

光のコヒーレンス 7

光検出の量子論と光子計数統計・光子相関

上西 克二

東北大学科学計測研究所 〒980 仙台市片平 2-1-1

(1986年8月5日受理)

Coherence of Light 7

Quantum Theory of Optical Detection, Photon Counting
Statistics, and Photon Correlations

Katsuji KAMINISHI

Research Institute for Scientific Measurements, Tohoku University,
2-1-1, Katahira, Sendai 980

5. 光検出の量子論と光子計数統計・光子相関*1

いままで進めてきた議論においても実験や観測を意識しながら記述を進めてきたつもりではあるが、どちらかといえば純理論的立場から、一般に光の場のもつ性質とその表式化を明らかにしてきた。また、ある既知の光の場が与えられたとき、いかなるコヒーレンス特性を示し、その特性がどのように表わされるかを扱ってきた。これとは逆に、目前の興味の対象である光の場の性質を調べようとするときには、まず最初に実際に場の観測を行ない、次に得られた結果とすでに理論的に解明されている結果とを比較して、場合によっては、新たなモデルを使った理論的解析を試みて、いかなる場であるかの判断を下すことが重要となる。これを実現する上でまだ議論されていないものは、光を検出して光子に対応する信号を得る過程と、得られた光子信号からコヒーレンスに関する有効な情報を取り出す信号処理の問題である。そこでこの章では、場の観測に関連する光子検出の理論と光子計測によって得られる光子統計、光子相関について、実

験上の問題を含めて議論しよう。

光検出器においては、光電子増倍管のように光電物質からの真空中への電子の放出過程を用いるのであれ、光半導体検出器のように固体内で伝導電子を励起する過程を用いるのであれ、光電子の励起過程そのものおよび励起された光電子同士は互いに相関が生じない形で検出が実現しているものとする。さらに、コヒーレンスの量子論では本質的に重要な物理対象は光子であることに加えて、3, 4章で明らかになったように、平均光子数 $\langle n \rangle$ は系を記述する上で正確に決定されなければならない物理量であることから、光電子パルスとして検出し計数処理できる検出器を考える必要があり、具体的には光電子増倍管を取り上げる。光子信号から取り出すコヒーレンスに関する物理量としては、光電子パルスを計数処理して求められる光電子計数分布関数と光電子相関関数を検討の対象として取り上げる。このようにして最終的に得られる結果は、3章で扱った場の光子統計分布関数や光子相関関数と緊密な対応性をもって、実験条件によっては関数形が一致することも多い。したがって、これらは簡略して光子計数統計 (または光子統計)、光子相関と呼ばれる。

5.1 光子場の光電検出

光電効果に基づく光検出過程を考える。一般には検出

*1 前2回の講義の続きであり、式、図、表、および、文献番号は継続して用いる。以下に現われる番号より小さい番号は文献0)を参照されたい。

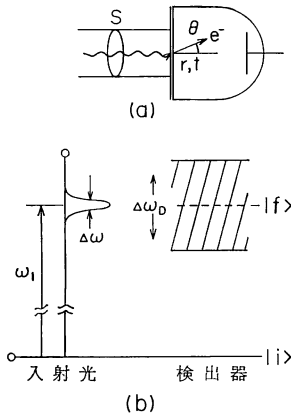


図7 光検出器の(a)モデルと(b)エネルギー単位

すべき光のスペクトル拡がり ($\Delta\omega$) と検出器の感度幅 ($\Delta\omega_0$) の間に任意の大小関係がある場合も厳密な取扱いは可能であるが²⁹⁾、議論を簡単にするために、多くの観測の現実 に即した条件 $\Delta\omega \ll \Delta\omega_0$ が満たされるものとする。また、実際に光電子増倍管で測光できる範囲内の光強度では、光電子の放出過程における光電子同士または光電子と光電物質との相互作用や光電物質内での原子間相互作用の効果は無視できる程度であることが知られている^{30,31)}。したがって、波長より薄い厚さの光電面に多数集まった個々の原子が、光電面に垂直に入射した準単色光と相互作用して互いに独立に光電子を真空中に励起放出する図7に示される理想的な検出器を考えればよい。言い換えるならば、基底状態にある原子が光と相互作用をして励起される遷移確率を取り扱えば十分であることがわかる。

以上のような仮定の下では、初期状態 $|i\rangle$ にあった1個の原子が $\Delta t (\gg 1/\omega_1)$ の時間の間にコヒーレント状態の光を吸収して励起状態 $|f\rangle$ に遷移する確率 $\Delta P_A(\mathbf{r}, t)$ の計算には(185)式がそのまま適用できる。これに加えて、光電効果では励起状態が真空の連続状態であることから、光電面からエネルギー $E = \hbar\omega_f$ で立体角 Ω の方向に電子を放出するような状態に実際に1個の電子を励起する確率 $g(\omega_f, \Omega)$ とエネルギー幅 $d\omega_f$ 内の励起電子状態の密度 $\sigma(\omega_f)$ を考慮する必要がある。また、入射光は準単色光 ($\Delta\omega \ll \omega_1$) であり、かつ、 $\Delta\omega \ll \Delta\omega_0$ が成り立つことから $|\boldsymbol{\mu}_{f,i} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},s}|$ は入射光のスペクトル \mathbf{k} によらず一定と考えてよい。最終的に遷移確率は、 $\omega_f + \omega_i \geq \omega_k$ に対して

$$\Delta P_A = \Delta t \sum_{\mathbf{k}, s} \int_0^{\infty} d\omega_f \int d\Omega \sigma(\omega_f) g(\omega_f, \Omega) \frac{\pi(\omega_f + \omega_i)}{\hbar^2 \epsilon_0 L^3} \times |\boldsymbol{\mu}_{f,i} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},s}|^2 \langle n_{\mathbf{k},s} \rangle \delta(\omega_f + \omega_i - \omega_k)$$

$$= \Delta t \frac{\hbar\pi}{\epsilon_0 \omega_1 L^3} \left(\frac{e}{\hbar m} \right)^2 \langle n \rangle \int d\Omega \sigma(\omega_k - \omega_i) \times g(\omega_k - \omega_i, \Omega) \sum_i |\langle f | \hat{\mathbf{p}} | i \rangle \cdot \boldsymbol{\epsilon}_i|^2, \quad (218)$$

逆に、 $\omega_f + \omega_i < \omega_k$ に対してゼロと求められる。ここで注目すべきことは、確率が時間 Δt に比例していることである。(182)から(184)への導出の過程は明示しなかったが、コヒーレント状態に対する関係式(95),(96)を用いた。(95)から明らかのように、場の光子を吸収して検出しても、場のコヒーレント状態 $|\{n\}\rangle$ は依然コヒーレント状態のまま変化しないことがわかる。

入射光が z 軸に沿って光電面に垂直に入射するので、偏光面は $x-y$ 平面内にあること、および、 $g(E, \Omega)$ は ϕ には依存せず角度 θ だけを考えればよい。また、電子の励起状態は真空中の自由運動状態であることを考慮して(218)を書き直すと、

$$\Delta P_A = \eta I(\mathbf{r}, t) \Delta t, \quad (219)$$

を得る。ここで $I(\mathbf{r}, t)$ はコヒーレント状態に対する光子密度の期待値 $\langle n \rangle / L^3$ であり、係数 η は、検出器初期状態の運動量表示の波動関数 $\Phi_i(\mathbf{p}, \theta) = \langle \mathbf{p} | i \rangle$ を使って、

$$\eta = \frac{2\pi^2 e^2}{\omega_1 \epsilon_0 m^2} (\omega_k - \omega_i) \times \int_0^\pi d\theta g(\omega_k - \omega_i, \theta) |\Phi_i(\mathbf{p}, \theta)|^2 \sin^3 \theta, \quad (220)$$

で表わされる。この式には最終的な電子の運動状態 $|f\rangle$ に依存する因子は含まれておらず、光電物質の性質によって決まる因子だけから構成されていることは注目すべきことである。入射断面積 S の中に光検出に寄与する電子が N 個含まれているとき、量子効率 α を $\alpha \equiv N\eta/cS$, (221)

で定義すると、(219)は

$$P_i(\mathbf{r}, t) \Delta t = \alpha c S I(\mathbf{r}, t) \Delta t, \quad (222)$$

と書き換えられる。ここで $\Delta P_A \equiv P_i(\mathbf{r}, t) \Delta t$ と置き換えた。この結果は、検出器が実際に光電子面に入射した光子数 $cS\Delta t I(\mathbf{r}, t)$ に比例し、光電面の性質で決まる量子効率 α を比例定数とする光電子パルス列を出力することを示している。(222)は、コヒーレント状態にある光が入射するとして導いたが、任意の状態にある光に対しては $I(\mathbf{r}, t)$ を入射光場の状態に対する期待値 $\langle I(\mathbf{r}, t) \rangle$ と読み換えればよいし、断面積 S 内で必ずしも一様なコヒーレンスをもっていない入射光に対しては、積 $S I(\mathbf{r}, t)$ を強度 $I(\mathbf{r}, t)$ の検出面上の座標 \mathbf{r} に関する積分に置き換えればよいことは容易に理解できよう。ただし、場

のコヒーレンスを知る目的の実験では、一様なコヒーレンスをもつ光を測定することが大切である。

5.2 光電子相関

5.2.1 多重光電検出と光子相関

N 個の検出器にコヒーレント状態の光が入射したとき、 \mathbf{r}_i にある i 番目の検出器が時刻 t_i から Δt_i の間に光子を検出するとして、 $t_N > \dots > t_2 > t_1$ なる条件の下で N 個の検出器が一致して検出する連合確率 (joint probability) P_N を考えよう。このような一般の問題に対しては、条件付確率 (conditional probability) を考慮した計算が必要となる。しかし、前節で示したように、コヒーレント状態は光検出によっても不変である性質をもつので、結果的には独立なおのおのの確率過程の単純積となって次式で与えられる。

$$P_N(\mathbf{r}_1, t_1; \dots; \mathbf{r}_N, t_N) = (\alpha_{1c} S_1) \dots (\alpha_{Nc} S_N) \times I(\mathbf{r}_1, t_1) \dots I(\mathbf{r}_N, t_N). \quad (223)$$

任意の状態に対する場の多重検出の連合確率を求める場合には、コヒーレント状態のアンサンブル平均をとる必要があり、光学的等価原理の逆を適用すると、

$$P_N(\mathbf{r}_1, t_1; \dots; \mathbf{r}_N, t_N) = (\alpha_{1c} S_1) \dots (\alpha_{Nc} S_N) \times \langle \mathcal{G} : \hat{I}(\mathbf{r}_1, t_1) \dots \hat{I}(\mathbf{r}_N, t_N) : \rangle, \quad (224)$$

が得られる。とくに二重検出の連合確率 P_2 は

$$P_2(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \alpha_{1c} S_1 \alpha_{2c} S_2 \times \langle \mathcal{G} : \hat{I}(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{I}(\mathbf{r}_2, t_2) : \rangle, \quad (225)$$

となって、二つの検出器の特性が異なるというより現実的な点を除いて(117)と完全に一致する。したがって、3.5節で述べた種々の相関関数は光子の多重一致検出によって観測可能であることがわかる。また、純コヒーレント状態を除いて、関係式

$$\langle \mathcal{G} : \hat{I}(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{I}(\mathbf{r}_2, t_2) : \rangle \neq \langle \hat{I}(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \langle \hat{I}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle \quad (226)$$

が成り立ち、 $P_2(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) \neq P_1(\mathbf{r}_1, t_1) P_1(\mathbf{r}_2, t_2)$ である。すなわち、一般に光の検出は独立な事象ではないことも結論される*2。

5.2.2 光電子計数のバンチング、アンチバンチング

この節では、場の揺らぎの測定の問題を扱うが、二重光電子検出に絞って議論を進めよう。まず相対的揺らぎを表わす物理量 $\lambda(t, \tau)$ を

$$\lambda(t, \tau) \equiv \frac{\langle \mathcal{G} : \Delta \hat{I}(t) \Delta \hat{I}(t+\tau) : \rangle}{\langle \hat{I}(t) \rangle \langle \hat{I}(t+\tau) \rangle}$$

$$= \frac{\langle \mathcal{G} : \hat{I}(t) \hat{I}(t+\tau) : \rangle}{\langle \hat{I}(t) \rangle \langle \hat{I}(t+\tau) \rangle} - 1, \quad (227)$$

と定義して導入する。これは、(225)で与えられる時刻 t に検出器1で Δt の間計数し、 τ 遅れて検出器2で $\Delta \tau$ の間計数したときの連合確率 $P_2(t, t+\tau)$ と

$$P_2(t, t+\tau) \Delta t \Delta \tau = P_1(t) \Delta t P_2(t+\tau) \Delta \tau \times [1 + \lambda(t, \tau)], \quad (228)$$

なる関係をもっている。カッコ内の第1項は相関のないランダムな確率過程からの寄与であり、 $\lambda(t, \tau)$ はランダムな確率過程からどれだけ余分に光子が揺らいでいるかを示す量である。すなわち、符号が正であるか負であるかによって光子はバンチングしているかアンチバンチングしているかがわかり、絶対値はその効果の強さの大小を示す量である。いずれの場合でもわれわれが考えている物理系ではエルゴード定理が成り立っていると考えられるので $\lambda(t, \infty) = 0$ を満たす。以下では変数 t を省略した簡略記法を用いる。

図4に例を示したように、熱的光源では任意の τ に対して $\lambda(\tau) \geq 0$ が成り立ち、光子は任意の τ に対してつねにバンチングしている。一方、単一モード・レーザー光中の二準位原子から放射される蛍光では、4.3.4節に示したようにつねに $\lambda(0) = -1$ であって $\tau = 0$ の近傍では必ず光子はアンチバンチングしている。単一モード・レーザー光そのものでは、(106)、(227)から、つねに $\lambda(\tau) = 0$ が成立することが導かれて、強度の揺らぎはない事実を示している。強度が同じで2本の縦モードがしきい値を十分越えて発振しているレーザー光の場合には、各モードのスペクトル拡がり幅を β とし $\lambda(\tau) = \exp(-\beta\tau) \cos(\omega_1 - \omega_2)\tau$ と表わされ⁹⁾、ビート現象を反映して τ の値によっては正にも負にもなりうる。この場合には、一概にはバンチング、アンチバンチングを断定的にはいえない。

いままで厳密な定義なしに相関時間 T_c という言葉を使ってきた。これは強度揺らぎの相関がどれだけの時間範囲に広がっているかを特徴づける場の時定数と考えられる。上例からもわかるとおり、一般の光の場では揺らぎは符号の正負を含めて複雑な振舞いを示すことがあるため、あらゆる系に適用できるような統一的な強度相関時間の定義を演繹的に導いた結果は得られていない。経験的には、

$$T_c = \int_{-\infty}^{\infty} |\lambda(\tau)/\lambda(0)| d\tau, \quad (229)$$

とすると多くの系に都合のよい定義となることが確かめられている³²⁾。熱的光源に対しては、

*2: 光の検出過程全体についての結論であることに注意。もちろん、前述の光電子放出過程の独立性とは矛盾しない。

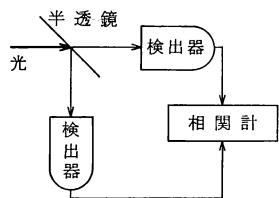


図 8 光子相関測定の原理図

$$T_c = \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma(\tau)|^2 d\tau, \quad (230)$$

となって古典的な定義³³⁾と一致することはいうまでもない。

5.2.3 光子相関の測定

5.2.1 節で明らかになったように、二光子相関は二重光電子検出によって実現される。多くの実験で使われている測定の原理図は図8に示される。図中の相関計に要求される機能は、全測定時間間隔 $T (\gg T_c)$ にわたって微小単位時間 $\Delta T = T/N (\ll T_c)$ 内に入力する光電子パルスを計数し、得られた N 個の計数データ $n(t_1), n(t_2), \dots, n(t_N)$ から $L (\ll N)$ 個のサンプルデータ

$$C_2(\tau = L \cdot \Delta T) = \sum_{j=1}^{N-L} n(t_j)n(t_{j+1}), \quad (231)$$

を求める操作を実行することである。この結果は、 L 組の遅延時間 $\Delta T, 2\Delta T, \dots, L\Delta T$ における真の相関関数値のよい近似値となる。近似の精度の良否は、これらの手続きをいかに実現させるかによって決まる。とくに、(231)を具体化する上で、ソフトウェアによるか、計数や処理のスピードを重視してハードウェアで構成するか、 $n(t_j)$ を1と選ぶか、1以上に選ぶか等は相関計の特性を決定する重要な要素である。これらの計測上の種々の問題は、重要ではあるが特殊な専門的テーマであるから文献³⁴⁾を示すに止める。

条件 $\Delta T \ll T_c$ が満たされる理想的な場合には、あらゆる遅延時間に対する正確な関数 $\lambda(\tau)$ の測定が可能である。ところが、多くの熱的光源のように T_c が小さくて最小の ΔT が光検出器の応答時間 T_R で制限される場合には、二重検出の計数値 C_2 は、(230)から

$$C_2 = R_1 R_2 \int_{-T_R/2}^{T_R/2} [1 + |\gamma(\tau)|^2] d\tau \approx R_1 R_2 [T_R + T_c], \quad (232)$$

となって $\lambda(\tau)$ の関数形を求めることはできない。この場合には、 T_c または余分な揺らぎ成分の存在が測定できるだけであり、しかも、その値は比 T_c/T_R で決まる大きさである。したがって、現在使用できるいかなる光検出器でも黒体放射の揺らぎを直接測定することは不可

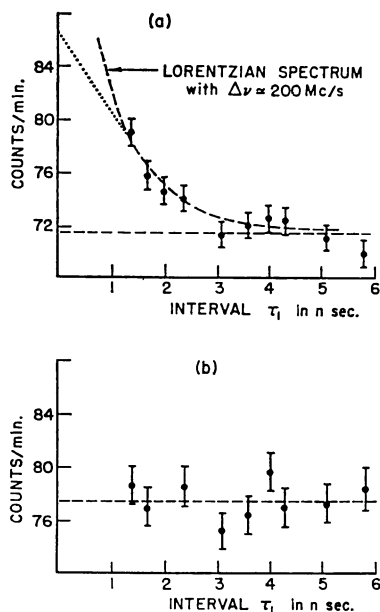


図 9 二光子相関の測定結果
(a) ¹⁹⁸Hg 光源、(b) タングステンランプ。
水平の破線はランダムな計数率。文献 36) より転載。

能である。光子バンチング効果を確認した光電流の相関実験²⁴⁾では $T_c/T_R \sim 10^{-5}$ 、スペクトル幅の狭い ¹⁹⁸Hg の 546.1 nm 線を用いた初期の頃の光電子相関測定を試みた実験³⁵⁾でも $T_c/T_R < 0.2$ であったので、結果的にはバンチング効果の存在の確認に止まった。Morganら³⁶⁾によって、自然界に存在する熱的光源である ¹⁹⁸Hg 線に対して現実に相関関数が測定された結果が図9である。¹⁹⁸Hg 546.1 nm 線では $\Delta\nu \sim 200$ MHz の Lorentz スペクトルに近いこと、タングステンランプでは $T_c < 10^{-14}$ s であるため $T_R \sim 1$ ns の測定では相関がみられないことが示された。

図10は、Arecchiら³⁷⁾によって測定されたレーザー光場に関する実験結果である。単一モード He-Ne レーザー光に対しては予想どおり相関が見られないこと、レーザー光を回転擦りガラス面上で散乱させた光では、相関関数は Gauss 関数であり、その相関時間 T_c は回転速度に反比例していることを明示している。結果として、コヒーレントなレーザー光はランダムな散乱体によって Gauss 光に変換されたことがわかる³⁾。光子相関の測定は、光子場そのものの性質を明らかにするほかに、この例のように元の入射光の性質が既知である場合、途中で入射光と相互作用をしている系の性質を調べることにも利用できる。純水中に懸濁した直径 0.8 μm のポリ

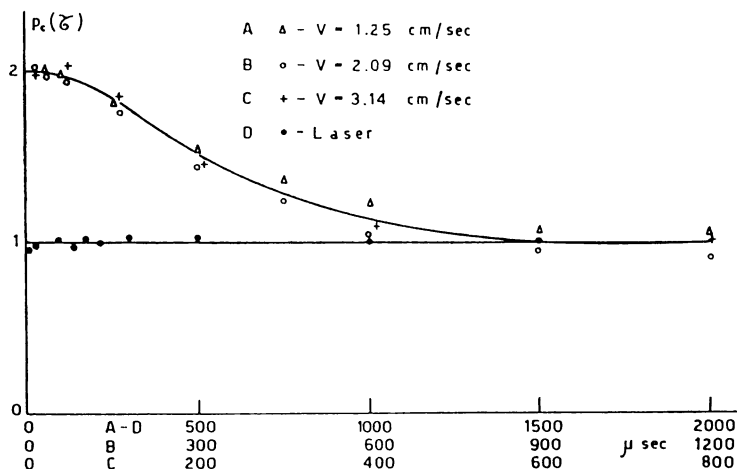


図 10 単一モード He-Ne レーザー光Dと回転擦りガラス面からの散乱光 A, B, C の光子相関 $p_c(\tau) = \lambda(\tau) + 1$ V は散乱面の移動速度. 文献 37) より転載.

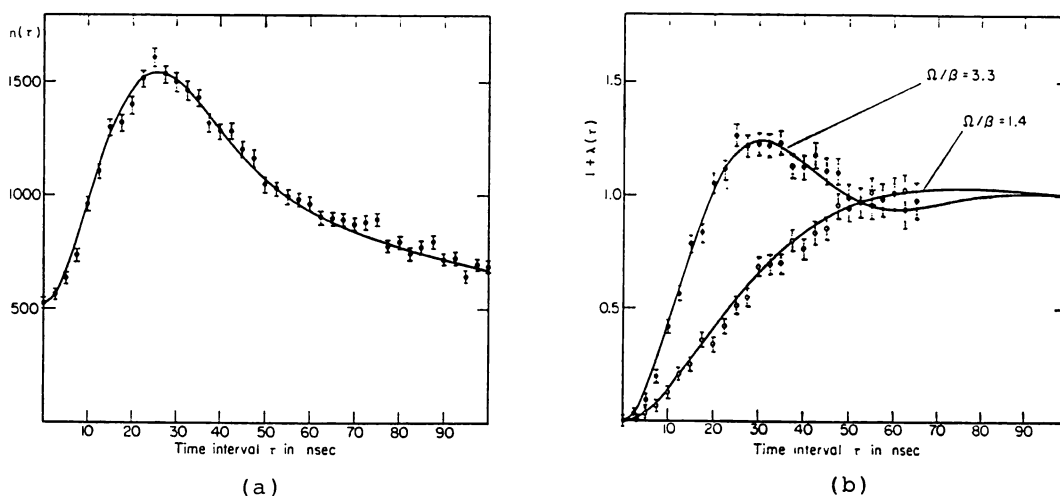


図 11 原子の蛍光の光子相関の測定 (a) $\Omega/\beta = 3.3$, $\Delta = 0$, 観測領域内の平均原子数 0.4 個, 平均通過時間 125 ns の条件で測定された光子相関データ $n(\tau)$. (b) データ処理して得られた光子相関 $\lambda(\tau) + 1$ の実験点と理論曲線. 文献 40) より転載.

スチレン球の Brown 運動を, Ar レーザー光の散乱光の相関から運動が引き起こす屈折率の変化として調べ, Brown 運動する粒子に流体が作用する力の中にメモリー効果をもつ成分が含まれることを検証した Ohbayashi らの実験³⁹⁾はこのよい例である.

4.3.4 節に示した原子の蛍光のアンチバンチング効果は, 色素レーザー光中を Na 原子が横切の際に放射する蛍光を観測することによって実証された³⁹⁻⁴¹⁾. 実際には, 色素レーザー光は発振波長を D_2 共鳴線の特定の超微細構造線に同調させた円偏光として用い, 光パンピン

グの技法と組み合わせて, 実質的に二準位原子とレーザー光の相互作用を観測する巧妙な実験である. 図 11(a) に示されるように, 直接観測した相関関数ではレーザー光を原子ビームが横切る時間の長さとその変動の効果, および, 観測領域内にとときどき複数の原子があることによる影響によって $\lambda(\tau=0) + 1$ はゼロからずれている. これらの影響をデータ処理で除いた結果は図 11(b) であり, 理論曲線とよい一致を示している.

アンチバンチング効果の理論的検証という立場からは, これらの種々の効果は調べたい現象の観測の妨げに

なる誤差要因であるから取り除く必要があるが、違った見方をすれば、これらの効果そのものを調べるのに役立つ。たとえば、複数の原子から放射された蛍光のアンチバンチング特性の消滅効果の観測⁴¹⁾等である。いずれにしても、直接観測された光子相関は、実際に検出された光子場そのものもつ揺らぎ特性を反映していて種々の現象を調べる手段として利用できる⁴⁾。もし理想的な相関観測が行なわれたとして、得られた生データが直接目的に利用できるか、それともなにかの補正が必要となるかは興味をもっている対象によって異なるので、コヒーレンスの問題を越えた物理上または応用上の問題といつてよからう。

5.3 光子計数統計

5.3.1 光電子計数値の確率分布と光子統計

1個の検出器で時刻 t から $t+T$ までの時間 T に n 個の光電子を計数する確率 $p(n, t, t+T)$ を求めよう。われわれは、理想的な光検出器を考えていることを思い出すならば、以下の扱いは単純に確率論的考察に基づいた計算を行なえばよいことは明らかである。そこで、時間 T を微小時間 δt で区切って連続するおのおのの時刻 t_r ($r=1, 2, \dots, T/\delta t$) の連続した $T/\delta t$ 点で光子を検出する連合確率を調べることにしよう。時刻 t_r で1個の光電子を得る確率 $P_1(t_r)$ は(222)より

$$P_1(t_r) = acS \langle \hat{I}(t_r) \rangle \delta t, \quad (233)$$

である。また、(225)より、時刻 t_r, t_s で一致して光電子を得る連合確率 $P_2(t_r, t_s)$ は

$$P_2(t_r, t_s) = (acS)^2 \langle \mathcal{G} : \hat{I}(t_r) \hat{I}(t_s) : \rangle (\delta t)^2, \quad (234)$$

で与えられる。確率論によると、事象 A と事象 B からなる系で、二つの事象が一致して起こる連合確率 $P(A, B)$ と A だけが起こる確率 $P(A)$ との間には、

$$P(A) = \sum_{\text{all } B} P(A, B), \quad (235)$$

なる関係が成立する。したがって、(233)~(235)より、時刻 t_r に光電子を得るが時刻 t_s には検出されない連合確率 $\tilde{P}_1(t_r; t_s)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{P}_1(t_r; t_s) &= P_1(t_r) - P_2(t_r, t_s) - P_3(t_r, t_s, t_s) - \dots \\ &= \langle \mathcal{G} : acS \hat{I}(t_r) \delta t [1 - acS \hat{I}(t_s) \delta t - O((\delta t)^2)] : \rangle, \end{aligned} \quad (236)$$

と得られる。同様に、時刻 t_r と t_s におのおの1個光電子を得るが時刻 t_1 には検出されない連合確率 $\tilde{P}_2(t_r, t_s; t_1)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{P}_2(t_r, t_s; t_1) &= \langle \mathcal{G} : (acS)^2 \hat{I}(t_r) \hat{I}(t_s) (\delta t)^2 \\ &\quad \times [1 - acS \hat{I}(t_1) \delta t - O((\delta t)^2)] : \rangle. \end{aligned} \quad (237)$$

以上の結果を使うと、 $p(n, t, t+T)$ は

$$\begin{aligned} p(n, t, t+T) &= \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{1}{n!} \sum_{i_1=1}^{T/\delta t} \dots \sum_{i_n=1}^{T/\delta t} \\ &\quad \times \left\langle \mathcal{G} : \prod_{r=1}^n [acS \hat{I}(t_{i_r}) \delta t] \right. \\ &\quad \times \prod_{\substack{\text{all } s \\ s \neq r}} [1 - acS \hat{I}(t_{i_s}) \delta t - O((\delta t)^2)] : \left. \right\rangle \\ &= \left\langle \mathcal{G} : \frac{1}{n!} \left[\int_t^{t+T} acS \hat{I}(t') dt' \right]^n \right. \\ &\quad \times \exp \left\{ - \int_t^{t+T} acS \hat{I}(t') dt' \right\} : \left. \right\rangle, \end{aligned} \quad (238)$$

と求められる。ここで、積分強度演算子 \hat{W} を

$$\hat{W} \equiv acS \int_t^{t+T} \hat{I}(t') dt' \quad (239)$$

と定義すると、(238)は

$$p(n, t, t+T) = \left\langle \mathcal{G} : \frac{\hat{W}^n \exp(-\hat{W})}{n!} : \right\rangle, \quad (238')$$

と書き換えることができ、光子分布関数(133)と形式的にまったく同一の関数である。その違いは、時間積分を含むかどうかの差である。これらの式で注意すべきことは、検出している光の場を発生する源での光と原子との相互作用が無視できるときには、交換関係(5)を使って式中の時間順序演算子 \mathcal{G} が省略可能であることを証明できるが、無視できないときには省略できる必然性はないことである⁴²⁾。

式(238')を古典的な形式に書き直すと、

$$p(n, t, T) = \int_0^\infty \mathcal{P}(W') \frac{W'^n \exp(-W')}{n!} dW', \quad (240)$$

が得られ、これは最初に Mandel によって導かれた式である³³⁾。ただし、積分強度分布関数 $\mathcal{P}(W')$ は

$$\mathcal{P}(W') = \int \delta(W - W') \phi(\{v\}) d\{v\} \quad (241)$$

である。この式は、古典的積分強度分布関数と量子論での位相空間密度との関係を与えている。

5.3.2 光子計数分布関数の性質

光子分布関数(133)と光子計数分布関数(238')が同じ関数であるので、(141')同様、光子計数値に対するファクトリアルモーメントの母関数は

$$F(\xi) = \langle (1 - \xi)^{\hat{n}} \rangle = \langle \mathcal{G} : \exp(-\hat{W} \xi) : \rangle, \quad (242)$$

と与えられる。これから具体的にファクトリアルモーメントを計算すると、

$$\langle n^{(r)} \rangle = \langle \mathcal{G} : \hat{W}^r : \rangle, \quad (243)$$

が得られる。光子計数分布(238')の指数関数を級数展開した式に(243)を代入すると、

$$p(m, t, T) = \frac{1}{m!} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!} \langle n^{(m+r)} \rangle \quad (244)$$

なる関係式が導かれる。この式は、光子計数分布関数とファクトリアルモーメントとを結び付ける重要な関係式である。また、この結果は、二光子相関では4次の相関関数だけを知ることができるのとは異なり、光子計数分布関数にはつねにそれ以上の高次の相関関数が混合して含まれていることを示している。これは、光子計数統計の測定を行なうならば、光子相関の測定から得られる情報とは違った高次の相関関数の知見が得られる可能性があることを示唆している。

積分強度演算子 \hat{W} は、定義式(239)により量子効率 α に比例する量であるから、 r 次のファクトリアルモーメントは α^r に比例する量であり、光子計数分布関数(244)も α の関数でもある。任意の α に対する分布関数 $p_\alpha(m, t, T)$ と理想的な量子効率 $\alpha=1$ のときの分布関数 $p_{\alpha=1}(n, t, T)$ との間に成り立つ関係式は(238')から導くことができ、

$$p_\alpha(m, t, T) = \sum_{n=m}^{\infty} \frac{n!}{m!(n-m)!} \alpha^m (1-\alpha)^{n-m} \times p_{\alpha=1}(n, t, T), \quad (245)$$

と整理される。すなわち、量子効率が1以下の現実の検出器で観測される光子計数分布関数は量子効率が1の観測結果と Bernoulli 分布で結び付けられることがわかる。これは、1となる確率が α 、0となる確率が $1-\alpha$ のとき、 n 個の中の m 個が1で $n-m$ 個が0となる連合確率を求めた結果と同じである。いったん $\alpha=1$ の光子計数分布が求められることができれば、任意の α に対する光子計数分布が得られることがわかったので、以下では $\alpha=1$ として議論を進める。

5.3.3 平均光電子数とその揺らぎ

ファクトリアルモーメント(243)より、計数される平均光電子数 $\langle n \rangle$ は、

$$\langle n \rangle = \langle \hat{W} \rangle = cS \langle \hat{I} \rangle T, \quad (246)$$

である。同様に(243)より、計数値揺らぎ $\langle (\Delta n)^2 \rangle$ は、

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle \mathcal{G} : (\Delta \hat{W})^2 : \rangle \quad (247)$$

と求められる。この式のなかに現われる積分強度演算子の揺らぎは、

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{G} : (\Delta \hat{W})^2 : \rangle &= (cS)^2 \iint_t^{t+T} dt' dt'' \\ &\times \langle \mathcal{G} : \Delta \hat{I}(t') \Delta \hat{I}(t'') : \rangle \\ &= (cS \langle \hat{I} \rangle)^2 \iint_t^{t+T} \lambda(t'' - t') dt' dt'' \end{aligned}$$

$$= \frac{\langle n \rangle^2}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \lambda(\tau) d\tau, \quad (248)$$

と計算されるので、最終的に(247)は、

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \langle n \rangle [1 + \langle n \rangle \theta(T)/T], \quad (249)$$

となる。ただし、 $\theta(T)$ は

$$\theta(T) = \int_{-T}^T (1 - |\tau|/T) \lambda(\tau) d\tau \quad (250)$$

で与えられ、時間の単位をもつ量である。 $T \ll T_c$ のときには $\theta(T) \sim \lambda(0)T$ 、逆に $T \gg T_c$ のときには(229)より $|\theta(T)| \sim |\lambda(0)|T_c$ となることから、観測時間 T で場の揺らぎを見ているときの測定された計数の揺らぎの時間拡がりを示す量と考えることができる。

式(249)において実際に場の揺らぎ特性を示す量はカッコ内の第2項であるから光子計数分布の拡がり特徴付けるパラメータ Q を

$$Q \equiv [\langle (\Delta n)^2 \rangle - \langle n \rangle] / \langle n \rangle = \langle n \rangle \theta(T)/T, \quad (251)$$

と定義しよう。 Q 値は、分布関数が Poisson 分布であるときにはゼロ、Poisson 分布より狭い分布をもつときには (sub-Poisson statistics) 負、逆に、広い分布をもつときには (super-Poisson statistics) 正である性質をもつ。また、 $T \ll T_c$ のときには $Q \sim \langle n \rangle \lambda(0)$ が成り立つので、 Q 値の正負が場の光子のバンチング、アンチバンチングと関連性をもつことも特徴である。加えて、条件 $T < T_c$ の実験では実際に観測される揺らぎ信号の大きさを直接示しており、実験的に統計性を調べるときに便利なパラメータである。

5.3.4 光子計数統計と観測時間

光子計数分布関数 $p(n, t, T)$ は観測時間 T を(239)の積分形で含んでいるため、光子計数分布関数に対する T の大きさ効果は単純には評価できない。そこでいくつかの例を示しながら具体的に T がいかに分布関数に影響を及ぼすかを調べよう。

純コヒーレント状態 $|\psi\rangle$ では位相空間密度は(105)で与えられるので

$$p(n, t, T) = W'^n \exp(-W')/n! \quad (252)$$

と積分強度 W' に関して Poisson 分布である。 $T \ll T_c$ のときには、(239)より $W' = cSIT$ であるから、 I と T はともに Poisson 分布の変数に一次的に含まれる。逆に、 $T \gg T_c$ のときにも I が時間平均値 $\langle I \rangle$ になるだけで結果は同じである。

単一モード・レーザー光 (振幅 a_0) では位相空間密度は(106)で与えられるので

$$p(n, t, T) = (cS a_0^2 T/L^3)^n$$

$$\times \exp [-cS\alpha_0^2 T/L^3]/n!, \quad (253)$$

である。この場合には、任意の T または $I=\alpha_0^2/L^3$ はつねに Poisson 分布の変数に一次的に作用する。

偏光している熱的光源のときには位相空間密度は(157)で与えられ、任意の T に対する計算結果を求めることはできない。一般に $T \ll T_c$ のときには、 $W=cSIT$ が成り立ち(240)式の積分変数 W' は強度 I に置き換えて扱うことができる。すなわち、場の強度分布を考えればよい。(157)は黒体輻射に対する位相空間密度(149)と同じ関数であるから、黒体輻射同様に、熱的光源でもすべての高次の相関関数は2次の相関関数で記述することが可能な系となっており、個々のモードの振幅は互いに独立にランダム変動している。結果的にそれらを合成した系は、平均値の回りに Gauss 分布する振幅を持ち、強度分布に対しては

$$\mathcal{P}(I) = \exp(-I/\langle I \rangle) / \langle I \rangle, \quad (254)$$

と表わされる。これを、(240)に代入し整理すれば、

$$p(n, t, T) = \langle n \rangle^n / [1 + \langle n \rangle]^{n+1}, \quad (255)$$

を得て光子統計分布と同じ Bose-Einstein 分布である。一方、 $T \gg T_c$ のときには、(239)における積分範囲は、強度揺らぎに対して十分に長い時間をとることになり、Gauss 場に対する中心極限定理が成り立つ。したがって、平均強度を $\langle I \rangle$ としたとき、積分強度分布関数は

$$\mathcal{P}(W') = \delta(W' - cS\langle I \rangle T), \quad (256)$$

と表わされる。(240)に代入すると Poisson 分布

$$p(n, t, T) = (cS\langle I \rangle T)^n \times \exp(-cS\langle I \rangle T) / n!, \quad (257)$$

が得られる。多くの熱的光源では、スペクトル拡がり $\Delta\omega$ の大きさが検出器の応答時間 T_R に対して $1/\Delta\omega \sim T_c \ll T_R$ なる関係をもつので、通常われわれが光子計数分布を観測するときには熱的光源もレーザー光源も Poisson 分布になってしまい、区別がつかないことがわかる。

一般に、任意の観測時間 T に対する光子計数分布の厳密な完結した表式は求めることができず、スペクトルが Lorentz 分布である熱的光源の場合と⁴⁴⁾、アンチバンチングを示す原子の蛍光に対して⁴⁵⁾ 例外的に導かれているだけである。しかし、熱的光源の場合には簡単な近似式を考えることができる。 $T \ll T_c$ に対して得られる Bose-Einstein 分布を変形した式³³⁾

$$p(n, t, T) = \frac{(n+\mu-1)!}{n!(\mu-1)!} \frac{(\langle n \rangle / \mu)^n}{[1 + \langle n \rangle / \mu]^{n+1}}, \quad (258)$$

を使って計算した計数値の揺らぎが(249)と一致するようになるには、 μ を

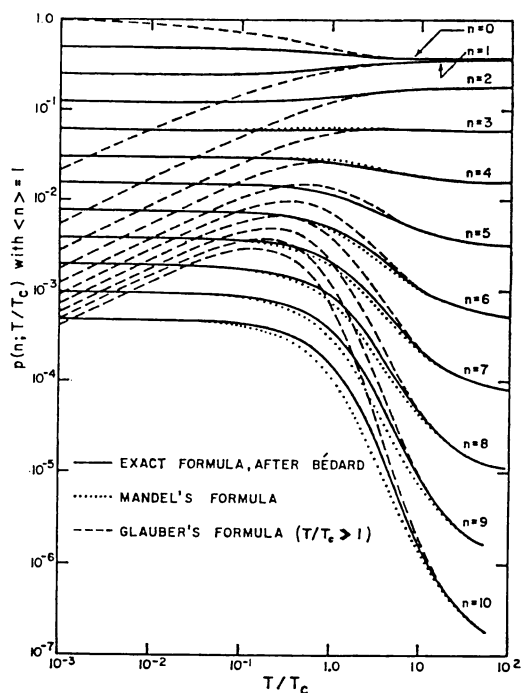


図 12 熱的光源の光子計数分布関数の比較
厳密な式の計算値 (実線), (258)式からの計算値 (点線). スペクトルは Lorentz 分布の場合 (破線は他の近似式). 文献 46) より転載.

$$\mu = T/\theta(T), \quad (259)$$

と定義すればよい。式(258)は、 n 個の boson を位相空間の μ 個の cell に分配したことを意味し、結果として $\theta(T)$ は位相空間の長さを表わす量となっている。Bedard⁴⁶⁾ は、スペクトルが Lorentz 分布、Gauss 分布、矩形の場合について、ファクトリアルモーメントと光子計数分布の一部を広範囲な T の値に対する計算を行ない、厳密な値と近似式(258)による結果を比較した。図 12 に示されるようにならかなりよい一致が見られ、(258)が任意の観測時間と任意のスペクトル分布に対してよい近似となっていることがわかる。

5.3.5 光子計数分布の観測

例外的な場合を除いて、一般には、任意の観測時間 T に対する光子計数分布は求めることはできないので、適当に設定した T の値に対して観測された光子計数分布から場のコヒーレント特性を求めることは困難である。しかし、前節の議論から明らかなように、もし $T \ll T_c$ を選ぶならば、場の強度分布関数を直接反映した光子計数分布が得られる。結果的には(243)から求まるファクトリアルモーメントは場の強度に対する値となり、場の高次の相関特性の知見が得られる。このような

表3 蛍光の光子計数統計に対する実験で得られた観測結果 (observed) とその修正結果 (corrected), および, 同じ $\langle n \rangle$ をもつ Poisson 分布との比較 (文献 51) より転載)

	Observed	Poisson	Corrected	Poisson
N	11, 025, 000	11, 025, 000	10, 927, 000	10, 927, 000
$N(0)$	10, 953, 136	10, 953, 201	10, 859, 079	10, 859, 165
$N(1)$	71, 695	71, 565	67, 797	67, 624
$N(2)$	168	234	123	211
$N(3)$	1	0.5	1	0.4
$\langle n \rangle$	0.00653 ± 0.00003	0.00653	0.00623 ± 0.00003	0.00623
Q	-0.00183 ± 0.00038	0	-0.00252 ± 0.00040	0

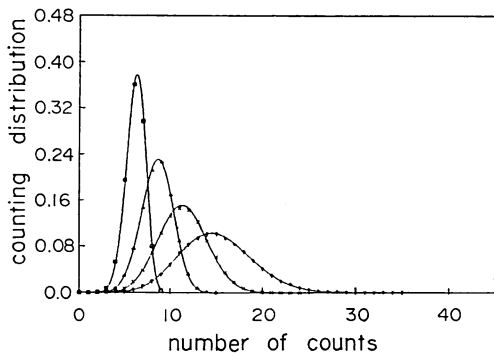


図13 Ar イオンレーザー (514.5 nm) の光子計数分布: $T_D/T=0$ (1, Poisson 分布), 0.02 (x), 0.05 (Δ), 0.1 (□). すべての測定で検出器への入射光強度は一定 $\alpha \langle I \rangle \sim 15$. 文献 48) より転載.

考えに基づき, Chang ら⁴⁷⁾は, He-Ne レーザーのしきい値近傍の発振状態での光子計数分布を詳細に測定し, その結果から4次までの規格化累積率を求めてレーザーの理論の検証を行なった.

ところで, 小さい値の T を選んだときに問題となるのが検出器の有限の応答時間 T_r から生じる不感時間 T_D (dead time) の問題である. 光子相関の場合には, 二つの光電子増倍管を使ったり相関計に工夫を凝らすことによってそれほど問題にはならないが, 光子計数統計では避けて通ることができない. 図13はレーザー光の光子計数分布を不感時間 T_D を変えて測定した結果である⁴⁸⁾. $T_D=0$ では Poisson 分布であるが, T_D/T の値の増加につれて平均計数値が小さくなり, 同時に半値幅が小さくなってあたかもサブポアソン統計が実現しているような観測結果となっている. しかし, これは, バンチングしている光子の成分が不感時間によって除かれて生じた見掛け上のサブポアソン統計である. 測定結果でもう一つ注目すべきことは, T_D/T がパーセントのオーダーの小さい値に対してもかなり大きい誤差を生じて

いることである. したがって, 正しい光子計数分布を求めるには, この計測上の問題はデータ処理によって必ず除かなければならないが, 専門的な計測の問題なので文献を参照されたい⁴⁷⁻⁴⁹⁾.

原子の蛍光は量子力学特有のアンチバンチング効果を示すことに加えて, 相関時間 T_c に比べて長い観測時間 T でもつねに厳密な光子計数分布関数が求まる特殊な系であり, かつ, それがサブポアソン統計に従うことが予測され興味深い^{45,50)}. 光子相関同様に Na 原子を使った実験が Short ら⁵¹⁾によって行なわれ, Q 値を評価することによってサブポアソン統計の確認がなされた. $T=200$ ns, $T_D=8$ ns, $\alpha=0.15$ の実験条件で得た結果が表3である. 不感時間の修正を施した結果は $Q=-0.00252$ であり, あらゆる実験条件を考慮した理論計算の結果は $Q=-0.0023 \pm 25\%$ とよく一致している. 原子の蛍光以外のサブポアソン統計に関しては, 最近 Teich ら⁵²⁾が Hg の Frank-Hertz 光でも弱いながらも観測に成功している.

いままで示した種々の観測結果はすべて光子計数によって得られたものであるが, これは平均計数光子数 $\langle n \rangle$ がそれほど大きくなく, 光子計数がいちばん精度が出るためである. しかし, 光子数が十分に多い場合には, アナログ型の相関計を適用してよい結果が得られる. サブポアソン分布を明確に示した Machida らの実験⁵³⁾はこの例である. 強く発振しているダイオードレーザーに負帰還をかけて揺らぎを抑え, 人為的にサブポアソン統計を発生させた系で光子計数分布関数を観測しているが, ここでは, $\langle n \rangle \sim 10^8$ と桁違いに多い光子を光ダイオードで検出している. このように $\langle n \rangle$ が大きくて計測上の量子化誤差が無視できるときには, 検出器の広い帯域幅とあわせて考えればアナログの信号処理が有効である.

6. おわりに

はじめにも述べたように、レーザー、非線形現象、スクウィズド状態等をはじめとして、光の偏光とコヒーレンスの関係、コヒーレント光と熱的光源との混合場の性質などの比較的基礎的なテーマに付いても紙数の関係から議論が至らないでしまった。しかし、式の導出の詳細を示さずに物理内容の議論に重点を置いた立場から、とくに、コヒーレンス論の量子論的取扱ひ法とその意味、古典論との対応性、量子論で考えることの本質性などを不十分ではあったが程度は示すことができたものとする。

議論の足りなかった部分についてはいままであげた参考文献を参照していただくほか、参考のためにいくつかの文献⁶⁴⁾を付け加えておこう。なかでも文献にはあげられないが、著者がRochester大学に出張滞在中、L. Mandel教授の行なった1981年の大学院の講義のノートも参考にさせていただいた。研究の機会を与えて下さったばかりでなく、特別受講まで快諾されたことにあわせて深謝申し上げる。

ここまで読み進まれた読者のなかで、この分野を専門とはしておられない方にとっては、式の導出や定式化は別として、コヒーレンスの量子論ではどんなことを考え、いかなることがいえるのかをご理解いただけたら幸いである。また、ある程度専門にしておられる方にとっては、拙著が種々の整理の一助ともなり、また、演習問題を作成するときのヒントなどに利用いただけることを願うものである。

文 献

- 0) 上西克二：“光のコヒーレンス5”，光学，**15** (1986) 246-255；上西克二：“光のコヒーレンス6”，光学，**15** (1986) 339-350.
- 29) M. Rousseau：“Quantum theory of non-ideal photon detectors,” J. Phys. A: Math. Gen., **8** (1975) 1265-1276.
- 30) R. H. Lehmberg：“Theory of photoelectric detection,” Phys. Rev., **167** (1968) 1152-1158.
- 31) F. Rocca：“Quantum model of photodetection,” Phys. Rev. D, **8** (1973) 4403-4410；A. Arnedo and F. Rocca：“Quantum effects in photodetection processes,” Z. Phys., **269** (1974) 205-213.
- 32) L. Mandel：“Intensity correlation time of optical field,” Opt. Commun., **36** (1981) 87-89.
- 33) L. Mandel：“Fluctuations of photon beams: The distribution of the photoelectrons,” Proc. Phys. Soc. (London), **74** (1959) 233-243；L. Mandel：“Fluctuations of light beams,” *Progress in Optics*, Vol. 2, Zed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1963) pp. 181-248.
- 34) B. Saleh: *Photoelectron Statistics* (Springer-Verlag, Berlin, 1978) p. 354.
- 35) R. Q. Twiss, A. G. Little and R. Hunbury Brown：“Correlation between photons in coherent beams of light detected by a coincidence counting technique,” Nature, **180** (1957) 324-326；G. A. Rebka and R. V. Pound：“Time-correlated photons,” Nature, **180** (1957) 1035-1038.
- 36) B. L. Morgan and L. Mandel：“Measurement of photon bunching in a thermal light beam,” Phys. Rev. Lett., **16** (1966) 1012-1015.
- 37) F. T. Arecchi, E. Gatti and A. Sona：“Time distribution of photons from coherent and Gauss sources,” Phys. Lett., **20** (1966) 27-29.
- 38) K. Ohbayashi, T. Kohno and H. Utiyama：“Photon correlation spectroscopy of the non-Markovian Brownian motion of spherical particles,” Phys. Rev. A, **27** (1983) 2632-2641.
- 39) H. J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel：“Photon antibunching in resonance fluorescence,” Phys. Rev. Lett., **39** (1977) 691-695.
- 40) M. Dagenais and L. Mandel：“Investigation of two-time correlations in photon emissions from a single atom,” Phys. Rev. A, **18** (1978) 2217-2228.
- 41) H. J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel：“Multi-atom and transit-time effects on photon-correlation measurements in resonance fluorescence,” Phys. Rev. A, **18** (1978) 201-207；H. Walther：“Selected topics of laser spectroscopy of atoms and molecules,” *Quantum Optics, Experimental Gravity, and Measurement Theory*, ed. P. Meystre and M. O. Scully (Plenum, New York, 1983) pp. 293-324.
- 42) P. L. Kelley and W. H. Kleiner：“Theory of electromagnetic field measurement and photoelectron counting,” Phys. Rev., **136** (1964) A 316-A 334.
- 43) L. Mandel：“Fluctuations of photon beams and their correlations,” Proc. Phys. Soc. (London), **72** (1958) 1037-1048.
- 44) G. Bedard：“Photon counting statistics of Gaussian light,” Phys. Rev., **151** (1966) 1038-1039.
- 45) R. J. Cook：“Photon number statistics in resonance fluorescence,” Phys. Rev. A, **23** (1981) 1243-1250；D. Lenstra：“Photon-number statistics in resonance fluorescence,” Phys. Rev. A, **26** (1982) 3369-3377；K. Kaminishi：“Photon number statistics in resonance fluorescence with excitation of finite bandwidth,” J. Phys. Soc. Jpn., **53** (1984) 1006-1016.
- 46) G. Bedard, J. C. Chang and L. Mandel：“Approximate formulas for photoelectric counting distributions,” Phys. Rev., **160** (1967) 1496-1500.
- 47) R. F. Chang, V. Korenman, C. O. Alley and R. W. Detenbeck：“Correlations in light from a laser at threshold,” Phys. Rev., **178** (1969) 612-621.
- 48) M. C. Teich and G. Vannucci：“Observation of dead-time-modified photocounting distributions for modulated laser radiation,” J. Opt. Soc. Am., **68** (1978) 1338-1342.
- 49) F. A. Johnson, R. Jones, T. P. McLean and E. R. Pike：“Dead-time corrections to photon counting distributions,” Phys. Rev. Lett., **16** (1966) 589-592；G. Bedard：“Dead-time corrections to the statistical distribution of photoelectrons,” Proc. Phys. Soc. (London), **90** (1967) 131-141；C. L. Metha：“Theory of photoelectron counting,” *Progress in Optics*, Vol. 8, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1970)

- pp. 373-440; B. I. Cantor and M. C. Teich: "Dead-time-corrected photocounting distributions for laser radiation," *J. Opt. Soc. Am.*, **65** (1975) 786-791; L. Mandel: "Inversion problem in photon counting with dead time," *J. Opt. Soc. Am.*, **70** (1980) 873-874; K. A. O'Donnell: "Correction of dead-time effects in photoelectric-counting distributions," *J. Opt. Soc. Am. A*, **3** (1986) 113-115.
- 50) L. Mandel: "Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence," *Opt. Lett.*, **4** (1979) 205-207.
- 51) R. Short and L. Mandel: "Observation of sub-Poissonian photon statistics," *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 384-387.
- 52) M. C. Teich and B. E. A. Saleh: "Observation of sub-Poisson Frank-Herz light at 253.7 nm," *J. Opt. Soc. Am. B*, **2** (1985) 275-282.
- 53) S. Machida and Y. Yamamoto: "Observation of sub-Poissonian photoelectron statistics in a negative feedback semiconductor laser," *Opt. Commun.*, **57** (1986) 290-296.
- 54) R. Loudon (小島忠宣, 小島和子共訳): 光の量子論 (内田老鶴圃, 東京, 1981); W. H. Louisell: *Quantum Statistical Properties of Radiation* (John Wiley, New York, 1973); 霜田光一, 矢島達夫編著: 量子エレクトロニクス(上) (裳華房, 東京, 1972); 加野 泰: コヒーレンス理論とその応用 (岩波書店, 東京, 1976); 鈴木範人, 小塩高文: 応用光学 II (朝倉書店, 東京, 1982); J. Perina: "Photocount statistics of radiation propagating through random and nonlinear media," *Progress in Optics*, Vol. 18, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1980); J. Perina: *Coherence of Light*, 2nd completely revised edition (D. Reidel, Dordrecht, 1985).

講義『光のコヒーレンス』

- 1 「インコヒーレント光源」(黒田和男) 14 巻 5 号 pp. 393-399
- 2 「コヒーレンス関数の伝播・高次のコヒーレンス」(黒田和男) 14 巻 6 号 pp. 485-491
- 3 「部分的コヒーレント照明下の結像(1)」(山本公明) 15 巻 1 号 pp. 64-71
- 4 「部分的コヒーレント照明下の結像(2)」(山本公明) 15 巻 2 号 pp. 150-158
- 5 「自由電磁場の量子論・コヒーレンスの量子論(1)」(上西克二) 15 巻 3 号 pp. 246-255
- 6 「コヒーレンスの量子論(2)・光と原子の相互作用」(上西克二) 15 巻 4 号 pp. 339-350