

解説

光双安定性とカオス

藪崎 努*

京都大学超高層電波研究センター 〒611 宇治市五ヶ庄

(1987年3月23日受理)

Optical Bistability and Chaos

Tsutomu YABUSAKI*

Radio Atmospheric Science Center, Kyoto University,
Gokasho, Uji 611

1. はじめに

一般の光学素子では、たとえそれが高い非線形性をもっているとしても、入射光の状態と出力光(透過光あるいは反射光)の状態とは1対1に対応するのが通常である。光双安定性は、このような通常の光学素子が示す特性とは異なり、一つの入力光強度値に対し、出力光が二つの安定状態をとる現象である。光双安定性を示す系は1976年に Szöke ら¹⁾により提案されたが、実験ではかなり遅れ1976年に Gibbs ら²⁾により Na 蒸気を挿入したフェブリー・ペロー共振器で実現された。その後光双安定性は光スイッチ、光演算等の応用面での重要性から、性能向上への研究がきわめて盛んに進められてきている。一方、光双安定系に対しては、種々のパラメータが精密に制御できることから、開放系の一つのモデルとして興味をもたれ、その系で示す相転移、自然発振現象、カオス現象等に関する多くの基礎研究も盛んになされてきている。

光双安定性を実現するには、その系が光強度に依存した透過特性を示すことが不可欠で、系が高い非線形性を持ち、また何らかの正帰還を有することが必要条件である。従来光双安定性を示す多くの系が提案されてきたが、以下のようにいくつかの分類が可能である。利用する媒質の非線形吸収を利用する吸収型、分散を利用する

分散型があり、また帰還に関しては、電気信号を利用するハイブリッド型³⁾、光自体の帰還⁴⁾や媒質内部での帰還⁴⁾を利用した真性型(あるいは純光学型)に大別できる。さらに特性面では、履歴特性を示すもの²⁻⁴⁾、フォーク型分岐特性を示すもの⁵⁾にも分類することができる。前者は入射光強度を変化させたとき出力光強度変化として履歴曲線が得られるもので、いわば強磁性体の $B-H$ 特性に類似しており、従来研究開発されてきたほとんどのものがこの型に属する。一方、後者は入射光強度を増加させていったとき、ある臨界値で出力光の状態(出力光強度や偏光)に対称性の破れが生じ、二つの安定状態に分岐するもので、履歴特性を示さず、フリップ・フロップ回路で見られる双安定性に対応する。

従来提案され、研究されてきた個々の光双安定系についてはすでに詳細な解説がなされているので、ここではより一般的に特性の大きく異なる履歴特性をもつ光双安定性、フォーク型分岐を伴う光双安定性およびこれらの二つの特性を合わせてもち三つの安定状態を示す光三重安定性⁶⁾がどのような原理の違いに基づくものであるかを、ナトリウム等の原子を含む簡単な純光学系を例にとり述べることにする。またこれらの特性の違いをカタストロフィの概念⁷⁾を用いて論じることとする。次に、これらの双安定、三重安定性を示す光学系において光帰還に遅延を施したとき生じるランダムな発振現象、すなわちカオスについて述べる。決定論的な方程式で記述される物理系が示すカオスは、流体を始め多くの分野で興味をもたれているが、光双安定系ではモデルが簡単で定式化が容易で実験でもパラメータの制御が高精度で行な

* 現在：京都大学理学部物理学教室 〒606 京都市左京区北白川追分町
Present address: Department of Physics, Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto 606

えるといった特色をもち、Ikeda ら⁸⁾により1980年に提案されて以来きわめて盛んに研究が行なわれてきている。

2. 特性の異なる光双安定, 三重安定性の原理

2.1 履歴特性を示す光双安定性

従来研究されてきた光双安定性のほとんどがこの型に属し、多くの光学系が図1(a)のように簡略化して表わすことができる。系を透過した(あるいは系内の)光の一部を帰還させ、媒質の非線形性を通して透過率 T を内部光強度 I に応じて変化させればよい。この場合、入射光および出力光強度 I_0, I_T の関係は

$$I_T = T(I)(I_0 + AI_T) \quad (1)$$

のように書くことができ、媒質の非線形および帰還量が高ければ、 I_T は I_0 の2価(多価)関数になり、系は双安定性(多重安定性)を示すことが可能となる。このような系では、入射光強度 I_0 を変化させると出力光強度 I_T の変化として、図1(b)に示すような履歴曲線が得られる。 I_0 の二つの臨界値における I_T の急峻な変化(ジャンプ)は帰還ループの利得(小信号利得および飽和利得)が1を横切るときに生じるいわゆる相転移に対応するものである。

純光学型の双安定系として非線形分散性の媒質を含むファブリー・ペロー共振器を考える。ここではとくにGibbs らが最初に光双安定性を実現した場合⁹⁾と同様に、図2(a)に示すように二準位系原子を挿入した場合を取り扱うが、固体光学材料を用いた場合でも原理はほ

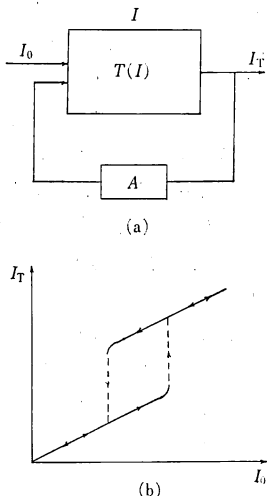


図1 履歴特性を示す光双安定系の原理図(a)と特性(b)

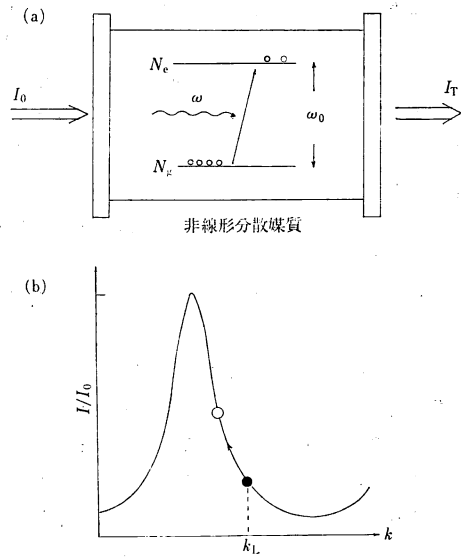


図2 原子を挿入したファブリー・ペロー共振器(a)と波数 k の変化に伴う内部光強度の変化(b)

んど同様である。原子の吸収線は均一拡がりしているとし、入射レーザー光の周波数 ω を吸収線の中心 ω_0 から若干離調してあるとすると、この系は以下のような正帰還が生じ双安定性を示す。簡単のために、共振器内では光強度が一樣であるとする(定在波構造を無視する)。共振器内の光により、原子は吸収線のすそを通して励起され、基底状態および励起状態の原子数に差 ΔN が生じる。このように原子数の差が作られると、周波数 ω の光に対する波数 k (あるいは屈折率)は共振器内の光強度により変化する。一方、共振器内の光強度 I は入射強度 I_0 および波数 k の関数で次式のように与えられる。

$$I = (1 - R^2)I_0(1 + R^2 - 2R \cos kL)^{-1} \quad (2)$$

ここで R は反射鏡の反射係数、 L は共振器長である。(2)式から I/I_0 を k の関数として示した一例が図2(b)である。微小入力時の波数 k_L が図のようにフリンジのすそにくるように同調した場合を考えよう。入射光強度を増大すると、 I の増大、 ΔN の減少、 k の減少、再び I の増大という正帰還が存在し、この帰還利得が1以上になると $k, I, \Delta N$ といった量は急速に新しい安定値へジャンプするわけである。なお出力光強度 I_T は共振器内強度 I に比例するので入射光強度 I_0 を変化させたときの出力光強度の変化には図1(b)に示すような履歴特性が現われることは容易に示すことができる。

ファブリー・ペロー共振器内に非線形媒質として固体

の分散性媒質を挿入した純光学双安定系では、波数 k は

$$k = k_0 + \alpha + \beta I \quad (3)$$

のように近似できる同様の履歴特性を得ることができる。ここで α, β はそれぞれ線形、3次の非線形分極によるものである。また、光出力を検出し、電気信号に変え電気光学結晶へ帰還を加えるハイブリッド型³⁾でも、波数 k の変化は出力 I_T と線形の関係にあり、履歴特性を示す双安定系であることを容易に示すことができる。この場合、入射光の周波数やスペクトルの形に対する制約がない。

2.2 フォーク型分岐を示す光双安定性

履歴特性をもたず、フォーク型分岐特性を示す光双安定性も一つの光学系で実現することができる。このような双安定性を示す電気回路の一例がフリップ・フロップ回路である。フリップ・フロップ回路に加える電圧が低い場合には双方のトランジスタに流れる電流は等しい。しかし電圧がある臨界値以上になると一方のトランジスタは on, 他方は off の状態になる。すなわち対称性の破れを生じ、どちらのトランジスタが on になるかは偶然が支配する。また電圧の変化に対して履歴特性を示さない。このような二つの安定状態への分岐はフォーク型分岐と呼ばれている。フォーク型分岐特性を光学的に実現するには2.1項で述べた双安定系を組み合わせることも可能であるが、ここではわれわれが考えた単一の純光学系で実現できる場合⁵⁾を示す。

フォーク型分岐特性をもたせるには光強度以外に他の自由度(偏光, 位相等)を導入する必要がある。図3に示すように、二つの光の状態に対する強度の差 ΔI に関しては正帰還をさせればよい。入射光がこれらの状態に関して縮退 ($\Delta L=0$) であれば、帰還利得が1を越えたときは対称性の破れを生じ、 ΔI が正あるいは負の方向に分岐するのである。

図4(a)にこのような双安定性を示す純光学系の一例を示す。系は、基底状態のスピンのゼロでない原子(たとえばアルカリ原子)を封入したセル、 $\lambda/8$ 板および反射鏡からなる。入射する光は原子の吸収線のすそに同調した直線偏光である。また $\lambda/8$ 板を2回通過するので、 $\lambda/8$ 板は円偏光素子に用いられる $\lambda/4$ 板と同様の動きをする。この系が左右円偏光成分の強度差、原子のスピンの偏極に関して正帰還をもっていることを示そう。セルを透過した光の偏光方向と $\lambda/8$ 板の光学軸とに若干のずれ θ_0 があれば、帰還光は楕円偏光となりセル内の左右円偏光成分に強度差 ΔI_{\pm} が生じる。この円偏光強度差により、光ポンピングを通して原子の基底状態のゼーマン準位間に原子数差 ΔN_{\pm} (すなわちスピンの偏極)が生じる。このようにスピンの偏極された媒質は円偏光二色性を示す。したがって入射光はセルを伝播中に偏光面の回転 θ を生じる。偏光面の回転が生じると、 $\lambda/8$ 板においてその光学軸と偏光方向との角が変化し、帰還光の円偏光強度差、すなわちセル内での強度差 ΔI_{\pm} は増加する。以上のように $\Delta N_{\pm} \rightarrow \theta \rightarrow \Delta I_{\pm} \rightarrow \Delta N_{\pm}$ の正帰還が存在するのである。重要な点はこれらの量の符号によらず正帰還が働くことである。図4(b)は $\theta_0=0$ の場合、入射光強度 I_0 を変えたときの回転角 θ の変化のようを示したものである。

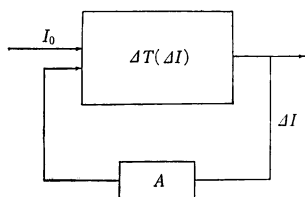


図3 フォーク型分岐を示す光双安定系の原理図 ΔI は光の二つの成分(たとえば偏光の異なる2成分)の強度差を示す。

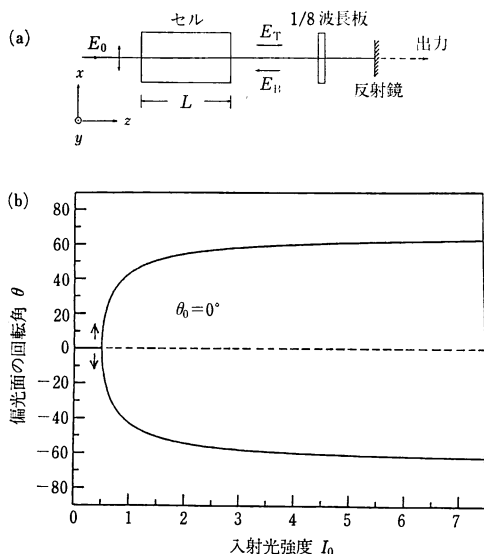


図4 フォーク型分岐を示す純光学双安定系(a)と入射光強度 I_0 に対する偏光面の回転(b)

び反射鏡からなる。入射する光は原子の吸収線のすそに同調した直線偏光である。また $\lambda/8$ 板を2回通過するので、 $\lambda/8$ 板は円偏光素子に用いられる $\lambda/4$ 板と同様の動きをする。この系が左右円偏光成分の強度差、原子のスピンの偏極に関して正帰還をもっていることを示そう。セルを透過した光の偏光方向と $\lambda/8$ 板の光学軸とに若干のずれ θ_0 があれば、帰還光は楕円偏光となりセル内の左右円偏光成分に強度差 ΔI_{\pm} が生じる。この円偏光強度差により、光ポンピングを通して原子の基底状態のゼーマン準位間に原子数差 ΔN_{\pm} (すなわちスピンの偏極)が生じる。このようにスピンの偏極された媒質は円偏光二色性を示す。したがって入射光はセルを伝播中に偏光面の回転 θ を生じる。偏光面の回転が生じると、 $\lambda/8$ 板においてその光学軸と偏光方向との角が変化し、帰還光の円偏光強度差、すなわちセル内での強度差 ΔI_{\pm} は増加する。以上のように $\Delta N_{\pm} \rightarrow \theta \rightarrow \Delta I_{\pm} \rightarrow \Delta N_{\pm}$ の正帰還が存在するのである。重要な点はこれらの量の符号によらず正帰還が働くことである。図4(b)は $\theta_0=0$ の場合、入射光強度 I_0 を変えたときの回転角 θ の変化のようを示したものである。

以上のようにこの光双安定性は先の履歴特性を示す型とは光出力に現われる現象と大きく異なる。しかし、カタストロフィーの概念⁷⁾を用いて考えると同一の楔型(cusp)に属し、同様の力学系における相転移と考えることができる。特性の違いは、システムポテンシャルの異なった断面を眺めているにすぎない。一般に、同一の双安定系でも異なった物理量を変化すると履歴特性、フォ

ーク型分岐が得られる。強磁性体の磁化 B を例にとれば、よく知られているように磁場強度 H の変化に伴い履歴特性、温度 T をキュリー点近傍で変化させるとフォーク型分岐が得られるのである。

2.3 光三重安定性

光共振器中に基底状態のスピンのゼロでない原子を挿入することにより、上述の二つの型の双安定性の特性、すなわち履歴特性をもち、また対称性の破れによる分岐特性を合わせもった光三重安定性を実現することが可能である⁹⁾。原理の詳細はここでは省くが、この場合も二つの円偏光成分の強度差、あるいはスピン偏極に対し正帰還が作用する。原子の共鳴線近傍に同調した直線偏光のレーザー光をファブリー・ペロー共振器に入射させ、その強度を変化させたときの出力光強度変化および原子の磁気モーメントの変化の一例を図5に示す。入射光強度 I_0 を増加していくと臨界値 C_1 で急に出力光の偏光が直線偏光からほぼ円偏光になり強度も増大する。逆に I_0 を減少させると臨界値 C_2 で元の直線偏光にもどる。この図からも臨界値 C_1 と C_2 の間に三つの可能な安定状態があり、また二重に重なった履歴曲線が存在することがわかる。一方、図5(b)に示すように臨界値 C_1 において各原子のスピンのランダムに向けられている状態から、光軸に平行あるいは反平行にそろえられた状態に移行するのがわかる。すなわち対称性の破れが生じるのである。どちらの方向にそろえられるかは全く予測でき

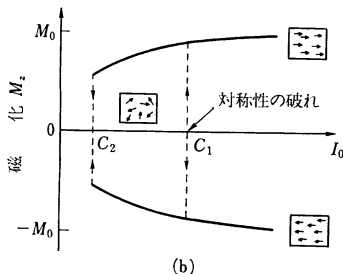
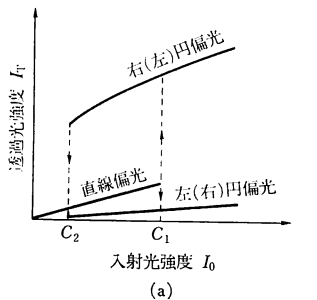


図5 光三重安定性の特性 (a)入射光強度変化に対する出力光強度変化, (b)磁気モーメントの変化

ない。このような光三重安定性は蝶のカタストロフィーとして説明できる。われわれの提案後、ナトリウム原子を用いて実験的にも確かめられている⁹⁻¹¹⁾。

3. 光双安定三重安定系におけるカオス

近年、決定論的な方程式でその運動が与えられる力学系の非周期的でランダムな振舞い、すなわちカオスに多くの関心が集められている。光双安定系におけるカオスも、とくに履歴特性を示す系に対し Ikeda⁸⁾ らにより提案されて以来、数多くの研究がなされてきた。光双安定系のような一次元力学系においてカオスが生ずるためには、系が強い非線形性を有し、帰還ループをもち、帰還利得が高くまた系の応答時間以上に遅れることが必要条件である。高い非線形性により光の振幅および位相が歪められ、それが帰還されたときには系はすでに帰還前と大きく違った振舞いをしているために、ちょうど外部からランダムな擾乱を受けたのと同ほ等価な不規則な振舞いを呈するのである。履歴特性を示す双安定系におけるカオスについては、すでいくつかの詳しい解説がなされているので¹²⁾、ここでは先に述べたフォーク型分岐特性をもつ双安定系および三重安定系におけるカオス^{13,14)}を紹介することにする。簡単のために、遅延時間を系の応答時間に比べて十分長い極限を考えることにする。このような場合には系の運動は差分方程式で表わすことができる。図4(a)に示す双安定系において、右側の反射鏡をセルから十分遠方においた場合、運動方程式は次に示すようにきわめて簡単な形となる。

$$X_{n+1} = \mu \sin X_n \tag{4}$$

ここで X は原子に与えられる左右円偏光成分の強度差(あるいは原子の磁気モーメント)に比例する量で、 μ は帰還利得(入射光強度に比例)である。 X の時間変化は、(4)式の左辺を逐次右辺に代入することにより容易に求められる。図6は μ をパラメータとして変化した

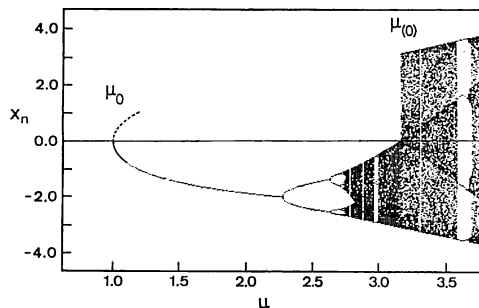


図6 フォーク型分岐を示す双安定系におけるカオスに至る分岐図

ときの X の変化をプロットした分岐図である。 μ_0 が小さいときには $X=0$ で単安定で、 μ_0 を超すとすでに述べたように対称性が破れ、一方の円偏光成分が強くなり、スピン偏極が作られる。 μ をさらに増加させていくと、分岐が生じそれらの中で振動が生じ、振動周期の倍化を経由してついにカオスの領域 ($\mu \geq 2.8$) に入る。 $\mu < \mu_{(0)}$ ではランダムな変化はするがその符号は変わらない。しかし $\mu = \mu_{(0)}$ で上の分岐に対する領域と衝突するように領域の倍化が生じ、対称性の破れが回復するのが見られる。(このような変化をカオスの crisis と呼んでいる)。このように、フォーク型分岐特性をもつ双安定系におけるカオスでは、対称性の破れとその回復を伴うのが特徴である。

一方、光三重安定系において、一方の鏡を原子から十分遠方に離れた場合にはどのような現象が生じるのであろうか。図 7(a) は入射光強度 I_0 をパラメータとして変化させたときの共振器内の左右円偏光成分の強度差 ΔI_{\pm} の変化を示したものである。 I_0 をしだいに増加させていくと $I_0 \leq 4$ で対称的な振動 ($I_0 \approx 3$ では準周期的振動) が生じる。興味深い点は $4 \leq I_0 \leq 8$ の領域で二つの定常状態と、それらの間にカオスと三つの定常解が存在することである。系がいずれの状態をとるかは初期値に依存している。 I_0 をさらに増加させると $I_0 \geq 8$ でカオス

が消滅する。 $I_0 \geq 13$ では正あるいは負の二つの分岐間での振動が生じる。このカオスが消滅した領域 ($I_0 \geq 8$) において興味深い点は、系が上下の定常解のいずれかをとるかほとんど予知できない点である。これは、強度差 ΔI_{\pm} の初期値から定常解へ至るまでにカオス的な変化を経由するからで、解の選択は偶然により決まる。このようなカオス的な振舞いを過渡カオスあるいは隠れたカオスと呼んでいる。図 7(b) には、系が(a)に示す上下の解を選ぶ ΔI_{\pm} の初期値をそれぞれ黒点、白点で示したものである。カオスが消滅した直後は初期値の選択は、 $|\Delta I_{\pm}/I_0| \leq 0.5$ の範囲でほとんどランダムであるが、入射光強度 I_0 の増加とともに細い構造が現われる。詳細に眺めると分岐や、またフラクタル的な構造が現われている。

4. おわりに

光双安定性を示す光学系は数多く提案され、最近では非常に高速で作動するものも開発され実用化に近づいてきている。ここでは特性面に着目し、履歴特性を示す型、フォーク型分岐を呈する型がどのような原理の相違によるものかを示し、またこれらの特性の双方を備える光三重安定性について述べた。またこれらの光双安定、三重安定系において、光帰還に遅延があるとき生ずるカオス現象を解説した。ここでは述べなかったが、種々の自励発振現象も同様の光学系で生じる。光双安定性は単に、光スイッチングや演算といった実用面からのみならず、非平衡開放系の力学といった基礎研究の点からも興味深いものである。

最後に、本稿を書くに当たりいろいろ協力していただいた北野正雄氏に感謝します。

文 献

- 1) V. D. Szöke, J. Golden and N. A. Kurnit: Appl. Phys. Lett., **15** (1969) 376.
- 2) H. M. Gibbs, S. L. McCall and T. N. C. Venkatesan: Phys. Rev. Lett., **36** (1976) 1135.
- 3) たとえば P. W. Smith and E. H. Turner: Appl. Phys. Lett., **30** (1977) 280.
- 4) P. W. Smith, J. P. Herman, W. J. Tomlinson and P. J. Maloney: Appl. Phys. Lett., **35** (1979) 846.
- 5) T. Yabuzaki, M. Kitano and T. Ogawa: Phys. Rev. A, **29** (1984) 1964.
- 6) M. Kitano, T. Yabuzaki and T. Ogawa: Phys. Rev. Lett., **46** (1981) 926.
- 7) R. Thom: *Structural Stability and Morphogenesis* (Benjamin, Massachusetts, 1975).
- 8) K. Ikeda, H. Daido and O. Akimoto: Phys. Rev. Lett., **45** (1980) 709.
- 9) S. Cecchi, G. Giusfredi, E. Petriella and P. Salieri:

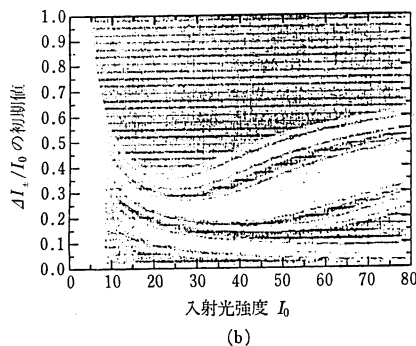
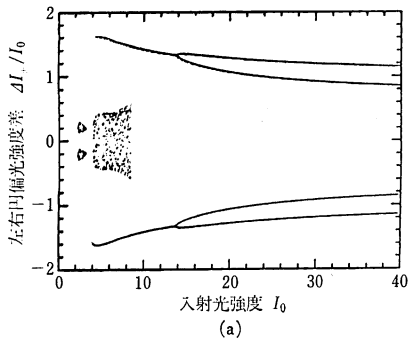


図 7 光三重安定系における分岐図(a)と正の定常解をとる初期値(b)

- Phys. Rev. Lett., **49** (1982) 1928.
- 10) M.W. Hamilton, W. J. Sandle, J. T. Chilwell, J. S Satchell and D. M. Warrington: *Opt. Commun.*, **48** (1983) 190.
 - 11) G. Guisfredi, P. Salieri, S. Cecchi and F. T. Arrechi: *Opt. Commun.*, **54** (1985) 39.
 - 12) たとえば H. M. Gibbs: *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, Orland, 1985).
 - 13) M. Kitano, T. Yabuzaki and T. Ogawa: *Phys. Rev. A*, **29** (1984) 1288.
 - 14) T. Yabuzaki, M. Kitano and T. Ogawa: *Laser Spectroscopy VII*, ed. T.W. Hänsch and Y.R. Shen (Springer-Verlag, New York, 1985).