



## 標本化格子によるモアレ縞プロファイルの数値解析法

新井 泰彦・倉田 忠雄

関西大学工学部機械工学科 〒564 吹田市山手町 3-3-35

(1987年1月12日受理)

### Numerical Analysis of Moiré Profile by Using the Sampled Gratings

Yasuhiko ARAI and Tadao KURATA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kansai University,  
3-3-35, Yamate-cho, Suita 564

In this paper, the numerical analysis method of moiré profile by the sampling of the gratings is described. By using this method, moiré profile produced by the parallel straight gratings with the two-dimensional defects can be analysed, and then the detecting aperture of moiré fringes is shaped and set up arbitrarily. Furthermore, this method is extended to the analysis method for the radial gratings by using conformal mapping. The analysis of the optical rotary encoders can be performed with regard to moiré profile. The results are shown that this method is useful in the design and the analysis of the encoders.

#### 1. はじめに

モアレ縞プロファイルへの格子誤差の影響において、その誤差が格子のピッチ、開口比によるものだけでなく、格子条のうねり、欠損等によるものの解析が必要となる場合がある。この問題に対して、Guild による解析が知られている<sup>1)</sup>。しかしながら、この解析では、モアレ縞プロファイルへの影響を定量的に扱うことができないため、新しい解析法が求められていた。この状況に対して、前報<sup>2)</sup>では、モアレ縞式エンコーダをモデルとした場合の格子誤差のモアレ縞プロファイルへの影響を解析することのできる手法を提案した。しかし、前報に示したフーリエ級数による手法は、格子条  $N$  本を1周期と考え、 $N$  本の各格子条それぞれに誤差を定義することによる解析法であるため、格子のピッチ誤差、開口誤差等の一次元的な誤差は表現できるものの、格子条のうねり等二次元的なランダムな格子誤差を自由に表現することは困難であり、現実に存在する格子誤差のプロファイルへの影響を十分に解析することはできなかった。さらに、一次元的な誤差である格子ピッチ誤差においても、回転型エンコーダの解析では、極座標を用いたラジアル格子の演算は煩雑であるため、膨大な演算時間を必要とし、

検出開口についても、Wronkowski の考え方<sup>3)</sup>では矩形検出開口の演算でさえも煩雑であるなど、現実に存在する開口のモアレ縞に対する傾き、位置決め時のずれ等に対する解析、検出開口設計などの回転型エンコーダの解析を行なうことは不可能であることがわかった。そのため、新たに、従来のフーリエ級数による考え方<sup>2,4,5)</sup>ではなく、格子を計算機内部でモデル化することによる数値解析法を考えた。この解析法では、自由に格子条の誤差を定義することができるだけでなく、モアレ縞検出開口形状を自由に設定できるものであり、現実にそくした解析を行なうことができるものであることがわかった。

本稿では、平行直線格子における基本的な計算機処理法とともに、等角写像を用いたラジアル格子におけるモアレ縞プロファイルの解析法ならびにその解析結果について述べ、回転型エンコーダの設計、解析が本手法により十分に行なえることを示した。

#### 2. 格子標本化によるモアレ縞プロファイルの解析

##### 2.1 解析原理

エンコーダに使用されるようなバイナリ格子は、透過率が“0 or 1”の二値である。したがって、フーリエ級

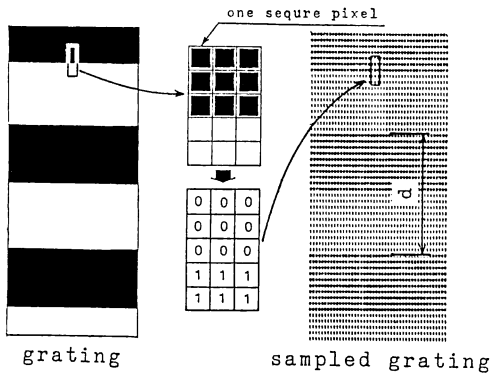


Fig. 1 A grating in the sampling method.

数で表現するには、かなり高次の項を必要とする関数である。しかし、二値演算を行なう計算機処理では、たとえば、平行直線格子を Fig. 1 に示すようにメッシュ状の正方配列の“0 or 1”のパターンとして標本化することにより定義することができる<sup>6)</sup>。この標本化された格子モデルからモアレ縞モデルを考えるには、Fig. 2 (A), (B) に示すように、2枚の格子を座標変換により計算機内部で所要の交差角になるように回転し、それぞれの対応する要素間での論理積 (AND) を順次求めることによりモアレ縞を構成する各要素の透過率を求めることができる。この作業を開口内すべての対応点において行なうと、(C) に示すモアレ縞モデルを作成することができる。ここで、開口内標本総数に対する開口内の論理積演算結果が“1”であった標本数の比率により、その状態での開口内の透過率を求めることができる。(C)の拡大モデルでは開口内標本数 20 に対して、演算結果が

“1”である標本数は2であるから、透過率は 0.1 となる。この作業をモアレ縞 1 周期にわたって、一方の格子を固定し、他方の格子をシフトさせながら計算機内部で繰り返し行なうことにより、モアレ縞 1 周期にわたるプロファイルを求めることができる。

2.2 従来のフーリエ級数による解析法との比較

前節の原理に従い、格子ピッチ  $d=50$  dots の格子に対して、矩形の検出開口を幅  $a=20$  dots, 長さ  $b=71$  dots とした場合の本手法によるモアレ縞プロファイルを Fig. 3 に示す。モアレ縞プロファイルが従来<sup>4)</sup> 同様に得られることがわかる。しかし、本手法では、格子標本化における標本密度が精度に影響を与えるため、演算結果が必ずしも真の値ではないけれども、一つの目安として従来のフーリエ級数 (15 次までの演算)<sup>4,5)</sup> による解析結果との比較により、どの程度の標本密度が必要であるかを検討した。

格子ピッチ  $d$  の標本密度に対する演算結果とフーリエ級数による結果との差(プロファイル 1 周期の差の平均)を Fig. 4 に示す。密度を高めるに従い差の減少が見られる。格子の交差角により、結果は多少異なるが、通常、モアレ縞を考える 10~30 deg の範囲では、1 ピッチを 50 dots 程度に分割、標本化さえすれば、従来の解析法との差、0.0005 以内での演算が可能であることがわかる。ピッチに対する標本密度とは別に、検出開口内の標本数より演算精度を調べたものが Fig. 5 である。検出開口内に 3,000 程度の標本数があれば、従来の解析法との差 0.002 以内の演算が可能であることがわかる。したがって、格子モデル作成にあたって、ピッチに

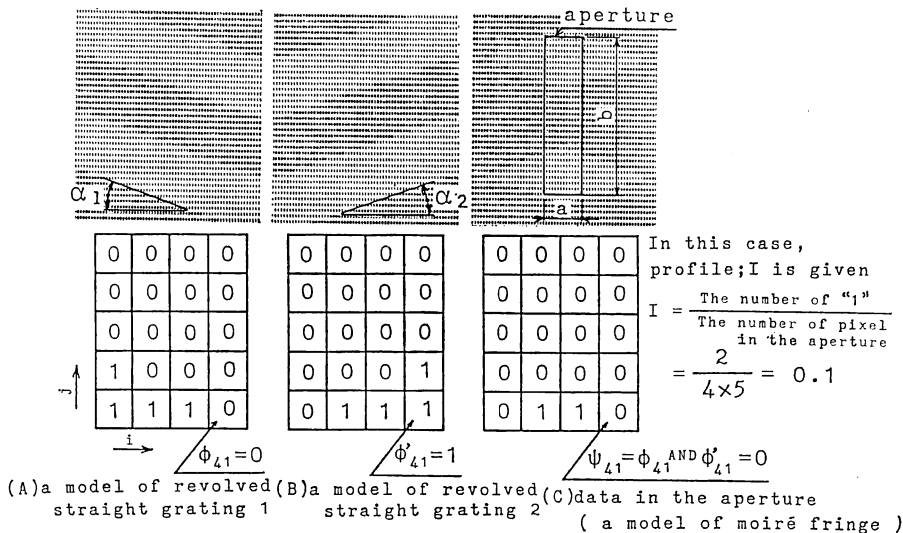


Fig. 2 The moiré patterns in the sampling method.

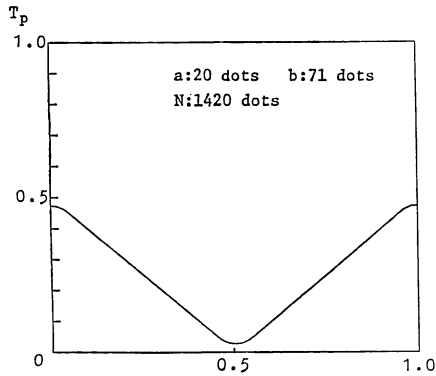


Fig. 3 The moiré profile.

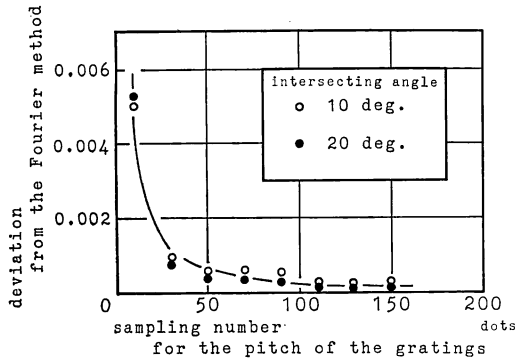


Fig. 4 The relationship between the operational accuracy and the sampling number for the pitch of the gratings.

対する標本密度と同時に、演算時に検出開口内の標本数に注意さえすれば、従来の演算結果とかわりないプロフィールを得られることがわかる。この場合のモアレ縞プロフィール1点についての同一面積の検出開口に対するフーリエ級数による解析との演算時間（本学の大型計算機

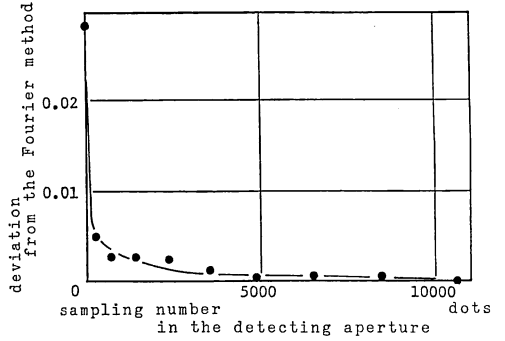


Fig. 5 The relationship between the operational accuracy and the sampling number in the detecting aperture.

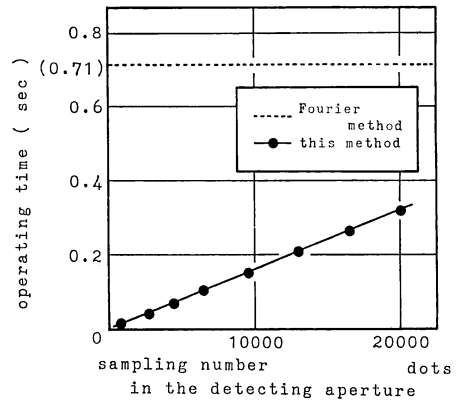


Fig. 6 The relationship between the operating time and the sampling number in the detecting aperture.

FACOM M-380 を使用した場合について) の比較を行なった結果が Fig. 6 である。検出開口内の標本密度の増大にともない演算時間が増加してゆくことがわかる。

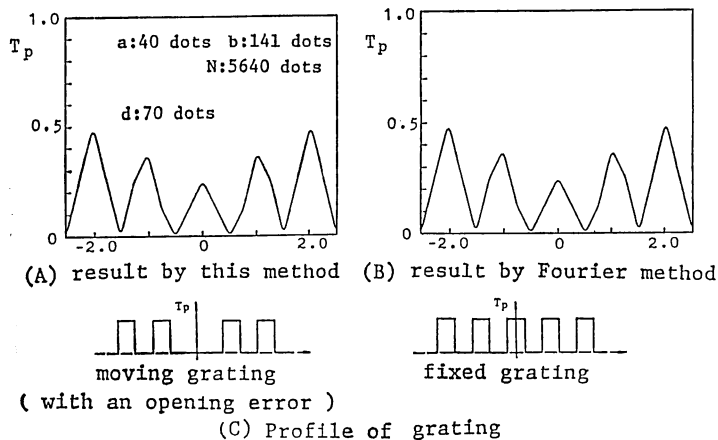


Fig. 7 An analysis of moiré profile by the grating with an opening error.

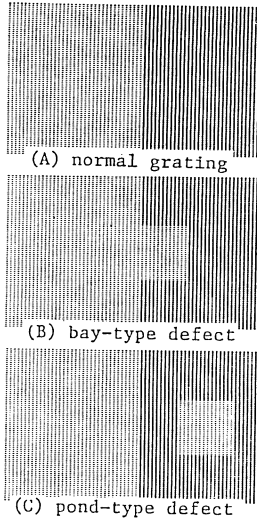


Fig. 8 The examples of the two-dimensional defects.

一方、フーリエ級数による解析では、標本密度に関係なく 15 項の演算を行なった場合、破線に示すように約 0.71s 必要であった。したがって、開口内ドット数 5,000 程度であれば 7 倍、3,000 程度ならば 10 倍のスピードで演算が行なえることがわかる。

このような特徴をもつ解析法により、前報にも示した移動格子が開口誤差をもつ場合のモアレ縞プロファイルの解析結果を Fig. 7 に示す。フーリエ級数による解析結

果に対して、何ら遜色のない演算が行なわれていることがわかる。この場合、約 7 倍のスピードで演算を行なうことができた。

2.3 格子が二次元的な誤差をもつ場合の解析

工学において使用される格子は、ピッチ誤差、開口誤差のような格子条に垂直な方向に発生する誤差と、格子製作時のダイヤモンドカッターの保持器の剛性等による格子条に平行な方向に発生するうねり、また、(問題となるかは別にして) メーカーが格子条に刻み込んだ自社 name 等の二次元的な誤差を持っている。このような二次元的な誤差を持つ格子によるモアレ縞プロファイルの解析を行なうことは従来不可能であり、本手法の特筆すべき利点であるといえる。したがって、次に、Fig. 8 に示すような二次元的な誤差を格子が持つ場合について検討する。

(A)に示す基本格子を固定格子とし、(B)に示すような欠損をもつ格子を移動格子とした場合のモアレ縞プロファイルの結果を Fig. 9 (A)に示す。解析結果は、同条件での実験結果によく一致している。同様に、Fig. 8 (C)に示す欠損をもつ格子を移動格子とした場合のモアレ縞プロファイルの結果を Fig. 9 (B)に示す。この場合も実験結果と解析結果とはよく一致していることがわかる。

以上の結果より、本手法は、二次元的な誤差をもつ格

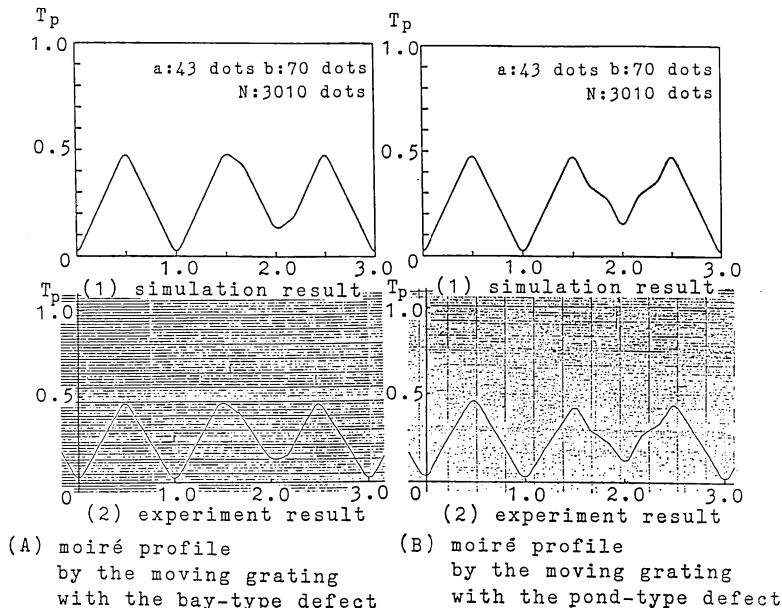


Fig. 9 The analysis of moiré profile by the gratings with the two-dimensional defects.

子に対しても有効な解析法であることがわかる。

### 3. 本手法のラジアル格子への適用

#### 3.1 適用原理

前節に示した手法をラジアル格子へ適用する場合には、Fig. 10 に示すような格子モデルを作成しなければならない。しかし、このようなモデルを計算機内部で作成し、回転させることは複雑な処理を必要とするものであり、たんに演算時間の増加をもたらすだけである。したがって、Fig. 11 に示す等角写像 ( $\omega = \log z$ ) による処理を考えた。この写像により、ラジアル格子は交差角

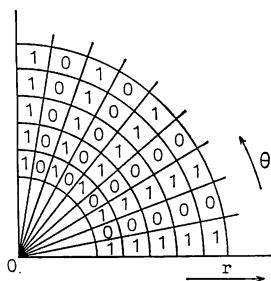


Fig. 10 A model of the radial grating in the sampling method.

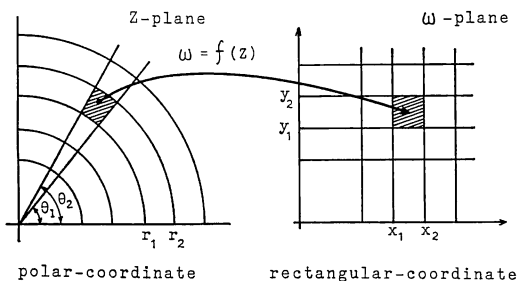


Fig. 11 The grating model in the conformal mapping.

が等しい条件で平行直線格子の場合と同じ処理により扱うことができた。この場合、検出開口は、Fig. 12 (A) に示すように、2枚のラジアル格子の中心に対して、開口をそれぞれ等角写像により Fig. 12 (B) に示すように求め、二つの写像された検出開口間において対応する点(斜線で示したような部分)での論理積を平行直線格子の場合と同様に求めることによりプロフィールを求めることができた。

#### 3.2 理想開口によるモアレ縞プロフィール

前報に示した平行直線格子とラジアル格子とのアナロジ<sup>2)</sup>において、平行直線格子によるモアレ縞の縞に平行な矩形開口に対応する検出開口として、Fig. 13 (A) に示すモアレ縞に沿った扇形状開口を理想開口と名付け、この開口により検出したモアレ縞プロフィールについて検討する。この場合、ラジアル格子によるモアレ縞プロフィールは、格子の中心間距離、測定位置によりさまざまに変化する。したがって、本稿では、一例としてピッチ 5 deg、開口比 0.5 の2枚のラジアル格子を Fig. 13 (A) に示すように、中心間距離 10mm に設定し、重ね合わせ、 $P_1(0, 35)$  点を基準位置として配置した場合の検出開口形状の変化によるモアレ縞プロフィールへの影響を調

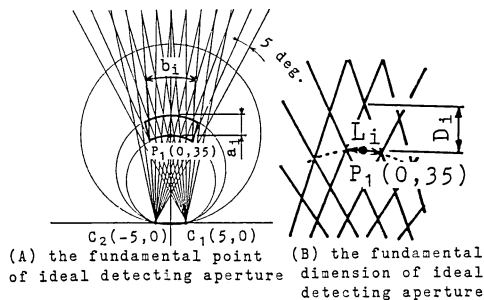


Fig. 13 An example of the ideal detecting aperture.

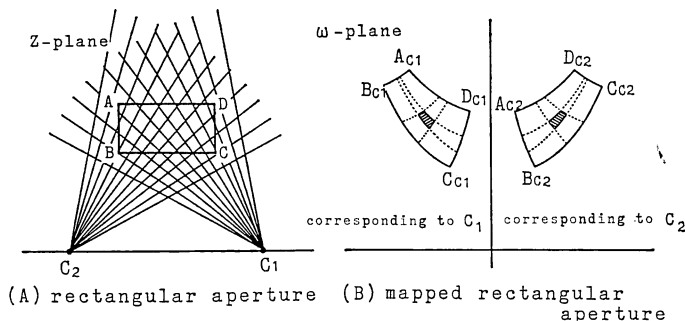


Fig. 12 The detecting aperture in the conformal mapping.

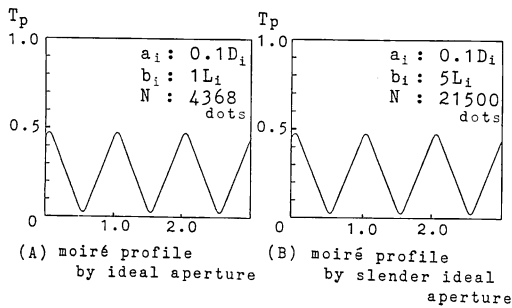


Fig. 14 The influence of length of ideal detecting aperture on moiré profile.

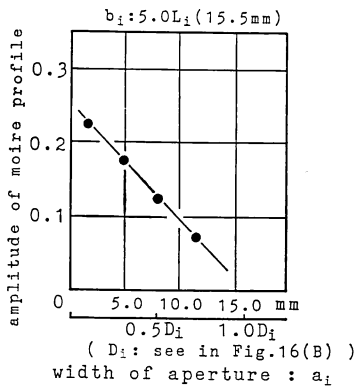


Fig. 15 The influence of width of ideal detecting aperture on the amplitude of moiré profile.

べた。この場合の開口の幅、長さに対する基準として、Fig. 13 (B)に示す長さ ( $D_i, L_i$ ) を定義し利用した。

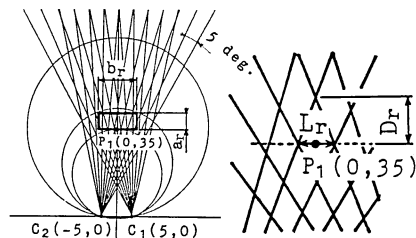
検出開口長さ  $b_i$  (モアレ縞に沿った弧の長さ) によるプロファイルの変化を示したものが Fig. 14 である。開口長さ  $b_i$  の変化による影響は認められない。開口幅  $a_i$  の変化では、平行直線格子によるモアレ縞の場合と同様に、開口幅の増大に伴いプロファイルの振幅の減少が Fig. 15 より確認できる。開口幅  $a_i$  がモアレ縞の1周期 ( $P_1$  点で  $D_i=15.7$  mm) となると、前報に示した平行直線格子の場合の議論とまったく同様に、開口を通過するモアレ成分は平均化され振幅はゼロとなる。一方、無限に細くすると、開口に平行なモアレ成分のみが検出され、プロファイルは三角波となり、横関によるプロファイル推定法<sup>8)</sup> から明らかにように振幅は 0.25 となることが確認できる。また、開口幅の変化に伴うプロファイル振幅の減少が直線的であることもわかる。

以上の結果より、平行直線格子によるモアレ縞プロフィールとラジアル格子によるモアレ縞プロフィールとが、そのモアレ縞に対して同じ意味をもつ開口を用意さえすれば、まったく同様に取り扱えることがわかった。

### 3.3 矩形開口によるモアレ縞プロフィール

エンコーダ設計において、前節に示したような複雑な形状の理想開口は取扱いが困難であると考えられるため、その代用としての矩形開口を考える。この場合にも、検出開口の設定位置、格子中心間距離等により検出されるモアレ縞プロフィールはさまざまに変化する。そのため、Fig. 13 に示したと同様の条件で、Fig. 16 (A) に示す矩形開口を設定し、検討した。また、開口の幅、長さに対する基準として Fig. 16 (B) に示す長さ ( $D_r, L_r$ ) を定義し利用した。

Fig. 17 に検出開口幅  $a_r$  の変化に対するモアレ縞プロフィールの振幅の変化を示す。開口幅  $a_r$  の増大に伴い、プロフィールの振幅は減少している。図より、理想開口のように直線的に減少しないこと、さらに、開口幅  $a_r$  をモアレ縞1周期に設定した場合でも振幅はゼロにならないことがわかる。これは開口がモアレ縞に沿っていないために、さまざまな成分が開口を通して検出される結果であると考えられる。同様に、検出開口長さ  $b_r$  の変化に対するモアレ縞プロフィールの振幅の変化を Fig. 18 に示す。従来の平行直線格子の解析結果、ま



(A) the fundamental point (B) the fundamental of rectangular detecting dimension of rectangular aperture

Fig. 16 An example of the rectangular detecting aperture.

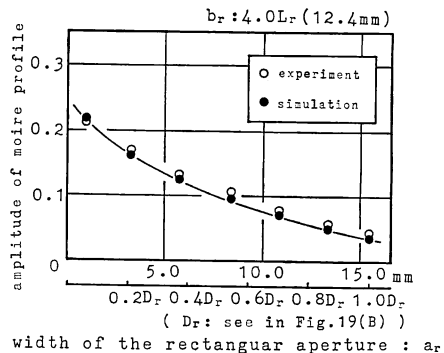
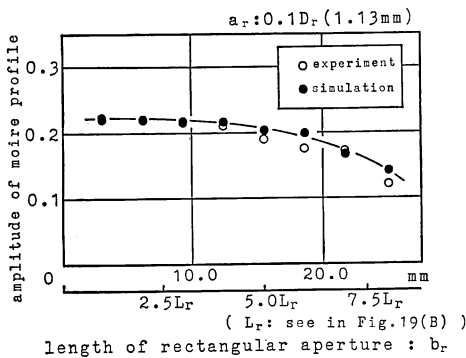
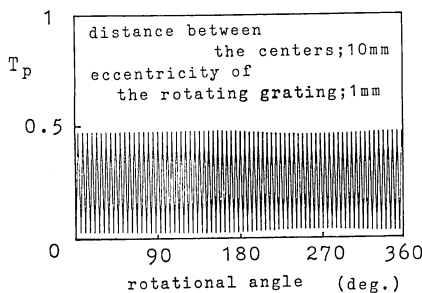


Fig. 17 The influence of width of rectangular detecting aperture on the amplitude of moiré profile.



**Fig. 18** The influence of length of rectangular detecting aperture on the amplitude of moiré profile.



**Fig. 19** The influence of eccentricity of the rotating grating on moiré profile.

た、理想開口では見られなかった長さ方向の変化に対して、開口長さ  $b_r$  が小さい場合には、振幅は従来同様にほとんど変化しないものの、ある長さ以上になると振幅は減少することがわかる。この規準となる長さとしてさまざまなものが考えられるが、基本的には発生するモアレ縞の曲率によるものであると考えられる。

また、**Fig. 16** に示す開口条件において、格子中心間距離 10 mm に対し 1 mm という大きな偏心量を与えた極端な結果ではあるが、エンコーダにおいて問題となる回転格子と回転シャフトとの偏心の解析<sup>9)</sup> が本手法によって可能であるかを **Fig. 19** に示す。厳密に観察することにより、偏心の影響によりプロファイルの振幅の変化とともにモアレ縞プロファイルの周期の変化が認められる。この結果は、たんに偏心の出力への影響のみならず、従来行なわれてきた検出開口を回転格子の円周上 180 deg に配置することによるこの現象の緩和法<sup>9)</sup> の意義についても検討できることを示すものである。したがって、本手法により、このようなエンコーダ製作にあたって問題となるさまざまな現象ならびにその緩和のための開口形状、配置等に対する設計指針を与えることができるもの

と考える。さらに、本稿では、エンコーダの設計、解析についてのみ触れたが、将来、エンコーダ製作時に、使用格子を TV カメラより直接計算機へデータパターンとして入力し、また開口位置、偏心状態を正確に測定し、計算機へ入力することにより、データバンクとして構築された本稿で示したような基礎データにもとづくパターン認識による最終的なエンコーダの微調整へのアドバンス、さらに品質管理も可能であると考えられる。

#### 4. おわりに

本稿では次のことを行ない明らかにした。

1) 格子標本化による新しいモアレ縞プロファイルの数値解析法を提案した。この解析法は自由に二次元的な格子の誤差を定義することができるものであり、また自由に検出開口を設定することのできる取扱いの簡単な解析法であることがわかった。

2) さらに、ラジアル格子によるモアレ縞の解析法を示し、結果として、ラジアル格子によるモアレ縞を理想開口により検出した場合には、従来の平行直線格子の場合とまったく同様の議論が成立するものの、矩形開口を用いた場合には異なった結果となることがわかった。

以上の結果より、本稿で示した手法が回転型エンコーダの格子、検出開口等の設計ならびに解析において有効なものであることがわかった。

最後に、研究を進めるにあたって熱心にご助言ならびにご指導くださった大阪大学工学部応用物理学学科横関俊介先生に心より感謝いたします。

#### 文 献

- 1) J. Guild: *The Interference System of Crossed Diffraction Gratings* (Oxford Clarendon Press, London, 1956) pp. 101-128.
- 2) 新井泰彦, 倉田忠雄: "誤差をもつ格子によるモアレ縞の解析法", 光学, 15 (1986) 137-142.
- 3) L. Wronkowski: "An analysis of the effect of diaphragm shape on the contrast of filtered moiré fringes," *Opt. Acta*, 30 (1983) 85-95.
- 4) S. Yokozeki: "Geometric parameters of moiré fringes," *Appl. Opt.*, 15 (1976) 2223-2227.
- 5) S. Yokozeki: "Moiré fringe profile prediction method and its application to fringe sharpening," *Appl. Opt.*, 17 (1978) 2541-2547.
- 6) A. Rosenfeld: *Digital Picture Processing* (Academic Press Inc., New York, 1976) pp. 2-6.
- 7) 新井泰彦, 倉田忠雄: "点対称格子によるモアレ縞のプロファイル推定ならびに鮮鋭化", 光学, 15 (1986) 31-34.
- 8) 横関俊介: "モアレ縞の鮮鋭化", 光学, 5 (1976) 125-131.
- 9) 沢辺雅二: 知りたい測定の自動化 (ジャパマンシニスト社, 東京, 1982) pp. 115-116.