると、点対称格子によるモアレ縞の透過率分布は、格子の開口比によって(6)式とし

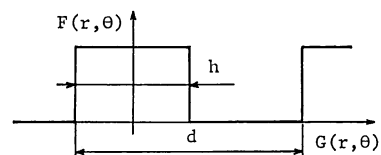


Fig. 2 Opening ratio O_R .

て表わすことができる⁶⁾。

$$M(r, \theta) = O_1 O_2 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} [O_1 O_2 \text{sinc}(j O_1) \times \text{sinc}(j O_2) \cos 2\pi j(\phi(r, \theta))] \quad (6)$$

ただし、 $\phi(r, \theta) = (\mu_1 \pm \mu_3)r + (\nu_1 \pm \nu_3)\theta$ 。

以下、(6)式により、点対称格子によるモアレ縞プロフィール推定を行なう。

3.2 点対称格子によるモアレ縞のプロファイル推定

Fig. 3 に定義した関数 $f(r, \theta)$ を用いて、周期が1の周期関数 $F(r, \theta)$ を(7)式のように考える。

$$F(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(G(r, \theta) - m) \quad (7)$$

この関数が、Fig. 4, Fig. 5 において、 $S+P < 1$ を満足するとき、直線格子の結果より^{6,8)}、Fig. 4, Fig. 5 に示すプロフィールは、A型、B型と呼ばれる二つの型に分類できる。

この分類に従えば、点対称格子によるモアレ縞プロフィールのパラメータと開口比との関係は、Table 1, Table

Table 1 Relation of parameters.

	$O_1 \leq O_2$	$O_1 > O_2$
S	O_1	O_2
P	$O_2 - O_1$	$O_1 - O_2$
S'	$1 - O_2$	$1 - O_1$
S''	$O_1 + O_2 - 1$	$O_1 + O_2 - 1$
V	O_1	O_2

Table 2 Value of B.

	Type-A $O_1 + O_2 \leq 1$	Type-B $O_1 + O_2 > 1$
B	0	$O_1 + O_2 - 1$

2として表わすことができる。

以上の結果にもとづき、点対称格子によるモアレ縞プロフィール推定法の確認実験を、計算機シミュレーションと実験結果との比較により行なう。

4. 点対称格子によるモアレ縞プロフィール推定法の確認実験

点対称格子として、日本光学社製ロータリーエンコーダに使用されているラジアル格子(開口比: 0.5, 100本/360 deg)を用いて実験を行ない、同時に同一条件での(6)式を用いた計算機シミュレーションを行なった。

Fig. 6 は、上記のラジアル格子2枚を重ね合わせた場合のモアレ縞の光電変換出力である。一方、Fig. 7 は、(6)式に上記の格子の条件を代入し、15次までのフーリエ係数を用いて計算機シミュレーションを行なった

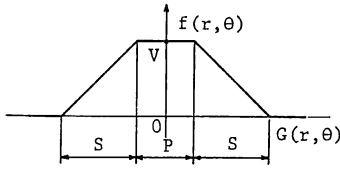


Fig. 3 Function $f(r, \theta)$.

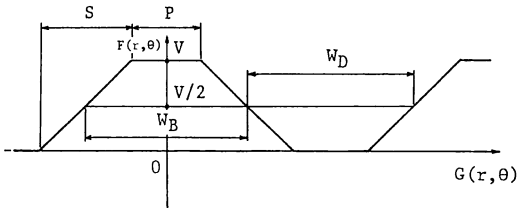


Fig. 4 Function $F(r, \theta)$, $2S + P \leq 1$ ($O_1 + O_2 \leq 1$) Type-A

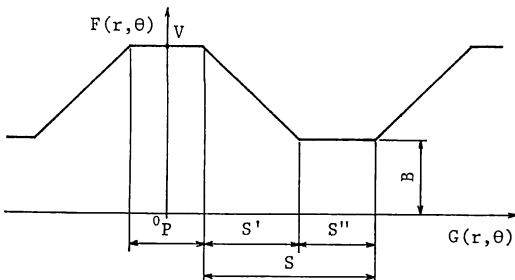


Fig. 5 Function $F(r, \theta)$, $2S + P > 1$ ($O_1 + O_2 > 1$) Type-B

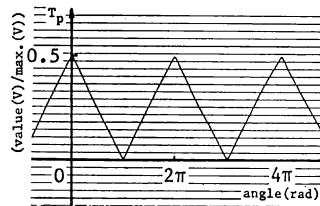


Fig. 6 Result of experiment.

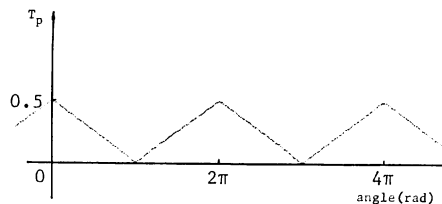


Fig. 7 Result of simulation.

結果である。Fig. 6, Fig. 7の結果は、きわめて良く一致している。これらの結果は、格子のアナロジーより導いた点対称格子に対するモアレ縞プロフィール推定法が正しいことを示している。

5. 点対称格子によるモアレ縞の鮮鋭化条件

直線格子によるモアレ縞の鮮鋭化条件は、モアレ縞のコントラスト¹⁰⁾を最大にする条件のもとで、暗い縞を細くする場合には、2枚の格子の開口比の和を $1(O_1+O_2=1)$ とし、 $O_1 \leq O_2$ のときには、 O_2 を、 $O_1 > O_2$ のときには、 O_1 をそれぞれ、できるかぎり1に近い値とすればよく、また明るい縞を細くする場合には、2枚の格子の開口比の値を等しく ($O_1=O_2$) し、 O_1 と O_2 の値をできるかぎり0に近づければよいと報告されている⁸⁾。

点対称格子によるモアレ縞の鮮鋭化条件も、格子のプロファイルのみが問題となるため、直線格子と同様に、格子の開口比によってのみ決定できる。すなわち、直線格子、点対称格子の違いによらず、まったく同様の結果となる。

上記の直線格子の鮮鋭化条件を用い、ラジアル格子によるモアレ縞の鮮鋭化を行なったものが、Fig. 8, Fig.

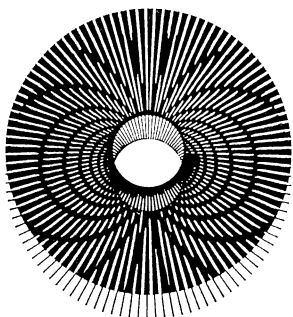


Fig. 8 Example of moiré fringe sharpening.
 $O_1=0.9, O_2=0.1$

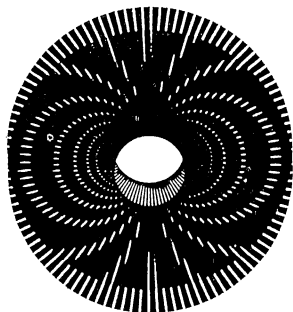


Fig. 9 Example of moiré fringe sharpening.
 $O_1=0.1, O_2=0.1$

9である。Fig. 8では、格子の開口比をそれぞれ、 $O_1=0.9, O_2=0.1$ ($O_1+O_2=1, O_1>O_2$ であり、 $O_1 \neq 1$ である) とし、暗い縞を細くする条件を満足している。結果において、あきらかに暗い縞が細くなっている。

一方、Fig. 9は、 $O_1=O_2=0.1$ の場合で ($O_1=O_2 \neq 0$)、明るい縞を細くする条件を満足している。あきらかに明るい縞が細くなっている。

以上のことより、直線格子によるモアレ縞の鮮鋭化条件を点対称格子によるモアレ縞に適用できることがわかる。

6. ま と め

本研究において、次のことを明らかにした。

(1) 点対称格子の格子プロフィールを極座標において表現すれば⁵⁾、点対称格子によるモアレ縞のプロファイル推定ならびに鮮鋭化が、横関によって報告された直線格子によるモアレ縞の場合と同様に取り扱えることを示した。

(2) このことは、たんに鮮鋭化の問題にとどまらず点対称格子を用いた装置 (たとえば、回転形エンコーダ等) における格子の設計ならびに解析、改善を従来の直線格子の結果を用いることにより、格子レベルで論理的かつ容易に行なえることを示すものである。

最後に、研究の開始時より、結果の検討に至るまで、熱心にご指導くださった大阪大学工学部応用物理学科、横関俊介先生に心より感謝いたします。

文 献

- 1) たとえば、吉田庄一郎：“光電式エンコーダ”，高精度，3 (1971) 28-36.
- 2) たとえば、松永輝雄：“高精度測定用光学式エンコーダ”，精密機械，51 (1985) 722-729.
- 3) たとえば、S. Yokozeki：“Moiré fringe,” Opt. Lasers Eng., 3 (1982) 15-27.
- 4) 新井泰彦：“点対称格子によるモアレ縞の解析”，光学，14 (1985) 35-42.
- 5) 新井泰彦：“点対称格子と直線格子によるモアレ縞の解析”，光学，14 (1985) 281-286.
- 6) S. Yokozeki：“Moiré fringe profile prediction method and its application to fringe sharpening,” Appl. Opt., 17 (1978) 2541-2547.
- 7) S. Yokozeki：“Geometric parameters of moiré fringes,” Appl. Opt., 15 (1976) 2223-2227.
- 8) 横関俊介：“モアレ縞の鮮鋭化”，光学，5 (1976) 125-131.
- 9) D. Post：“Sharpening and multiplication of moiré fringes,” Exp. Mech., 7 (1967) 154-159.
- 10) 久保田広：波動光学 (岩波書店，東京，1984) p. 76.