

解 説

DFB, DBR 半導体レーザーの光学理論

秋 葉 重 幸

KDD 研究所 〒153 東京都目黒区中目黒 2-1-23

(1985年12月3日受理)

Optical Theory of DFB, DBR Semiconductor Lasers

Shigeyuki AKIBA

KDD Research and Development Laboratories,
2-1-23, Nakameguro, Meguro-ku, Tokyo 153

1. まえがき

分布帰還型 (distributed feedback, DFB), および分布反射型 (distributed Bragg reflector, DBR) 半導体レーザーは、広帯域・長距離光ファイバー通信用光源としておもに開発が進められており、高速直接変調時でも単一波長動作するため、動的単一モード (dynamic single mode, DSM) レーザーとも呼ばれる¹⁾。一方、DFB, DBR レーザーは本質的にへき開端面を必要としないので、光集積回路用光源としても期待されている^{2,3)}。本稿では、周期的な凹凸構造を有するプラグ導波路の特性、これを用いた DFB, DBR レーザーの光学理論について解説する。

2. プラグ導波路の特性

プラグ反射現象を半導体内に導入する方法として、絶縁体多層膜のように材料、または組成の異なる半導体を積層する場合と、図1のように導波路のヘテロ接合界面に周期的な凹凸（回折格子）を設けて、等価的に周期的な屈折率変化を作り出す方法があり、いずれもレーザーに応用されている。

図1は、InPとInGaAsPで構成したプラグ導波路の例で、 λ_g はInGaAsPの禁制帯幅に対応する発光波長、 h, d, t は膜厚、 a は凹凸の深さ、下は実際の断面写真をそれぞれ示す。 n -InP（基板）上のInGaAsP層の膜厚が周期的に変化しているため、点線で示した導波光に対する屈折率が周期的に変化していることになる。これをモデル化したのが図2の上である。

$$n(z) = n + \Delta n \cos(2\beta_0 z + Q) \quad (1)$$

ただし、 $\beta_0 = \pi/A$, A は回折格子の周期、 Q は屈折率変化の $z=0$ における位相、 Δn は屈折率変化の振幅をそれぞれ示す。右へ進む波を $R(z)\exp(-j\beta_0 z)$ 、左へ進む波を $S(z)\exp(j\beta_0 z)$ と表わすと、回折格子による挿動分極、 $\cos(2\beta_0 z/A)$ が $R(z) \leftrightarrow S(z)$ 間の結合を引き起こす。

$$\exp(-j\beta_0 z) \cdot \cos \frac{2\pi}{A} z = \frac{1}{2} \{\exp(j\beta_0 z) + \exp(-3j\beta_0 z)\} \quad (2)$$

一方、全体の電界 $E(z)$ に対する波動方程式 $\partial^2 E / \partial z^2 + k^2 E = 0$ の k^2 は、式(1)のような屈折率変化、および利得または損失 α が存在する場合、

$$k^2 = \beta^2 + 2j\alpha\beta + 4\kappa\beta \cos(2\beta_0 z + Q) \quad (3)$$

$$\kappa = \pi \cdot \Delta n / \lambda_0 \quad (4)$$

と近似できる。ただし、 $\Delta n \ll n$, $\alpha \ll \beta_0$ である。また、 β は電界 E の伝播定数で、電界 E の角周波数を ω 、真空中の光速を c とすると $\beta \equiv n\omega/c$ で定義されるが、プラグ反射は β_0 に近い β を有する電界に対してのみ起こるので、ここでは $\beta \approx \beta_0$ を仮定している⁴⁾。

ここで $E(z) = R(z)\exp(-j\beta_0 z) + S(z)\exp(j\beta_0 z)$ を波動方程式に代入して、次の結合波方程式が得られる⁴⁻⁶⁾。

$$-\frac{\partial R}{\partial z} + (\alpha - j\delta\beta)R = j\kappa \cdot \exp(-jQ)S \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} + (\alpha - j\delta\beta)S = j\kappa \cdot \exp(jQ)R \quad (6)$$

ただし、 $\delta\beta = \beta - \beta_0$ で、プラグ波長 λ_0 ($\beta_0 \equiv 2\pi/\lambda_0$) からのずれを示す。式(5), (6)からわかるように、式(4)の κ は $R(z), S(z)$ の結合の強さを意味し、結合係

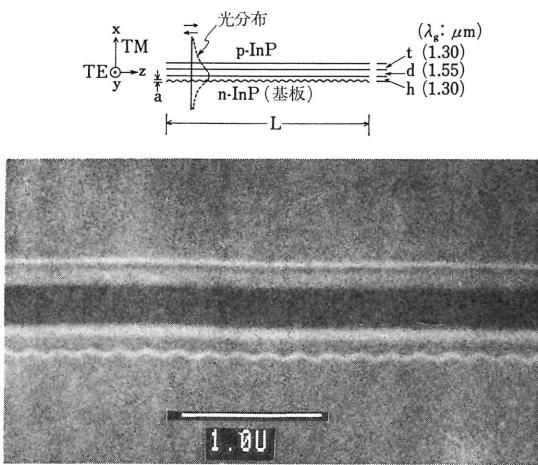


図 1 InGaAsP/InP 系の半導体からなるプラグ導波路の例
InP にはさまれた 3 層が InGaAsP で λ_g はその禁制帯幅に対応する。下は実際のウェーハの断面写真。

数と呼ばれる。

結合波方程式(5), (6)の一般解は次式で与えられる。

$$R(z) = r_1 \exp(\gamma z) + r_2 \exp(-\gamma z) \quad (7)$$

$$S(z) = s_1 \exp(\gamma z) + s_2 \exp(-\gamma z) \quad (8)$$

$$\gamma^2 = (\alpha - j\delta\beta)^2 + \kappa^2 \quad (9)$$

具体的な $R(z), S(z)$ は境界条件が与えられれば求められる。

まず、図 2 のモデルのように両端の反射率 $\hat{\rho}_l, \hat{\rho}_r$ がゼロで、 $z=-L/2$ で R_0 という入射光がある場合、境界条件は、

$$R(-L/2) = R_0, \quad S(L/2) = 0 \quad (10)$$

となる。また左右対称構造なので $\Omega=0$ とおいてよい。

$$R(z) = \frac{-\Gamma \exp\{\gamma(z-L/2)\} + \hat{I} \exp\{-\gamma(z-L/2)\}}{\hat{I} \exp(\gamma L) - \Gamma \exp(-\gamma L)} R_0 \quad (11)$$

$$S(z) = \frac{-\exp\{\gamma(z-L/2)\} + \exp\{-\gamma(z-L/2)\}}{\hat{I} \exp(\gamma L) - \Gamma \exp(-\gamma L)} j\kappa R_0 \quad (12)$$

が解として得られる。ただし、 $\Gamma = \gamma + \alpha - j\delta\beta$, $\hat{I} = -\gamma + \alpha - j\delta\beta$ である。図 2 の下は $\alpha=0$ (利得、損失なし) のもとでの $R(z), S(z)$ のパワー分布を示したものである。式(9)から $|\delta\beta| \leq \kappa$ (ストップバンド) では γ は実数で、指数関数状分布となる。 $|\delta\beta| > \kappa$ (パスバンド) では γ が虚数で、sin, cos 状分布となる。 $\delta\beta = \sqrt{(\pi/L)^2 + \kappa^2}$ では図に示したように R_0 は完全に透過し、パワーが中

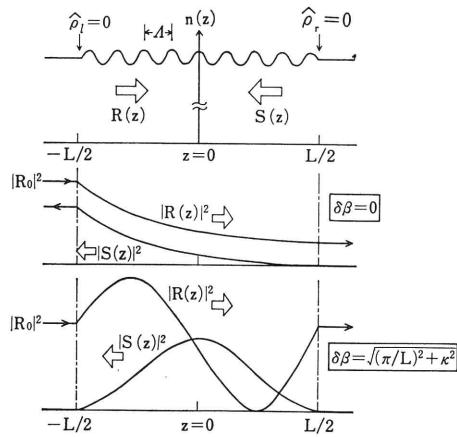


図 2 プラグ導波路の屈折率変化モデルと、導波路内の前進波 $R(z)$ 、後進波 $S(z)$ のパワー分布
上がプラグ波長 ($\delta\beta=0$)、下が第1の共振点におけるパワー分布をそれぞれ示す。

に蓄えられる、いわゆる共振現象が起こる。

図 3 は、DFB レーザーにした場合おもしろい特性を示す、 Ω シフト回折格子のモデルと、 $\delta\beta=0$ におけるパワー分布を示したものである^{7,8)}。

$$n(z) = \begin{cases} n + \Delta n \cos(2\beta_0 z + \Omega) & (z < 0) \\ n + \Delta n \cos(2\beta_0 z - \Omega) & (z \geq 0) \end{cases} \quad (13)$$

とおいて、 $z < 0, z \geq 0$ の二つの領域でそれぞれ結合波方程式をたてて解けばよい。ただし、 $z = \pm 0$ において、

$$\begin{aligned} R(+0) &= \exp(-j\Omega) R(-0), \\ S(-0) &= \exp(-j\Omega) S(+0) \end{aligned} \quad (14)$$

の境界条件を用いる。すなわち、図 3 の Ω シフト構造は図 2 のような均一な回折格子を $z=0$ のところで二つの領域に分けて、そこに長さ $(\Omega/\pi) \cdot A$ の平坦領域を挿

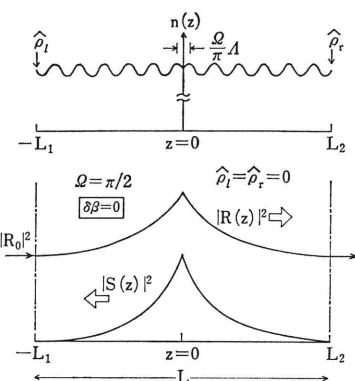


図 3 Ω シフト形の屈折率変化モデルと、 $\Omega=\pi/2$ ($\lambda/4$ シフト) の場合のプラグ波長における $R(z), S(z)$ のパワー分布

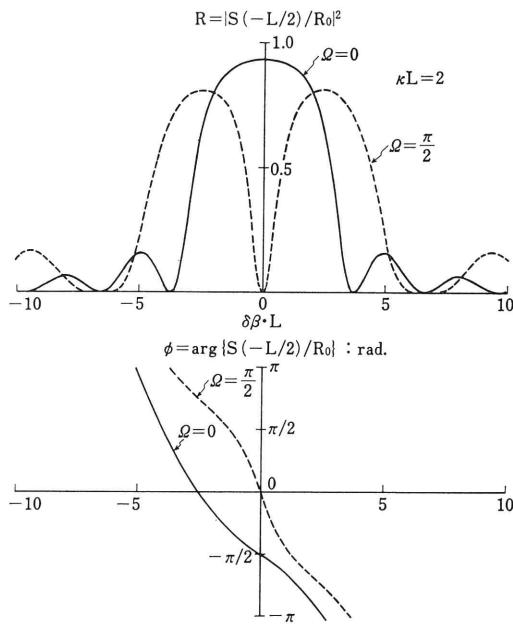


図 4 プラッグ導波路の $\alpha=0$ での典型的（両端無反射）なパワー反射率と振幅反射率の位相

入したのと同じである。したがって、二つに分けた領域を連立させる場合、その平坦領域で位相が進む分 $\exp(-jQ)$ を考えればよい。図 3 でも図 2 同様 $\alpha=0$, $\hat{\rho}_l=\hat{\rho}_r=0$ を仮定している。図に示した $Q=0.5\pi$ は、光の波長の $1/4$ にあたる分だけ回折格子の位相がシフトしており、 $1/4$ 波長シフト回折格子と呼ばれる。1 次の回折格子では左右の凹凸が反転した形になる。このときは、 $\delta\beta=0$ 、すなわち、プラッグ波長で完全透過となり、鋭い共振現象が起こる。

図 4 は、左端におけるパワー反射率 $|S(-L/2)/R_0|^2$ と振幅反射率の位相 $\arg\{S(-L/2)/R_0\}$ を $\delta\beta\cdot L$ に対して示したものである。 $Q=0$ の均一な回折格子では、 $\delta\beta=0$ で反射率が最大となり、 $Q=0.5\pi$ の $1/4$ 波長シフト回折格子では、 $\delta\beta=0$ で反射率がゼロ、すなわち完全透過が起こる。

これまで、回折格子両端に反射がない ($\hat{\rho}_l=\hat{\rho}_r=0$) ことを仮定してきたが、反射がある場合も、境界条件が異なってやや煩雑になるが、後で例を示すように、同様の手法で解くことができる。また、 Q シフト形と同様な特性を示すものとして、膜厚⁹⁾ やストライプ幅¹⁰⁾を変則的にしたものもある。

また、結合係数 κ はプラッグ導波路の中の最も重要なパラメータである。図 4 では長さ L で規格化して示してあるが、 κ の大きさは式(4)で与えられる。式(4)

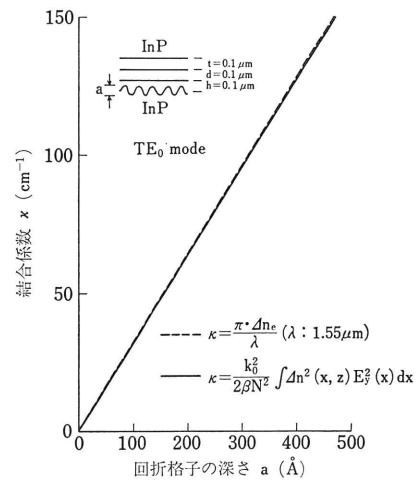


図 5 回折格子の深さ a に対する結合係数

は前にも述べたように、いわば平面波近似である。図 1 のような実際の導波路では、等価屈折率 $n_e = \beta/k_0$ ($k_0 = 2\pi/\lambda_0$) が、膜厚変化に応じて周期的に Δn_e だけ変化すると考えられる。式(4)は、式(1), (13)のように正弦波状の変化を仮定しており、他の形状の場合はその正弦波成分の係数分補正する必要がある。しかし、一般的な形状に対しては次式がより正確である^{5,11)}。

$$\kappa = \frac{k_0^2}{2\beta N^2} \int \Delta n^2(x, z) E_y^2(x) dx \quad (15)$$

ただし、 $N^2 = \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(x) dx$ である。 $E_y(x)$ は、 y 方向 (TE モード) 偏波の電界で、積分は 凹凸の存在する領域にわたって行なわれる。図 5 は図中のような層構造に対して求めたもので、式(4)と式(15)の結果はよく一致する。これは、回折格子の深さ a が小さく、TE モードでは電界に対して平面波の取扱いができるためである。一方、TM モードに対しては、式(4)は、不正確で、式(15)と同様な計算を行なう必要がある¹²⁾。一般に TE モードの κ が TM モードの κ に比べて約 1 割大きい。

3. DFB レーザー

DFB レーザーは、プラッグ導波路自身が共振器となって、かつ利得を有するケースである。定性的には図 4 の反射特性で説明できる。すなわち、共振器として見た場合、共振は透過がピーク（反射が最小）となる波長で起こり、その共振の Q 値は透過スペクトル幅が狭いほど大きい。したがって、図 4 の場合、 $Q=0$ では $\delta\beta\cdot L=0$ に対して対称で反射が 0 となる二つの点、 $Q=\pi/2$

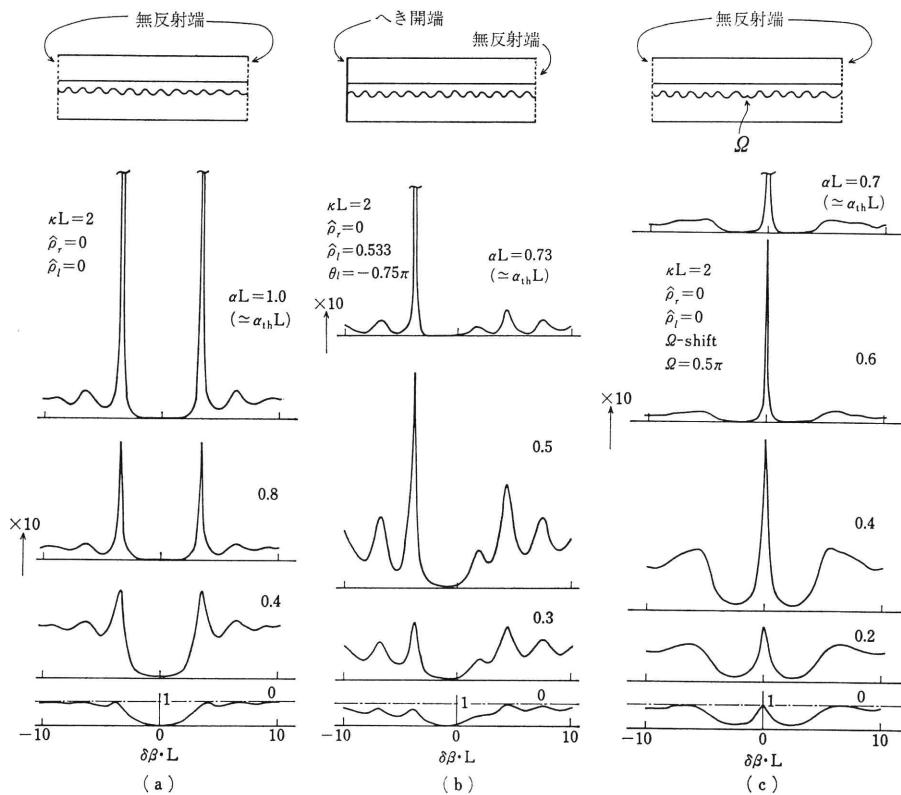


図 6 ブラッグ導波路の利得 α を 0 から徐々に大きくしたときの透過スペクトル
ある利得 α_{th} で透過率が無限大となる (発振する)。

ではちょうど $\delta\beta \cdot L = 0$ の点が最小のしきい値で発振する。

実際に利得 α を 0 から徐々に大きくしたときの透過率, $|R(L/2)/R_0|^2$ を $\delta\beta \cdot L$ に対してプロットしたのが図 6 である。(a)は図 4 の $Q=0$ に対応し, 2 波長発振となる。発振しきい値利得, および発振波長は透過率が無限大となる条件で決まるが, (a)の場合は式(11)から

$$\hat{F} \exp(\gamma L) = F \exp(-\gamma L) \quad (16)$$

が発振条件である。(a)ではしきい値利得 α_{th} は長さ L で規格化した値で約 1.0 である。(a)ではレーザーの両端の反射率を 0 ($\rho_l = \rho_r = 0$) とおいたが, (b)は, 左側の端がへき開面そのままになった場合で $\rho_l = 0.533$, $\rho_r = 0$ の場合である。ここで, ρ_l, ρ_r は電界反射率である。一般に, $\rho_l = \rho_r = 0$ の場合以外は非対称構造になるが, 図に示したように透過(または反射)のスペクトルも非対称となる。(b)の場合は $\delta\beta \cdot L < 0$ の共振モードが最小のしきい値となり, 単一波長発振となる。図に示した θ_l は屈折率変化の左端における位相で, θ_l の値によってスペクトルは大きく左右される。(c)は $Q = 0.5\pi$

の $\lambda/4$ シフト構造に相当するが, 図 4 の破線から推定されるように $\delta\beta \cdot L = 0$ (ブラッグ波長) で単一波長発振となる。

式(16)に対応する(b), (c)の場合のしきい値条件は, 結合波方程式の一般解と境界条件から, それぞれ

$$(j\kappa - \rho_l \Gamma)(j\kappa \rho_r - \hat{F}) \exp(\gamma L)$$

$$= (j\kappa \rho_r - \Gamma)(j\kappa - \rho_l \hat{F}) \exp(-\gamma L) \quad (17)$$

$$\{\kappa^2 + \hat{F}^2 \exp(\gamma L)\}^2$$

$$= -\kappa^2 \hat{F}^2 \exp(-2jQ) \{1 - \exp(\gamma L)\}^2 \quad (18)$$

と求められる。ただし式(17)において $\rho_l = \rho_l \exp(-j\theta_l)$, $\rho_r = \rho_r \exp(-j\theta_r)$ で, θ_l, θ_r は左端, 右端における屈折率変化の端面位相である。

複素決定方程式となる式(16), (17), (18)から, 発振波長に相当する $\delta\beta$ (または $\delta\beta \cdot L$) としきい値利得 α_{th} (または $\alpha_{th} \cdot L$) が求められるが, α_{th} は電界に対するものなので, ファブリーペロー形レーザーのミラー損失には $2\alpha_{th}$ が対応する。レーザーの内部光損失 α_{in} を活性層の損失 α_{ac} , クラッド層の損失 α_{ex} , および光の活性層への閉じ込め係数 ξ を用いて

$$\alpha_{in} = \xi \alpha_{ac} + (1 - \xi) \alpha_{ex} \quad (19)$$

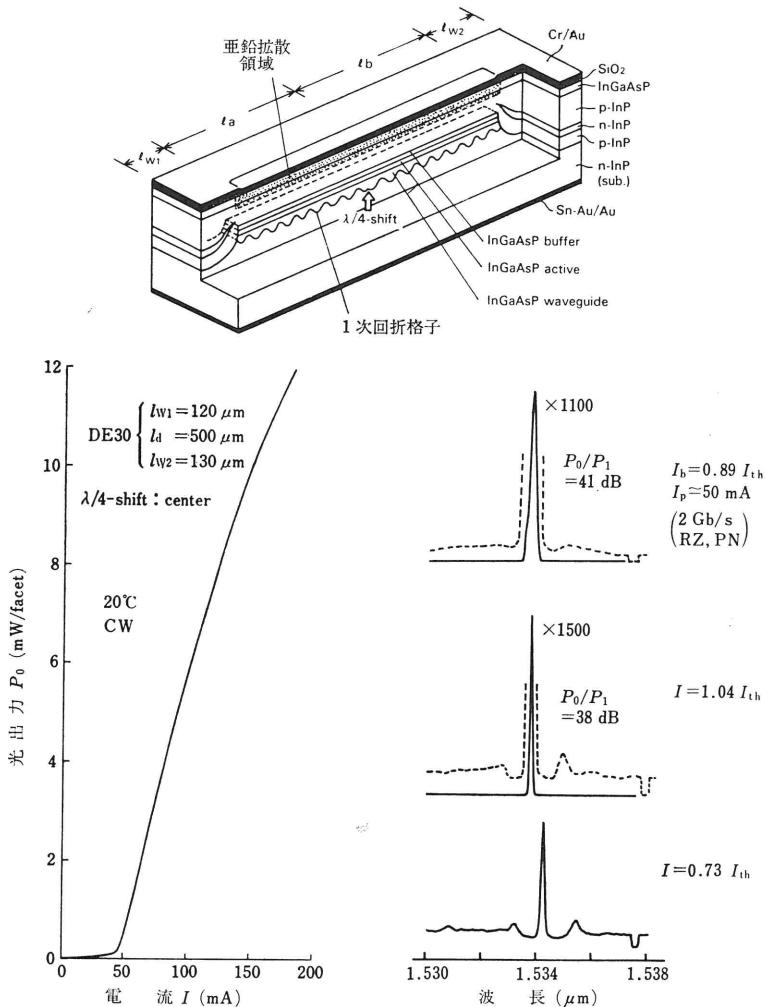


図 7 両端低反射の $\lambda/4$ シフト形の DFB レーザーの模式図、光出力対電流特性、および発振スペクトル

と表わすと、活性層のバルクとしてのパワーに対するしきい値利得 g_{th} および外部微分量子効率 η_D は次式より求められる。

$$\xi g_{\text{th}} = 2\alpha_{\text{th}} + \alpha_{\text{in}} \quad (20)$$

$$\eta_D = \eta_i r_c \{2\alpha_{\text{th}}/(2\alpha_{\text{th}} + \alpha_{\text{in}})\} \quad (21)$$

ただし、 η_i は内部微分量子効率、 r_c は発振領域への電流注入効率をそれぞれ示す¹³⁾。また、図 6(b)のような非対称構造では左右への出力も非対称となる^{6,13)}。

図 6(b)、(c)のケースが单一波長発振であることを述べたが、单一波長の安定性（たとえば高速変調時にも安定かどうか）の目安は、最低しきい値のモード（図中の発振モード）と次のモード（図中 2 番目に大きいピーク）との間のしきい値利得差 $\Delta\alpha_{\text{th}}$ で、これが大きいほど安定である。(b)のように、回折格子終端の反射率が

大きい場合は、特性が回折格子の位相によって大きく異なる⁶⁾。したがって、 $\Delta\alpha_{\text{th}}$ を大きく保つためには位相 θ_l (または θ_r) を制御する必要がある。一方、(c)のような両端無反射の $\lambda/4$ シフト形では、 $\Delta\alpha_{\text{th}}$ がきわめて大きく単一波長性に優れている⁸⁾。ただし、反射率を数%以下にする必要がある。

図 7 は、図 6(c)の $\lambda/4$ シフト形の DFB レーザーを実現した素子構造、光出力対電流特性、および発振スペクトルを示したものである¹⁴⁾。発振しきい値以下 ($I = 0.73 I_{\text{th}}$) のスペクトルは、図 6(c)とほぼ対応しており、ちょうどブレグ波長に発振モードがあることがわかる。また、しきい値以上では主副モード比 P_0/P_1 が非常に大きく、高速変調下でも安定な単一波長発振が得られている。

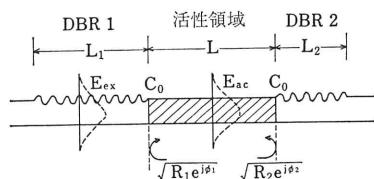


図 8 DBR レーザーのモデル

4. DBR レーザー

DBR レーザーでは、利得を有する活性領域と、反射器としてのプラグ導波路が空間的に分離しているのが特徴で、図 8 はそのモデルである。プラグ反射器 1, 2 の位相を含めた反射率を図のように、 $\sqrt{R_1} \exp(j\phi_1)$, $\sqrt{R_2} \exp(j\phi_2)$ 、活性領域と DBR 領域の光結合効率を C_0 とすると、発振条件は次式で与えられる³⁾。

$$(V\bar{C}_0)^4 V\bar{R}_1 V\bar{R}_2 \exp\{(1/2)(\xi g_{th} - \alpha_{in}) \cdot 2L\} \\ \times \exp\{j(\phi_1 + \phi_2 - 2\beta L)\} = 1 \quad (22)$$

このしきい値条件を反射率と位相の項に分けて示したのが図 9 である。位相条件は、DBR 領域の位相 $\phi_1 + \phi_2$ が直線で示した $2\beta L + 2m\pi$ (m は整数) と一致する点で満足される。その波長(図では $\delta\beta \cdot L_2$)での $\ln(1/R_1 R_2)$ がミラー損失に対応し、しきい値利得 g_{th} が決まる。図では、最低しきい値の波長がちょうどプラグ波長 $\delta\beta \cdot L_2 = 0$ にあたり、DBR レーザーとして最適な設計となっている。ただし、このような設計どおりの素子を作るためには、伝播定数 β や各領域の長さ等の正確な制御が

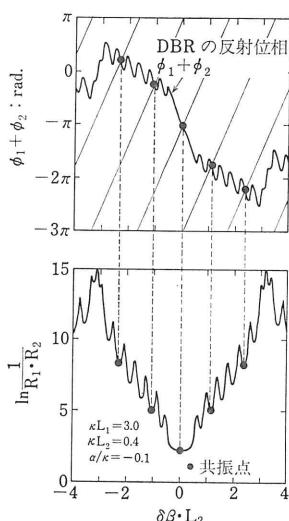


図 9 DBR レーザーの発振条件
上が位相条件で下がしきい値条件をそれぞれ示す。

必要である。

DBR レーザーでは、活性領域と DBR 領域が分離しているため、両者の光学的な結合が非常に重要である。

図 8 のモデルのような直接結合形では C_0 は次式で与えられる³⁾。

$$C_0 = \left(\frac{2\beta_{ex}}{\beta_{ac} + \beta_{ex}} \right)^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_{ac}(x) E_{ex}(x) dx \right|^2 \quad (23)$$

ただし、 β_{ac} , β_{ex} , E_{ac} , E_{ex} は活性領域と DBR 領域の伝播定数と電界分布で $\int_{-\infty}^{\infty} E_{ac}^2(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} E_{ex}^2(x) dx = 1$

である。高結合を実現するためには、伝播定数と電界分布を十分一致させる必要がある。

図 4 の反射率の計算では損失 ($\alpha < 0$) がないとしたが、 R_1, R_2 は損失があると低下する³⁾。したがって、低しきい値、高効率レーザーを実現するためには低損失プラグ導波路が不可欠である。

DBR レーザーは、DFB レーザーに比べて設計パラメータが多い。したがって設計の自由度が大きい反面、設計通りに素子を実現する上で制御すべき点が多くなる。

5. まとめ

DFB, DBR レーザーの基本となるプラグ導波路の光学的な性質、および両レーザーの特徴について、理論的な面から概説した。プラグ反射を利用するこれらのレーザーは、反射が最も効果的に起るプラグ波長における発振があるべき姿で、設計の基本と考えられる。

文 献

- 1) Y. Suematsu, S. Arai and K. Kishino: "Dynamic single-mode semiconductor lasers with a distributed reflector," IEEE J. Lightwave Technol., LT-1 (1983) 161-176.
- 2) R. G. Hunsperger: *Integrated Optics* (Springer-Verlag, Berlin/Heiderberg/New York, 1982).
- 3) 末松安晴: 半導体レーザと光集積回路 (オーム社, 東京, 1984).
- 4) H. Kogelnik and C. V. Shank: "Coupled wave theory of distributed feedback lasers," J. Appl. Phys., 43 (1972) 2327-2335.
- 5) A. Yariv: *Introduction to Optical Electronics*, 2nd ed. (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976).
- 6) W. Streifer, R. D. Burnhan and D. R. Scifres: "Effect of external reflectors on longitudinal modes of distributed feedback lasers," IEEE J. Quantum Electron., QE-11 (1975) 154-161.
- 7) H. A. Haus: *Waves and Fields in Optoelectronics* (Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1984).
- 8) K. Utaka, S. Akiba, K. Sakai and Y. Matsushima: "Analysis of quarter-wave-shifted DFB laser," Electron. Lett., 20 (1984) 326-327.

- 9) F. Koyama, Y. Suematsu, K. Kojima and K. Furuya : "1.5 μ m phase adjusted active distributed reflector laser for complete dynamic single-mode operation," Electron. Lett., **20** (1984) 391-393.
- 10) K. Tada, Y. Nakano and A. Ushirokawa : "Proposal of a distributed feedback laser with nonuniform stripe width for complete single-mode oscillation," Electron. Lett., **20** (1984) 82-84.
- 11) W. Streifer, D. R. Scifres and R. D. Burnham : "Coupling coefficient for distributed feedback single- and double-heterostructure diode lasers," IEEE J. Quantum Electron., **QE-11** (1975) 867-873.
- 12) W. Streifer, D. R. Scifres and R. D. Burnham : "TM-mode coupling coefficients in guided-wave distributed feedback lasers," IEEE J. Quantum Electron., **QE-12** (1976) 74-78.
- 13) S. Akiba, K. Utaka, K. Sakai and Y. Matsushima : "Asymmetry in output power of InGaAsP/InP DFB lasers," Jpn. J. Appl. Phys., **23** (1984) 1054-1059.
- 14) K. Utaka, S. Akiba, K. Sakai and Y. Matsushima : "Longitudinal-mode behavior of $\lambda/4$ -shifted InGaAsP/InP DFB lasers," Electron. Lett., **21** (1985) 367-369.