

## 研究

# イメージ・デローテータを用いたホログラフィ 干渉法による回転物体の振動解析

村田 正義・黒田 雅博

三菱重工業(株)長崎研究所 〒850-91 長崎市飽の浦町 1-1

(1986年2月12日受理)

## Vibration Analysis of Rotating Object by Holographic Interferometry with Image Derotator

Masayoshi MURATA and Masahiro KURODA

Nagasaki Technical Institute, Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.,  
1-1, Akunoura-machi, Nagasaki 850-91

A theory of the rotation of a reflective image for a non-rotating object image is expressed by the use of a coordinate transformation matrix. The theory is used to analyze the fringe formations due to the rigid body motion of the image of a rotating object. The analysis of fringe formations shows problems concerning the optical arrangement for making a hologram as follows: an angular misalignment between the object's rotation axis and the rotated axis produces Fizeau fringes on the image, which are reconstructed from a double pulsed hologram. An angular misalignment of the illumination beam to the object's rotation axis produces Fizeau fringes. Finally, a practical method of making a hologram by using an image derotated holographic interferometer is discussed for reduction of Fizeau fringes.

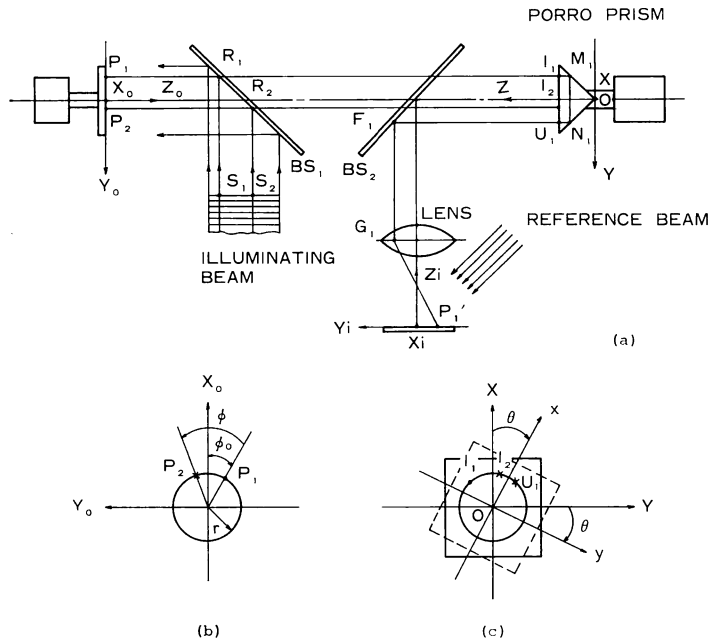
### 1. ま え が き

最近、パルスレーザーホログラフィ干渉法により、ジェットエンジンおよびコンプレッサなど回転機械の動翼の回転時における振動モードを計測することが試みられている<sup>1-4)</sup>。そのホログラム作成では、回転物体の像を静止像に変換するイメージ・デローテータ<sup>5,6)</sup>を用いている。したがって、従来の回転体ホログラム作成法<sup>7-9)</sup>のようにホログラム乾板を回転物体に固着したり、あるいはホログラムを作成するごとに回転物体を静止させる必要がなく、便利で実用性の高い方法であるといえる。

しかしながら、イメージ・デローテータを用いる方法では、ホログラム作成光学配置をかなり精密に調整せねばならない、すなわちイメージ・デローテータと回転物体の二つの回転軸および物体照明光の発散中心が同一直線上で完全に一致せねばならない<sup>10)</sup>。もしも、その光学系の調整が完全でなければ、非回転物体を対象とする通常のホログラフィ干渉法において物体の剛体変位(並

進・回転)によって発生する干渉縞と同様に、所望の振動変位を表わす干渉縞以外の干渉縞(バイアス・フリンジと呼ぶ)が形成される。このバイアス・フリンジは回転物体振動変位を表わす干渉縞を歪ませ、あるいはその干渉縞の形成を阻害する。そのため、回転物体の振動解析が非常に困難となる。したがって、そのバイアス・フリンジの形成を解析し、その性質を把握して干渉縞の抑制と解釈に役立てることが必要となる。しかし、その解析を行なった報告は見当たらないようである。

そこで、筆者らは反射形イメージ・デローテータを用いた回転物体のホログラム作成光学系調整の不完全さに起因する干渉縞形成を解析した。解析手順としては、まずイメージ・デローテータによる回転物体像の静止像への変換の表現式を、回転マトリックスを用いて導出した。次に、その変換式を用いて光学系調整の不完全さ、すなわち回転軸の傾き、軸中心の不一致、回転むらおよび物体照明光角度の傾きが、イメージ・デローテータ静止像へ及ぼす影響を解析し、その結果を用いてバイア



**Fig. 1** Fundamental configuration for making a hologram by the image derotated double pulsed laser holography. (a) Basic arrangement of components, (b) The coordinate of object plane, (c) The coordinate of Porro prism plane.

ス・フリンジの形成を検討した。さらに、その解析結果から、イメージ・デローテータを用いたホログラム作成光学系調整のキーポイントを把握して回転物体振動計測への応用を図った。

本論文では、イメージ・デローテータによる回転物体像の静止像への変換の表現式導出、バイアス・フリンジ形成の解析および回転物体振動計測への応用実験などについて報告する。

## 2. 測定原理

イメージ・デローテータを用いたホログラム作成の基本配置を Fig. 1(a) に示す。Fig. 1(a) において空間に固定の直角座標 (静止座標系) として、ポロプリズムのルーフェッジとその回転軸の交点を原点  $O$  とする  $(X, Y, Z)$  座標を定め、 $Z$  軸をポロプリズムの回転軸とする。ポロプリズムに固定の座標 (回転座標系) として、ルーフェッジを  $x$  軸とし原点を  $O$  とする  $(x, y, z)$  座標を定める。他方、回転物体はその回転軸が  $Z$  軸線上に一致するように設置され、物体照明光は平行光で、半透鏡  $BS_1$  により  $Z$  軸方向より入射されている。また、物体光は半透鏡  $BS_1$  および  $BS_2$  を通過し、ポロプリズムで反射されて、半透鏡  $BS_2$  径由でレンズで結像されてホログラム乾板に到達する。すなわち、ホログラム再生

像観察での視線方向は  $Z$  軸方向である。さらに Fig. 1(a) に示すように物体面に静止座標  $(X_0, Y_0, Z_0)$  を、ホログラム乾板面に静止座標  $(X_i, Y_i, Z_i)$  を定める。

回転物体は回転角速度  $\omega$  で、ポロプリズムは  $\omega/2$  の回転角速度で回転しているとし、パルス間隔  $\Delta t$  のダブルパルスレーザー光にてイメージ・プレーン<sup>1)</sup>のホログラムを作成することを考える。なお、簡単のため、回転物体は振動なしで回転しているとする。

まず、ダブルパルスレーザー光の1発目の発射時刻  $t_1$  における回転物体、ポロプリズムおよび回転物体像の状態を考える。回転物体の  $t_1$  時刻の状態は、物体上の代表点  $P_1$  を  $(X_0, Y_0, Z_0)$  座標で見て、Fig. 1(b) に示すように、 $X_0$  軸より角度  $-\phi_0$  にあったとする。ポロプリズムの  $t_1$  時刻での状態は、Fig. 1(c) にて、 $(x, y)$  軸が  $(X, Y)$  軸に合致した状態、すなわち  $\theta=0$  であったとする。物体が照明されると、物体光は次の経路を通過してホログラムに到達する。すなわち、その経路は Fig. 1(a) にて、点  $S_1$  よりスタートして、 $S_1 \rightarrow R_1 \rightarrow P_1 \rightarrow I_1 \rightarrow M_1 \rightarrow N_1 \rightarrow U_1 \rightarrow F_1 \rightarrow G_1 \rightarrow P_1'$  である。

次に、ダブルパルスレーザー光の2発目の時刻  $(t_1 + \Delta t)$  での回転物体、ポロプリズムおよび回転物体像の状態は次のようになる。回転物体の代表点  $P_1$  は、Fig. 1(b) に示すように、初期状態  $P_1$  より角度  $\phi = \omega \Delta t$  だけ

進んだ位置  $P_2$  点に回転している。ポロプリズムは、**Fig. 1(c)** に示すように、回転角度で見て初期状態  $\theta = 0$  より  $\theta = \omega \Delta t / 2$  だけ進んだ位置に回転している。この状態での物体光の経路は後述のイメージ・デローテータの原理により、次のようになる。その経路は、**Fig. 1(a), (b)** にて、スタート点  $S_2$  より、 $S_2 \rightarrow R_2 \rightarrow P_2 \rightarrow R_2 \rightarrow I_2 \rightarrow M_1' \rightarrow N_1' \rightarrow U_1 \rightarrow F_1 \rightarrow G_1 \rightarrow P_1'$  である。すなわち、ダブルパルスレーザー光の1発目と2発目での物体光経路の相違点は、照明光のスタート点よりポロプリズムの出射光点  $U_1$  までである。したがって、もしも回転物体の  $P$  点が  $Z_0$  軸方向で変位  $d(P)$  をもったとすると、ダブルパルスレーザー光による二重露光ホログラムには、次式で示される位相差  $\Delta l$  をもつ物体光が記録される。

$$\Delta l = 2\pi d(P) / \lambda \quad (1)$$

ただし、

$$d(P) = \overline{S_1 R_1 P_1 R_1 I_1 M_1 N_1 U_1} - \overline{S_2 R_2 P_2 R_2 I_2 M_1' N_1' U_1} \quad (2)$$

さて、回転物体のホログラム作成で重要な役目を担うイメージ・デローテータによる回転像の静止像への変換に関する原理および数式的表現は次のとおりである。

**Fig. 1** において、ポロプリズムが静止しているとき、 $(x, y, z)$  系より見た静止物体（簡単のため、平板と考える）上の任意の一点  $P$  の座標  $[x(P), y(P), z(P)]$  とポロプリズムの鏡面に写った点  $P$  の像  $P'$  の座標  $[x'(P), y'(P), z'(P)]$  の関係は、座標変換マトリックス<sup>12)</sup>を用いて次のように表わされる。

$$\begin{pmatrix} x'(P) \\ y'(P) \\ z'(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(P) \\ y(P) \\ z(P) \end{pmatrix} \quad (3)$$

回転系  $(x, y, z)$  と静止系  $(X, Y, Z)$  には次の関係がある。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t & 0 \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega t & -\sin \Omega t & 0 \\ \sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (5)$$

ただし、 $\Omega$  は  $x$  軸の  $X$  軸に対する回転角速度で、 $\theta = \Omega t$  である。

ポロプリズムが角速度  $\Omega$  で回転しているとき、その鏡面に写った静止物体上点  $P [x(P), y(P), z(P)]$  の像  $P'$  の座標  $[x'(P), y'(P), z'(P)]$  は、(3) および (4) 式より、

$$\begin{pmatrix} x'(P) \\ y'(P) \\ z'(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t & 0 \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(P) \\ Y(P) \\ Z(P) \end{pmatrix} \quad (6)$$

となる。ところで、静止系にいる観測者が、回転中のポロプリズムに写った点  $P' [x'(P), y'(P), z'(P)]$  を、**Fig. 1(a)** の半透鏡  $BS_2$  の位置より直接見る場合は、その点像  $P'$  は座標  $[X'(P), Y'(P), Z'(P)]$  の位置になる。すなわち

$$\begin{pmatrix} X'(P) \\ Y'(P) \\ Z'(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\Omega t) & \sin(2\Omega t) & 0 \\ \sin(2\Omega t) & -\cos(2\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(P) \\ Y(P) \\ Z(P) \end{pmatrix} \quad (7)$$

**Fig. 1(a)** に示すように、半透鏡  $BS_2$  を介してレンズで結像し、結像面  $(X_i, Y_i, Z_i)$  で観測する場合は、半透鏡  $BS_2$  およびレンズによる符号の変化、ならびに像倍率を考慮することにより、次式が得られる。ただし、レンズの縦倍率  $m_1$ 、横倍率  $m_2$  は、物体面の静止座標を  $(X_0, Y_0, Z_0)$  とし、 $m_1 = Z_i / Z_0$ 、 $m_2 = X_i / X_0 = Y_i / Y_0$  とする。

$$\begin{pmatrix} X_i(P) \\ Y_i(P) \\ Z_i(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_2 [X_0(P) \cos(2\Omega t) + Y_0(P) \sin(2\Omega t)] \\ m_2 [X_0(P) \sin(2\Omega t) - Y_0(P) \cos(2\Omega t)] \\ -m_1 Z_0(P) \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここで、回転物体の半径  $r$  上の任意の点  $P$  をその回転軸まわりに、角速度  $\omega$ 、初期位相  $\phi_0$  で回転させ、それを回転ポロプリズムおよび半透鏡  $BS_2$  を介してレンズで結像させて観察する場合を考える。回転物体は振動なしで回転しているとすると、(8)式に次の関係：

$$\begin{pmatrix} X_0(P) \\ Y_0(P) \\ Z_0(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\omega t + \phi_0) \\ r \sin(\omega t + \phi_0) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

を代入し、次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} X_i(P) \\ Y_i(P) \\ Z_i(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_2 r \cos \{2\Omega t - (\omega t + \phi_0)\} \\ m_2 r \sin \{2\Omega t - (\omega t + \phi_0)\} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

(10)式に次の条件、すなわち

$$\Omega = \omega / 2 \quad (11)$$

を与えると、回転物体上点  $P$  の像面での対応点  $P_i$  は、次式で示されるように時間  $t$  に関係なく、一定の値をもつ。

$$\begin{pmatrix} X_i(P) \\ Y_i(P) \\ Z_i(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mzr \cos \phi_0 \\ -mzr \sin \phi_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

(12)式は回転物体の点Pが半径  $r$  上を角速度  $\omega$  で回転しているにもかかわらず、結像面では座標  $[X_i(P), Y_i(P), Z_i(P)]$  の一点に静止していることを表わしている。

以上のことより、イメージ・デローテータを用いて、回転物体の像を静止させるためには、次の二つの条件を満たさねばならないことがわかる。

(i) 回転ポロプリズムと回転物体のそれぞれの回転軸は同一直線上で完全に一致すること。

(ii) 回転ポロプリズムの角速度は回転物体の角速度の  $1/2$  であること。

### 3. イメージ・デローテータに起因する物体の剛体運動とその干渉縞

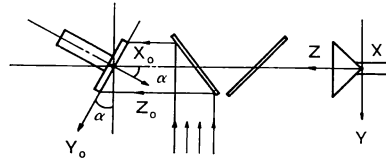
イメージ・デローテータで回転物体の像を完全に静止させた状態でホログラムを作成すると、非回転物体を計測対象とする通常のホログラム作成の場合と同じ意味をもつ干渉縞が得られ、その解釈も容易である。しかしながら、そのホログラム作成の光学系構成要素に次に示すような調整ミスがあると、回転物体の像は回転および並進から成る剛体運動を行なう。すなわち、その調整ミスは、①ポロプリズムと回転物体のそれぞれの回転軸がある角度で交差する形で設置されている場合、②その二つの回転軸が平行ではあるが同一直線上に設置されていない場合、③ポロプリズムの回転速度が回転物体のその  $1/2$  になっていない場合、④物体照明光が回転軸に対し斜め方向より入射される場合などで生じる。その剛体運動は、通常のホログラフィ干渉法による物体変形計測で剛体変位により生じる干渉縞と同様に、干渉縞を形成し、振動モードを表わす干渉縞のノイズとなる。したがって、その干渉縞の形成を解析し、ホログラム作成時の光学系調整および回転物体の振動解析に必要な干渉縞解釈に役立てることが必要となる。

以下に、上記四つの調整ミスに起因する干渉縞を解析する。

#### 3.1 二つの回転軸が角度 $\alpha$ で交差する場合

**Fig. 2** に示すように、イメージ・デローテータの回転軸  $Z$  が、回転物体の回転軸  $Z_0$  に対し角度  $\alpha$  だけ傾斜して設定された場合を考える。ただし、その回転角速度  $\Omega$  は物体の回転角速度  $\omega$  の  $1/2$  で、物体照明光の入射方向は  $Z$  軸に一致しているとする。

物体の回転軸を  $Z_0$  とする物体面での静止座標  $(X_0,$



**Fig. 2** An arrangement for making a hologram with an angular misalignment between the object's rotation axis and the derotator's axis.

$Y_0, Z_0$ ) とポロプリズムの回転軸を  $Z$  とする静止座標  $(X, Y, Z)$  の間には、次の関係<sup>12)</sup>がある。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

物体面上の点  $Q[X_0(Q), Y_0(Q), Z_0(Q)]$  を回転プリズムを介して静止系より観測するとき、プリズム鏡面に映る点像  $Q'[X'(Q), Y'(Q), Z'(Q)]$  は、(7)および(13)式より、次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} X'(Q) \\ Y'(Q) \\ Z'(Q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ \sin(\omega t) & -\cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

(14)式に物体の回転を表わす次の関係：

$$\begin{cases} X_0 = r \cos(\omega t + \phi_0) \\ Y_0 = r \sin(\omega t + \phi_0) \\ Z_0 = 0 \end{cases}$$

を代入すると、ポロプリズム鏡面に写る像の動きを与え式が次のように得られる。

$$\begin{cases} X'(Q) = r(1 - \cos \alpha) \cos(\omega t + \phi_0)/2 \\ \quad + r(1 + \cos \alpha) \cos \phi_0/2 \end{cases} \quad (15)$$

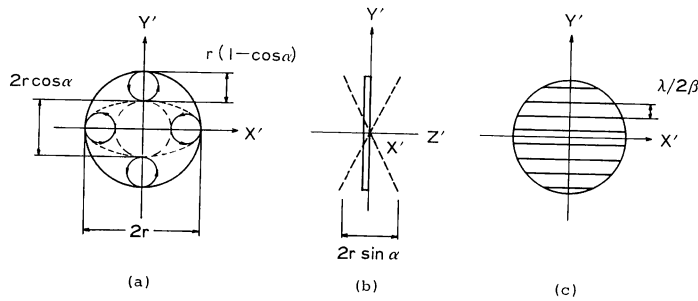
$$\begin{cases} Y'(Q) = r(1 - \cos \alpha) \sin(\omega t + \phi_0)/2 \\ \quad - r(1 + \cos \alpha) \sin \phi_0/2 \end{cases} \quad (16)$$

$$Z'(Q) = r \sin \alpha \cdot \sin(\omega t + \phi_0) \quad (17)$$

(15)および(16)式は、それぞれ物点Qの対応点  $Q'$  の運動の  $X'$  成分および  $Y'$  成分を表わしており、その運動は  $X'-Y'$  面において次式で表わされる円軌跡を描く。

$$\begin{aligned} & \{X' - r(1 + \cos \alpha) \cos \phi_0/2\}^2 \\ & + \{Y' + r(1 + \cos \alpha) \sin \phi_0/2\}^2 \\ & = \{r(1 - \cos \alpha)/2\}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

すなわち、物点  $Q'$  が **Fig. 3(a)** に示すように  $X'-Y'$  面内で円を描くように運動していることを意味している。(17)式は物点Qの面外振動がゼロであっても、その対応点  $Q'$  には面外変位が発生することを示している。すなわち、**Fig. 3(b)** に示すように、物点  $Q'$  が  $X'$  軸を回転軸として振幅  $r \sin \alpha$ 、角周波数  $\omega$ 、初期位相  $\phi_0$



**Fig. 3** Fringe formations produced by the arrangement shown in **Fig. 2**. (a) In-plane rigid body motion in the derotator's image, (b) Rotational rigid body motion with X-axis in the derotator's image.

をもつ正弦振動的な回転運動を示している。

ここで、(15)ないし(18)式で表される回転物体の剛体運動を、パルス間隔  $\Delta t$  のダブルパルス光でホログラムを作成することを考える。(15)および(16)式で表される面内運動の時間  $\Delta t$  の間の変位  $\Delta l$  は、ダブルパルス光の1発目の発射時刻を  $t_1$  とおくと、次式で与えられる。

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta X_0)^2 + (\Delta Y_0)^2} \quad (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Delta X_0 &= r(1 - \cos \alpha) \\ &\times [\cos \{\omega(t_1 + \Delta t) + \phi_0\} - \cos \{\omega t_1 + \phi_0\}] / 2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_0 &= r(1 - \cos \alpha) \\ &\times [\sin \{\omega(t_1 + \Delta t) + \phi_0\} - \sin \{\omega t_1 + \phi_0\}] / 2 \end{aligned} \quad (21)$$

(19)式の面内変位  $\Delta l$  により生じる干渉縞は、ホログラム作成配置が物体照明光に平行光を用い物体表面の法線方向により入射させ、かつ視線も物体法線方向であることから、無限遠に局在する等傾角干渉縞 (brewster fringes) となる。

次に、(17)式で与えられる剛体運動は、 $X'$  軸を回転軸とする回転である。したがって、この場合は、(22)式で与えられる縞間隔  $\Delta F_1$  の等厚干渉縞<sup>13,14)</sup> (Fizeau fringes) が **Fig. 3(c)** のような形で物体面に局在する。

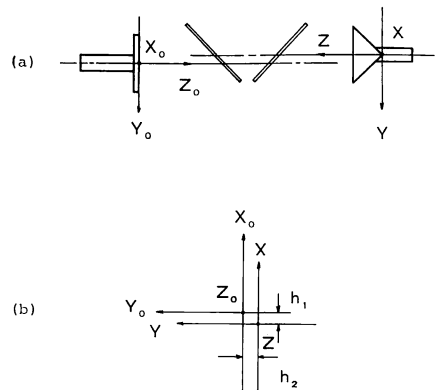
$$\Delta F_1 = \lambda / 2\beta \quad (22)$$

ただし、 $\lambda$  はパルスレーザー光の波長で、

$$\beta = r \sin \alpha [\sin \{\omega(t_1 + \Delta t) + \phi_0\} - \sin \{\omega t_1 + \phi_0\}] / 2 \quad (23)$$

である。なお、パルス間隔  $\Delta t = \pi / \omega$  の場合には(23)式は最大値  $\beta_{\max} = r \sin \alpha$  になり、等厚干渉縞の縞間隔が最小になる。

以上のことから、二つの回転軸の交差角  $\alpha$  をゼロにしない限り、等厚干渉縞が物体面に現われるということが



**Fig. 4** An arrangement for making a hologram with a spacing misalignment of the rotator's axis. (a) Illustration of the spacing misalignment, (b) Relation of the axis.

わかった。

### 3.2 二つの回転軸が同一直線上にない場合

**Fig. 4(a), (b)** に示すように、イメージ・デローテータの回転軸  $Z$  と回転物体の回転軸  $Z_0$  が平行ではあるが同一直線上にない場合を考える。ただし、イメージ・デローテータの回転角速度  $\Omega$  は物体の回転角速度  $\omega$  の  $1/2$ 、すなわち  $\Omega = \omega/2$  で、物体照明光の入射方向は  $Z$  軸に一致しているとする。

(7)式に物体の回転を表す次の関係：

$$\begin{cases} X(Q) = r \cos(\omega t + \phi_0) + h_1 & (24) \\ Y(Q) = r \sin(\omega t + \phi_0) + h_2 & (25) \\ Z(Q) = Z_c \text{ (一定)} & (26) \end{cases}$$

を代入すると、次式が得られる。

$$\begin{cases} X'(Q) = r \cos \phi_0 + \sqrt{h_1^2 + h_2^2} \cos(\omega t + \phi_0 - \delta) & (27) \\ Y'(Q) = -r \sin \phi_0 + \sqrt{h_1^2 + h_2^2} \sin(\omega t + \phi_0 - \delta) & (28) \\ Z'(Q) = -Z_c & (29) \end{cases}$$

ただし、

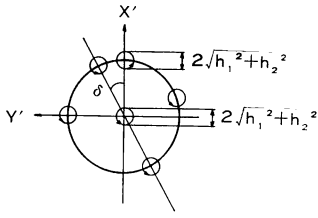


Fig. 5 In-plane rigid body motion in the de-rotator's image due to a misalignment shown in Fig. 4.

$$\delta = \tan^{-1}(h_2/h_1) \quad (30)$$

(27), (28) および (29) 式は, それぞれ, 物点 Q の対応点 Q' の運動の X', Y' および Z' 成分を示しており, その運動は, Fig. 5 に示すように, X'-Y' 面内で次式で表わされる円軌跡を描く.

$$(X' - r \cos \phi_0)^2 + (Y' + r \sin \phi_0)^2 = h_1^2 + h_2^2 \quad (31)$$

その面内運動をパルス間隔  $\Delta t$  のダブルパルスレーザー光でホログラム記録すると, 面内変位  $\Delta l'$  として,

$$\Delta l' = \sqrt{(\Delta X')^2 + (\Delta Y')^2} \quad (32)$$

ただし,

$$\Delta X' = \sqrt{h_1^2 + h_2^2} [\cos\{\omega(t_1 + \Delta t) + \phi_0 - \delta\} - \cos(\omega t_1 + \phi_0 - \delta)] \quad (33)$$

$$\Delta Y' = \sqrt{h_1^2 + h_2^2} [\sin\{\omega(t_1 + \Delta t) + \phi_0 - \delta\} - \sin(\omega t_1 + \phi_0 - \delta)] \quad (34)$$

(32) 式で与えられる面内変位  $\Delta l'$  は, 回転物体の半径  $r$  に関係なく, 軸芯のずれ量  $h_1$  と  $h_2$  に依存し, 運動の周期は回転物体の周期に等しい.

ホログラム作成配置での物体照明光は平行光で物体の法線方向より入射し, かつ視線も物体法線方向であることから, (32) 式で与えられる面内変位  $\Delta l'$  による干渉縞は, 無限遠に局在する等傾角干渉縞<sup>13,14)</sup> (Brewster fringes) となる.

したがって, この場合に生じる干渉縞は物体面に局在する回転物体振動による干渉縞と混同することはない.

### 3.3 ポロプリズムの回転角速度が最適値になっていない場合

ポロプリズムの回転角速度  $\Omega$  が物体の回転角速度  $\omega$  の 1/2, すなわち  $\Omega = \omega/2$  になっていない場合を考える. ただし, 二つの回転軸は同一直線上にあり, 物体照明光も回転軸方向より照明されているとする.

(7) 式に物体の回転を表わす式すなわち,

$$\begin{cases} X(P) = r \cos(\omega t + \phi_0) & (35) \\ Y(P) = r \sin(\omega t + \phi_0) & (36) \\ Z(P) = Z_c \text{ (一定)} & (37) \end{cases}$$

を代入すると次式が得られる.

$$\begin{pmatrix} X'(P) \\ Y'(P) \\ Z'(P) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\Delta\omega \cdot t - \phi_0) \\ -r \sin(\Delta\omega \cdot t - \phi_0) \\ -Z_c \end{pmatrix} \quad (38)$$

ただし

$$\Delta\omega = 2\Omega - \omega \quad (39)$$

(38) 式は, ポロプリズムの鏡面に写った像が  $\Delta\omega$  の角速度で回転していることを示している.

この状態でパルス間隔  $\Delta t$  のダブルパルスレーザー光でホログラムを作成したとすると, 回転による面内移動はそれぞれ次のようになる. なお,  $t_1$  は 1 発目のパルスレーザー光の発射時刻である.

$$\Delta l'' = \sqrt{(\Delta X'')^2 + (\Delta Y'')^2} \quad (40)$$

ただし

$$\Delta X'' = r [\cos\{\Delta\omega(t_1 + \Delta t) - \phi_0\} - \cos(\Delta\omega \cdot t_1 - \phi_0)] \quad (41)$$

$$\Delta Y'' = -r [\sin\{\Delta\omega(t_1 + \Delta t) - \phi_0\} - \sin(\Delta\omega \cdot t_1 - \phi_0)] \quad (42)$$

(40) 式は回転軸  $Z_0$  を中心に回転している物体の時間  $\Delta t$  の間の移動量であるが, この移動量がホログラム再生像に存在するスペクルの平均的大きさ  $D_s$  より大きくなると, ホログラフィ干渉は生じない<sup>15)</sup>. また,  $\Delta l''$  が  $D_s$  より小さい場合でも, 視線方向を回転軸とする面内回転であるので, ここで考えているホログラム配置では干渉縞は形成されない<sup>13,14)</sup>.

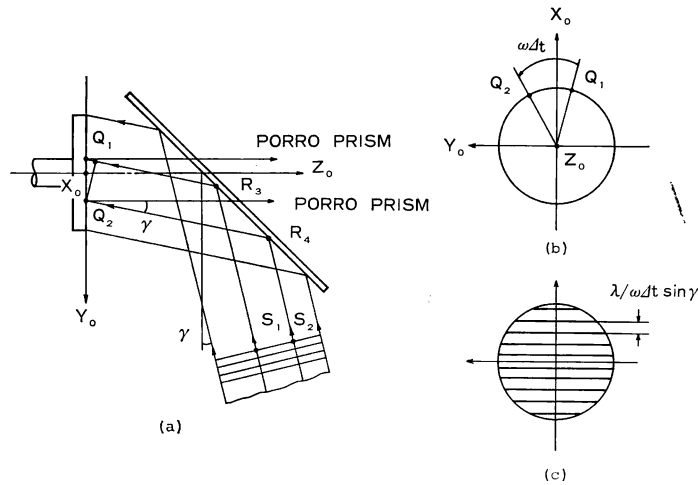
したがって, ポロプリズムの回転角速度が物体の回転角速度の 1/2 にならないときは, ホログラフィ干渉が形成されなくて, 振動モードの干渉縞が得られないか, あるいは, 物体の面内回転による干渉縞の影響を受けないで振動モードの測定が可能であるかのいずれかとなる.

### 3.4 物体照明光が回転軸に対し斜め方向より入射する場合

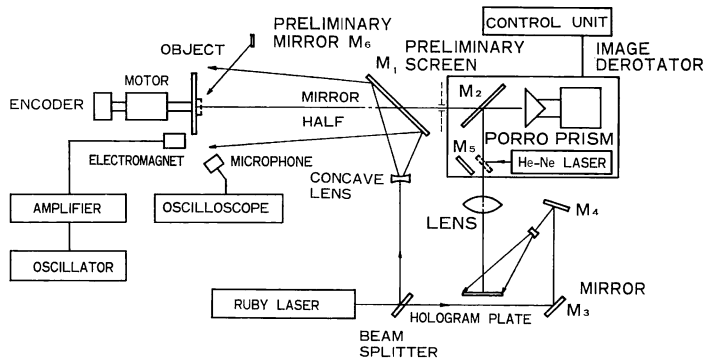
Fig. 6(a) に示すように, 物体回転軸  $Z_0$  に対し角度  $\gamma$  より物体照明光が入射する場合を考える. ただし, 二つの回転軸は同一直線上にあり, ポロプリズムの回転角速度  $\Omega$  は物体回転角速度  $\omega$  の 1/2 であるとする.

パルス間隔  $\Delta t$  のダブルパルスレーザー光の 1 発目が照明されたとき (その時刻を  $t_1$  とする), 回転物体上の代表点  $Q_1$  は, Fig. 6(b) に示すように,  $X_0$  軸より角度  $(-\phi_0)$  にあったとする. この  $Q_1$  を照明するレーザー光は, Fig. 6(a) において, 点  $S_1$  より半透鏡  $BS_2$  上  $R_3$  点を経て  $Q_1$  に達し, 反射されてからポロプリズムへ向かう.

次に, パルスレーザー光の 2 発目が照明されたとき,



**Fig. 6** An arrangement for making a hologram with an illumination misalignment. (a), (b) Illustration of an illumination misalignment, (c) Fringe formations produced by the arrangement shown in (a).



**Fig. 7** Experimental set up of the image derotated double pulsed holography.

$Q_1$  点は角度  $\omega \Delta t$  だけ回転して  $Q_2$  に移動している。この  $Q_2$  点を照明するレーザー光は、**Fig. 6(a)**で、点  $S_2$  より半透鏡  $BS_2$  上  $R_4$  を経て  $Q_2$  点に達する。そして、その反射光はポロプリズムへ向かう。

したがって、ダブルパルスレーザー光による二重露光の前後で、次式で表わされる位相差  $\Delta l$  が生じる<sup>13)</sup>。

$$\Delta l = 2\pi X_0 \omega \Delta t \sin \gamma / \lambda \quad (43)$$

したがって、**Fig. 6(c)**に示すような等間隔直線状の干渉縞が生じる。その縞間隔  $\Delta F_2$  は<sup>13,14)</sup>

$$\Delta F_2 = \lambda / \omega \cdot \Delta t \cdot \sin \gamma \quad (44)$$

となる。

この干渉縞は物体照明光の入射角度  $\gamma$  をゼロにしない限り形成され、物体面近傍に局在する。したがって、振動モードの干渉縞と混在しないようにするには、 $\gamma = 0$  を満たす必要がある。

なお、(44)の式干渉縞は、ホログラム再生像の観察方

向が上記物体の回転軸より斜めになった場合も生じるので注意を要する。

#### 4. 回転円板の振動モード計測への応用実験

##### 4.1 実験方法

**Fig. 7** に実験に用いた装置の配置図を示す。**Fig. 7** において、回転物体は直径 140 mm の鋼製円板 (厚さ 1.5 mm) で、モータに直結されて回転し、電磁マグネットで加振される。その振動状態は、振動音をマイクロホンで検出することによって測定された。そのモータにはエンコーダを直結し、その出力信号をイメージ・デローテータ (Elomag 社製) の回転制御信号に用いた。ルビレーザー装置 (Apollo Lasers 社、出力: 2 J/P、波長: 0.6943  $\mu\text{m}$ ) より発射されるダブルパルスレーザー光は、ビームスプリッターで物体照明光と参照光に分けられる。その一方は、レンズで発散光としたが、その発散中心が

回転円板の回転軸と同一直線上にくるように調整し、照明光として用いた。その反射光は、物体光として、ポロプリズムおよび半透鏡などを介しレンズによって、ホログラム面に結像される。したがって、イメージ・プレーンのホログラムとなり、再生は白色光で行なう。

回転物体の回転軸とポロプリズムの回転軸を同一直線上に合わせる方法としては次の方法を用いた。すなわち、あらかじめ円板回転中心の平坦部に平面鏡  $M_6$  を貼り付けておき、またスクリーンと平面鏡  $M_5$  をイメージ・デローテータの光の入口と出口に設定 (Fig. 7 に点線で示す) しておいて、He-Ne レーザーのビームをポロプリズムの回転軸に合致させた後、円板上平面鏡  $M_6$  に照射する。その平面鏡  $M_6$  からの反射ビームはスクリーン上のある位置にスポットとして現われる。次に円板を回転させるとそのスポットはある大きさの円軌跡を描く。その円形の大きさが小さくなるように、また、その円形中心がスクリーン中心部の穴の中に入り込むようにイメージ・デローテータの姿勢を調整する。このような調整が終了すると、イメージ・デローテータを円板の回転数の半分で同期をとって回転させ、静止像となって見える円板の像を注意深く観察し、像が完全に止まるように調整を行なう。なお、Fig. 3(a)および Fig. 5 に示した像の動きは目視にて観察できるが、Fig. 3(b)の動きはホログラムを作成しなければ確認できない。

4.2 実験結果と考察

上記方法によって設定したホログラム作成光学配置を用いて、振動なしの回転円板のホログラムを条件：回転数 1,000 rpm, パルス間隔  $\Delta t=200 \mu s$  にて作成した。その代表例を Fig. 8 および Fig. 9 に示す。なお、Fig. 8 および Fig. 9 のホログラム作成において、両者ともにダブルパルスレーザー光の発射タイミングは回転物体の回転角に同期されていない。

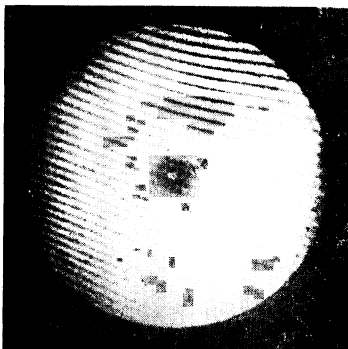


Fig. 8 Bias fringes due to a misalignment of the experimental set up shown in Fig. 7.

Fig. 8 は Fig. 3(c) に示された等厚干渉縞すなわち視線に直交する回転軸をもつ回転による干渉縞であると考えられる。その場合、縞間隔は  $\Delta F_1=3.5 \text{ mm}$  であり、パルス間隔  $\Delta t=200 \mu s$  の間の回転角  $\beta$  は、(22)式より  $\beta=0.1 \text{ mrad}$  となる。

Fig. 9 は Fig. 8 のホログラム作成光学配置をさらに調整した結果得られたものである。この場合は回転角  $\beta$  に換算して考えると、約  $0.07 \text{ mrad}$  である。

次に、Fig. 9 のホログラムを作成した光学配置において、回転数 1,000 rpm で回転中の円板を電磁マグネットに加振して、周波数 2,490 Hz の共振状態を発生させた。その状態でパルス間隔  $\Delta t=200 \mu s$  にてホログラムを作成した。なお、その発射タイミングは円板の回転角および振動に同期させていない。その再生像を Fig. 10 に示す。これは、円板の典型的な 5ND 振動モードを表わしている。干渉縞パターンとしては、振動のノードに対応の中心部分に等厚干渉縞が現われてなく、円板の振動変位に対応の干渉縞と理解される。Fig. 11 に比較のため、非回転時における 2,490 Hz 共振モードのホログラム再生像を示している。両者は干渉縞の縞数では異なるが、振動モードとしてはまったく同じ意味を与えてい

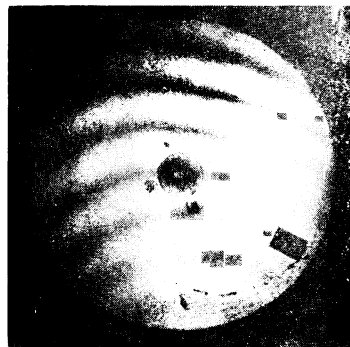


Fig. 9 Bias fringes better than that shown in Fig. 8.

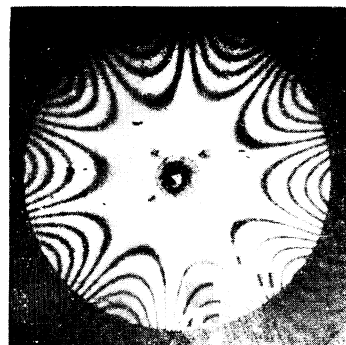


Fig. 10 Vibration mode pattern of a rotating disc at 1,000 rpm.



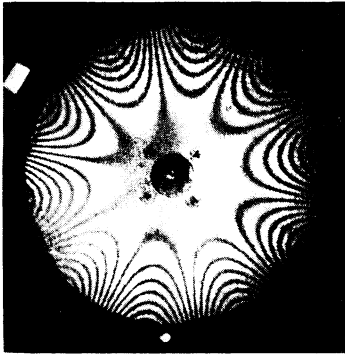


Fig. 11 Vibration mode pattern of a stationary state disc.

る。すなわち、回転中の円板の振動モードが、非回転時と同様に非常に明瞭に得られている。

ところで、バイアス・フリンジの現われ方としては、Fig. 8, Fig. 9 よりイメージ・デローテータと回転物体の二つの回転軸が平行でなく交差する場合に生じる等厚干渉縞すなわち(22)式で与えられる干渉縞、および照明光の発散中心が回転物体回転軸に一致していない場合に生じる等厚干渉縞すなわち(44)式で与えられる干渉縞の二つが顕著であるという傾向が強い。したがって、ホログラム作成でのキーポイントは、等厚干渉縞の抑制であると考えられる。すなわち、イメージ・デローテータを用いる方法の実用化では、等厚干渉縞の抑制方法の改善あるいは開発が最も重要であると考えられる。

## 5. む す び

反射形イメージ・デローテータを用いたパルスレーザ・ホログラフィ干渉法による回転物体の振動モード計測に関し、ホログラム作成光学系調整の不完全さに基づく回転物体像の挙動、およびそれに起因する干渉縞の形成の解析を試みた。その結果、(a)反射形イメージ・デローテータによる回転物体像の静止像への変換の表現式、(b)イメージ・デローテータで観察される像の挙動、(c)バイアス・フリンジの形成を抑制するためのホログラム光学系調整のキーポイントなどが明らかとなった。

本方法は、回転物体の振動モードをパターンとして計測できるという特徴をもつことから、ストレンゲージ法などの従来の点計測法と相補的に使用されることにより、今後回転物体の振動解析にきわめて有用な手段になるとと思われる。

## 文 献

- 1) U. Haupt and M. Rautenberg: "Blade vibration measurement on centrifugal compressors by means of telemetry and holographic interferometry," *Trans. ASME*, **106** (1984) 70-78.
- 2) J. C. MacBain, J. E. Horner, W. A. Strange and J. S. Ogg: "Vibration analysis of a spinning disk using image-derotated holographic interferometry," *Exp. Mech.*, **19** (1979) 17-22.
- 3) W. F. Fagan, M. A. Beeck and H. Kreitlow: "The holographic vibration analysis of rotating objects using a reflective image derotator," *Opt. Lasers Eng.*, **2** (1981) 21-32.
- 4) H. J. Tiziani: "Holographic interferometry and speckle metrology—a review of the present state," *Proc. of SPIE Int. Tech. Conf. Europe* (Geneva, April 19-22, 1983), **398** (1983) pp. 2-10.
- 5) P. Waddel and D. White: "The real time, non stroboscopic examination of centrifugal stress on rotating photoelastic discs utilising an optical image derotation technique," *Proc. ICO Conf. Opt. Methods in Sci. and Ind. Meas.*, Tokyo (1974), *Jpn. J. Appl. Phys.*, **14**, Suppl. 14-1 (1975) 505-510.
- 6) K. A. Stetson: "The use of an image derotator in hologram interferometry and speckle photography of rotating objects," *Exp. Mech.*, **18** (1978) 67-73.
- 7) T. Tsuruta and Y. Itoh: "Holographic interferometry for rotating subject," *Appl. Phys. Lett.*, **2** (1970) 85-87.
- 8) J. P. Sikora and F. T. Mendenhall, Jr.: "Holographic vibration study of a rotating propeller blade," *Exp. Mech.*, **14** (1974) 230-232.
- 9) S. Kawase, T. Honda and J. Tsujiuchi: "Measurement of elastic deformation of rotating objects by using holographic interferometry," *Opt. Commun.*, **16** (1976) 96-98.
- 10) W. F. Fagan, M. A. Beeck and H. Kreitlow: "The practical application of image derotated holographic interferometry to the vibration analysis of rotating components," *Proc. of SPIE 1980 European Conf.* (Utrecht, Netherlands, Sept. 23-25, 1980), **236** (1981) pp. 260-262.
- 11) L. Rosen: "Focused-image holography with extended sources," *Appl. Phys. Lett.*, **9** (1966) 337-339.
- 12) J. B. Marion: *Principle of Vector Analysis* (Academic Press, New York and London, 1965) pp. 4-50.
- 13) 辻内順平, 武谷直也, 松田浄史: "ホログラフィによる変形の測定", *応用物理*, **37** (1968) 877-882.
- 14) 松田浄史: "ホログラムを用いた干渉計測法の研究", *機械技術研究所報告*, 第103号 (1979) pp. 17-38.
- 15) I. Yamaguchi: "Fringe formations in deformation and vibration measurements using laser light," *Progress in Optics*, Vol. 22, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam/Oxford/New York/Tokyo, 1985) pp. 271-340.
- 16) C. M. Vest: *Holographic Interferometry* (Wiley, New York, 1979) pp. 107-143.