



光力オスは応用可能か？*

池田 研介

京都大学基礎物理学研究所 〒606 京都市左京区北白川追分町

(1988年5月31日受理)

Is Optical Chaos Applicable?*

Kensuke IKEDA

Research Institute for Fundamental Physics, Kyoto University,
Kita-Shirakawa Oiwake-machi, Sakyo-ku, Kyoto 606

1. はじめに

カオスとは決定論的な運動法則（まったく外界から偶然的、確率的要因—雜音—が入る余地がない運動法則、たとえばニュートンの運動方程式）に従うシステムが示す不規則な運動のことである¹⁾。このような運動が発生するには運動規則が非線形でなければならない。

簡単で身近なカオスの例として実数の10進展開を挙げることができる。実数 ($0 \leq x < 1$ とする) が有理数でない限り10進法で展開した x の係数は、ランダムな系列 ($x = \sqrt{2} - 1$ ならば $4, 1, 4, 2, 1, 3, \dots$) をつくりだす。カオスの本質を示すために10進展開の意味を少し考えてみよう。10進展開とは、まず x を10倍し（くりあげ）、それから整理部分を展開係数としてぬきとり、さらに残差を10倍し…という操作を繰り返すことである。この操作を式で書けば、小数以下第 n 衡目の展開係数を a_n 残差 x_{n+1} とすると、 $x_{n+1} = 10x_n - [10x_n]$, $a_n = [10x_n]$ ($[x]$ は x の整数部分) なる漸化式で与えられるだろう。 n を時間とよめば上の漸化式は一つの運動規則を与えている。

いま初期条件（つまり展開したい x ）を x_0 としよう。 x_0 を与えれば上の規則によって次々と展開係数が定まる。しかし x_0 の入力に誤差が入ると、この誤差はくりあげ操作 ($n \rightarrow n+1$) を行なうたびに10倍されて指

数関数的に増幅され、ついにはまったく異なった展開係数をもたらすであろう。すなわちこのような運動形態では、十分な時間の経過後の状態が、初期条件で入った誤差に対して異常に敏感で不安定になっているのである。このような不安定性が存在すれば、仮に n ステップ目の状態 (x_n) が過去の m ステップ目の状態 (x_m) に近接したとしても、以後の発展 $x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+t}, \dots$ と $x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+t}, \dots$ の差 $|x_{m+t} - x_{n+t}|$ は指数関数的に分離し相関を喪失してしまう。周期的なふるまい（上の例では循環小数つまり有理数）は存在したとしても不安定でけっして物理的には実現しない。

非線形な決定論的規則で支配される系にカオティックな挙動が現われるときには必ずこのような機構が存在し、外から入ったマチガイの効果が指数関数的に増幅されて以後の運動状態を予知不能なものにしてしまう。天候の長期予報が原理的に不可能であるのは大気の運動がカオスであるからにはかならない。

レーザーは、外界から強いポンピングを受けている非線形系である。この事情を反映してレーザーの定常発振はしばしば不安定になり脈動的現象にみまわれる。実際レーザーの発振に成功した頃からすでに、乱雑なパルス状の発振が深刻な問題であったし²⁾、レーザー以前にメーザーでも安定な定常発振がしばしば不安定になることが知られていた。しかし、初期のころにレーザーの開発にたずさわった実験家にとっては、安定な定常発振をさせる技術を確立することが最大の課題であり、このような不安定性の本質的起源を探る余裕などなかったに違いない。しかしこの時代でも、不安定性の起源を外部環境

* 本稿は、国際光学賞 (ICO 賞) 受賞に関連して、筆者が第14回 ICO (国際光学委員会) 会議 (1988年8月24~28日、於: カナダ、ケベック市) で行なった講演 “Optical Chaos: Is it applicable?” を骨子としたものである。

からくるさまざまの偶然的要因に求めるのではなく、レーザー発振を記述する方程式、すなわちマックスウェル・ブロッホ方程式 (Maxwell-Bloch equations, MB と略す) そのもの“性（さが）”と考えていた人が少なからず存在した。

ヨーロッパの研究者らは、非平衡系の相転移や散逸構造の観点から MB 方程式系の時間的空間的振動現象の理論的研究を進めていた。1975年 Haken は、MB 方程式系の最も単純化されたモデルとして知られる 1 モード・レーザーレート方程式がカオス解をもつことで有名なローレンツ方程式（気象学者ローレンツが熱対流現象のモデルとして 1963 年に提唱した。）と同等であることを指摘した³⁾。しかし、すでにソ連の研究者らによって指摘されていたのだが、このモデルでは不安定化が起るポンピング強度の閾値（第二閾値という）はレーザー発振が起る閾値（第一閾値）よりはるかに大きく、このモデルのカオスが現実のレーザー系でみられる脈動現象とは直接関係がないことは明らかであった。

これとはまったく独立に、1971 年頃から、Casperson は彼自身が実験室で観測した気体レーザー (He-Xe レーザー) の不安定化現象の解析に執念をもやしていた。彼は独自の方法によって、レーザー媒質の共鳴周波数に不均一な拡がりがある気体レーザーでは、第二閾値がほとんど第一閾値にまで低下することをつきとめ、彼自身が観測した脈動現象をほぼ完璧に説明したのである⁴⁾。この仕事は、実験室で発振しているレーザーがおかれた現実的条件をふまえながら、しばしば観測されていた不安定化現象が MB 系そのものの“性（さが）”であることを示したという意味で画期的な意義をもっている。しかし彼の解析は不安定化に伴う周期運動にとどまり、残念ながらカオスにまでは到達できなかった。

カオスが現実的意味をもって登場したのは、レーザーではなく光双安定系であった。1979 年池田は MB 方程式系がある条件のもとで遅延微分方程式とよばれる比較的簡単な方程式に変換され、光双安定系ではその定常解が不安定化（分岐）を次々繰り返してカオスに遷移することを予測した⁵⁾。この予測はその後いくつかのグループによって実験的に確認され、カオス現象が物理学全体の注目を集めつつあった時期とも重なって、非線形光学の分野でカオスの研究が活発になる契機をつくった⁶⁾。Casperson が発見した不安定性もカオスを導くことが実験的に観測され、さらにその後色素レーザーや半導体レーザーでも次々とカオスが観測された⁷⁾。こうして過去に観測してきた非線形光学系の不安定現象の相当の部

分にカオスが関与していることが明らかになってきた⁸⁾。

カオスはたしかに複雑な挙動を示す制御の難しい現象である。できるだけ制御しやすく安定な装置をつくりたいという立場からすると、カオスは悪玉であり、カオスの理論はそれを除去すべく応用されなければならないということになるだろう。しかしあしばしば悪玉を裏からみるときわめて魅力的なパーソナリティを備えていることがあるように、逆の面からみるとカオスもきわめて魅力的な性質を備えているように思われる。

カオスが生成する時系列のパターンはきわめて多彩である。実際 10 進展開のダイナミクスでは一つの初期条件から出発したカオス軌道が 0 から 9 までの全整数を組み合わせてできるあらゆる符号列を生成しているのである。この面からみるとカオスは理想的な情報の荷い手であり生成源であるとみなすことができよう。カオスを導き出す運動法則がきわめて単純である（10 進展開をみよ！）ことを考えるならばカオスのもつ性質をうまく利用することによって、単純なデバイスによる複雑な情報処理が可能になるかもしれない。まだこのような考え方方はけっして市民権を得ていないし、またカオスがもつ可能性を完全に引き出した典型的な応用のスキームが提出されているわけでもないが、このアイデアは非常に魅力的である。

本論では筆者らがこれまでに行なってきた試みを中心にして、潜在的な応用の可能性をもつと思われる光カオスに關係した現象をいくつか紹介してみたい。ここで論じられる諸過程を実現するためには必ずしも光学系を舞台にとる必要はない。しかし将来、全光学的情報処理が荷うであろう重要な役割を考慮して、舞台を光学系にとった応用可能性が論じられる。なおここで紹介する話題は NTT 基礎研究所大塚建樹氏および ATR 光電波通信研究所 P. Davis 氏らとの共同研究におうところが多い。

2. 階層的な動的記憶—カオス直前の分岐構造

2.1 光双安定系の不安定化現象

図 1(a) に示すように非線形誘電媒質をはさまれた光学的共振器にレーザー光を入射すると透過光は双安定性（光双安定性 3.2 項参照）を示す⁶⁾。すでに述べたように、このような系は適当な条件の下で、入力強度 μ の増大とともに不安定化現象をおこし、出力光はカオス状態になる⁵⁾。この過程は入射光（周波数 ω_0 ）が非線形媒

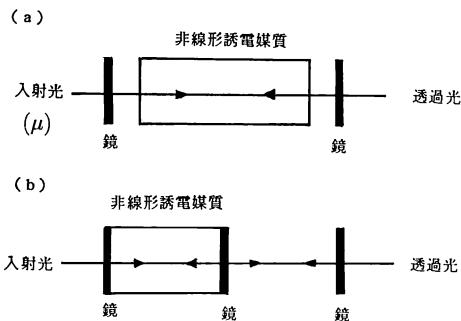


図1 光双安定素子
(b)は二重共振器型素子(3.節)

質内で四光子混合 $\omega_0 + \omega_0 \rightarrow \omega_+ + \omega_-$ により新しい光子を生みだし、しかも生成された光子対 ω_{\pm} が共振器と共に鳴することによってひきおこされる。共鳴条件のため $\omega_+ - \omega_- = 2\pi/t_R$ (t_R は光が共振器内を1周する時間) がみたされ、入力強度 μ がある閾値 μ_1 を越すと周波数 $\omega_+ - \omega_- = \pi/t_R$ すなわち周期 $2t_R$ の振動が output 波形に現われるわけである。

ところがこの不安定化現象は1回で終了しない。 μ がさらに増大してより大きい閾値 $\mu_2 (< \mu_3 \dots)$ を越すと、そのたびごとに周期が次々と倍加し $2^2 t_R, 2^3 t_R \dots$ なる周期の振動成分が現われる。そのたびに output 光の極大値と極小値は次々図2に示すように、2重に分裂してゆく。図2に模式的に示すように、たとえば周期 $4t_R$ のパターンは t_R を基本区間として t_R ごとに 00, 10, 01, 11 でコードされた値を周期的にめぐるものになる⁵⁾。この不安定現象一分岐現象とよばれる一はある値 $\mu = \mu_F$ で集積し、 $\mu > \mu_F$ では同期∞になって不規則な時間変動を示すカオス状態が出現する。

2.2 分岐の tree 構造

最初の分岐が発生した直後には、基本周期 π/t_R の解の他にその奇数高調波の解(周期 $\pi/3t_R, \pi/5t_R \dots$)もつくることができる。これらの解も $\mu_2, \mu_3 \dots$ を越すと次次周期が倍加しついでカオスに至るのだが、新しい分岐がおこるたびごとに一つの構造から異性体(isomer)とよばれる複数個の解が生成されるのである⁹⁾。その理由は次のとおりである。N倍高調波では、N個の壁によって基本区間がN個の小区間に分断される。各小区間は山または谷で占められているのだが、これら小区間のおののがまた基本区間のごとくふるまうため、小区間を占めた山(0)または谷(1)が分岐するたびに、分岐で生じた新しい状態(たとえば1なら10と11, 0ならば01と11)を山と谷に応じて振りわけることができる。その組合せの数だけの異なった構造が異性体

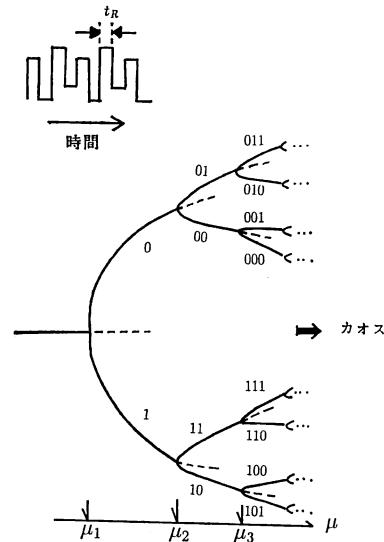


図2 分岐が進行するありさま
各分枝に対応する状態は分枝の2値コードを逆読みした順序(0 1 1 なら 1 1 0 = 6回目)で t_R ごとに現われる。挿入図は周期 $4t_R$ の解の概略的パターン。

として実現するわけである。たとえば3倍高調波では $\mu_2 < \mu < \mu_3$ で二つ、 $\mu_3 < \mu < \mu_4$ で計六つの異性体が生じ(図3) それぞれが異なった2値特性を示す。

明らかにこれらの異性体の形で継続的な情報を記憶することができる¹⁰⁾。図4に分岐の進行とともに、次次形成される異性体が枝別れしてゆく様子を模式的に示した。第一世代は高調波である。これらが分岐の世代を重ねるにつれて次々と数多くの異性体に枝別れしてゆく。すなわちこの構造はまさに、いわゆる tree 構造をなしているわけである。したがってこのような構造は階層構造をもつデータの記憶に適しているといえよう。

分岐の世代を M 、用いる高調波の次数を N とするとき、異性体の数は漸近的に $2^{N(M-1)}$ くらいである。したがって1素子当りの記憶容量は $N(M-1)$ ビットと評価できる。 N の上限は、媒質の緩和時間を τ として t_R/τ のオーダーである。これに対し M は原理的に ∞ までいけるはずだが、高い世代ほど同じクラスターに属する異性体をへだてている障壁が指数関数的に小さくなり、雑音によって異性体間の跳び移りがおこりやすくなるのでおのずと限界がある。

このようにカオスに至る直前の状態を使うと、もともと1ビット程度の記憶容量しかもたなかつた光双安定素子に、相当大容量の記憶が可能になることがわかる。この理由を一言でいえば、カオス直前ではその多彩なパタ

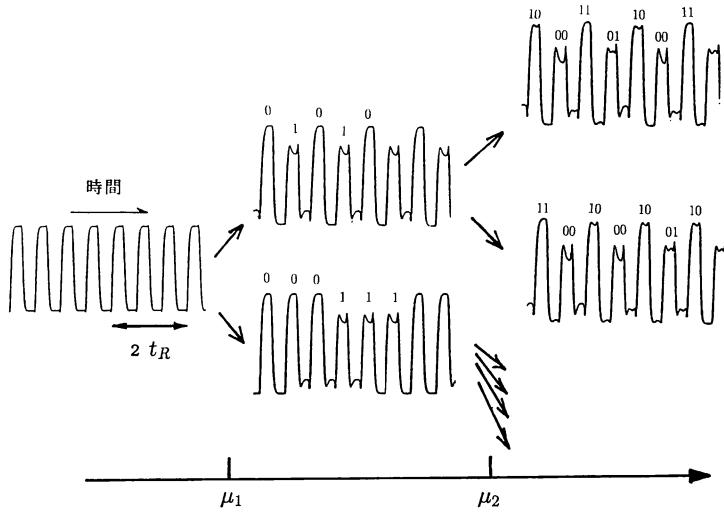


図 3 3 倍高調波解から逐次分岐で出現する異性体
図 2 のコードの上 1 桁目を略して記してある。

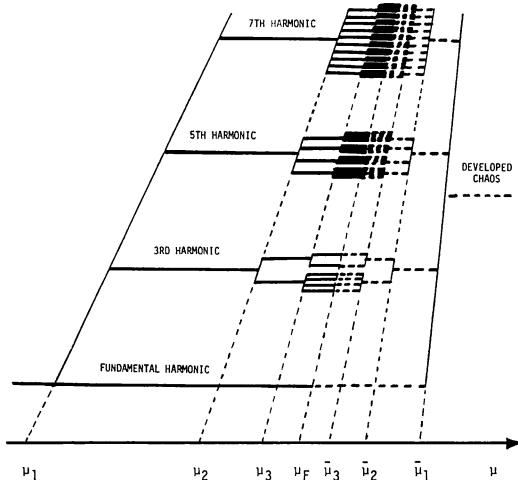


図 4 不安定化とともに逐次生成される異性体の系統樹 (tree) (文献 9) より)
——は周期解,はカオス解を表わす.

ーンを生成する“準備”がなされており、それが多様な異性体パターンの共存という形で顕在化していくからである。

2.3 表と裏からのアクセス

望むパターンの異性体にたどりつくためには tree を μ の小さい側からたどってゆく“表”からのアプローチが最も確実である。表からのアプローチを行なうには、 μ を分岐点を越して増大する直前に、そこで欲しいパターンと同じパターンで他の制御変数（たとえば線形屈折率）を基本区間内で変調して“種”をまけばよい。種をもとに望みのパターンが成長する¹⁰⁾。図 5 に、この方法

によって 3 倍高調波から tree をたどり、第三世代の異性体の一つに到達した例を示す。

さて $\mu > \mu_F$ で現われるカオス状態では、異性体の残骸が残っていて、それを次々とめぐるような運動がおきている。この過程は、過去のボンヤリした記憶（=異性体のパターン）が次々に想起されることは消えてゆく…とい

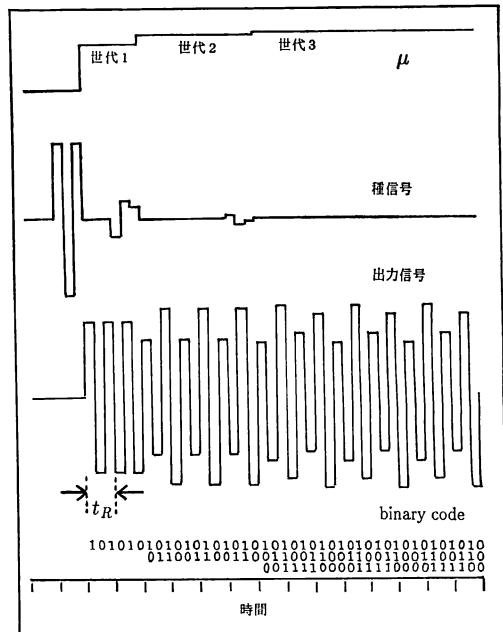


図 5 μ の変化と種信号による変調によって、実現したい異性体パターンに到達するシミュレーション

うような状態にたとえられよう。さてこの状態に、過去の記憶を想い出すようなキーワードを与えれば、それで特定される記憶を鮮明に回復できるだろうか？ すなわち、元の異性体を特徴づけるような量を入力することによって、特定したい異性体状態が完全に回復できるようなアルゴリズムが設定できるだろうか？ これがカオスティック・サーチ (chaotic search) の問題である。それが可能であるならば“表”から複雑なtree構造をたどって、求めるパターンに到達するよりはるかに容易に、望むパターンにアクセスできるはずである。これはいわば“裏”側からのアプローチといえよう。この考えに基づく試みもなされており、少なくとも第二世代の異性体に限るならば、サーチ可能であることがわかってきた¹¹⁾。もっともサーチには少し時間がかかることは否めない。

2.4 過敏な応答—カオス的発振モード選択

最後に少し奇妙な不安定化現象を紹介しておこう¹²⁾。

図1(b)に示したような二重の光学共振器で構成された光双安定系を考える。2.1項で論じたように、この系でおこる不安定化現象によって、発振に与える光子対周波数の差 $\omega_+ - \omega_-$ は二つの共振器に同時に共鳴しなければならない。しかし同時共鳴がおこるためには、二つの共振器内の光路長の比 χ は有理数でなければならない。なぜなら共鳴条件をみたすには、二つの光路長が共に発振波長の整数倍であることが要求されるからである。当然のことながら χ は一般に無理数ゆえ、いかなるモードも同時共鳴条件をみたせず“欲求不満（フラストレーション）”に陥ってしまう。このような状況下では、ごくわずかの χ の変化によって発振周波数 Ω が過敏に変化を示す図6のような発振特性が現われる。厳密な解析によって、このような現象は χ から Ω を決定する規則そのものがカオスを含んでいるためであることが証明できる¹²⁾。この性質を逆手にとると、ごくわずかな制御パラメータの変化によって鋭敏なモード間スイッチ動作

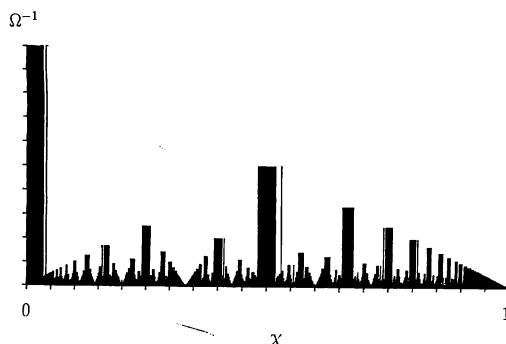


図 6 非線形二重共振器の発振特性

が可能なデバイスを構成できるかもしれない。なお、この現象は半導体レーザーで問題になっている「戻り光雜音」の現象¹³⁾に類似した性格をもっている。

3. 空間カオスとドミノ・ダイナミクス

3.1 協同的記憶機能

カオスは多彩な時系列パターンをつくりだす。10進展開のダイナミクスを例にとると t ステップの間につくりだされるパターン数は 10^t ゆえ 1ステップ当たりのパターンの数の指數増大率、つまり情報論的エントロピーは $\log_2 10$ ビットで与えられる。このように多彩なカオスパターンを情報の記憶媒体として使えないだろうか？ しかし多彩なパターンを生成する能力は、同一のパターンを再現する能力の欠如を意味している。多彩さと不安定さは表裏一体の関係なのである。しかし、もしカオスパターンを時間的なパターンとしてではなく、空間的なパターンとして凍結することができれば、それらは記憶機能をもち、しかも新しい性質をそなえているかもしれない。

今、たとえば非線形媒質中を透過する電磁場を考えてみよう。非線形性が全て誘電定数の形でとりこめるならば、電磁場 $\mathbf{E}(t, z)$ の運動は $\hat{\mathbf{O}}(\partial/\partial t, \partial/\partial z, \mathbf{E}(t, z))\mathbf{E}(t, z) = \mathbf{0}$ なる Maxwell 方程式で表わせるだろう。ここに t, z はそれぞれ時間と伝播方向を表わす空間座標で $\hat{\mathbf{O}}$ は $\partial/\partial t, \partial/\partial z$ および $\mathbf{E}(t, z)$ を含む演算子である。さて、定常解 $\mathbf{E}(t, z) = \mathbf{E}_s(z)$ を考えてみよう。 $\mathbf{E}_s(z)$ は $\hat{\mathbf{O}}(0, \partial/\partial z, \mathbf{E}_s)\mathbf{E}_s = \mathbf{0}$ なる非線形常微分方程式の解として与えられる。これは定常状態の空間配置を決定する非線形な規則である。したがってこの解が空間的なカオスであっても不思議はない。実際、湯本と大塚は非等方的 χ ⁽³⁾

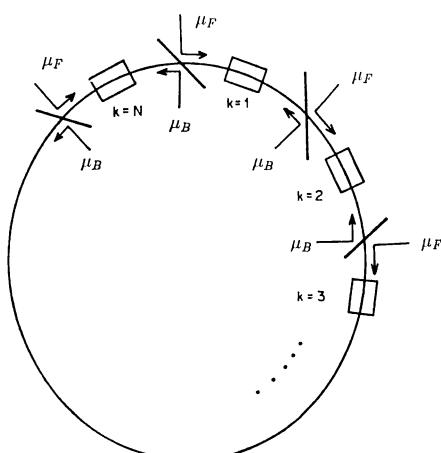


図 7 環状に結合された非線形共振器系

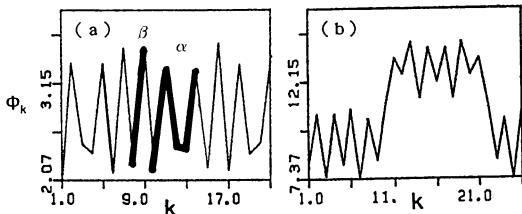


図 8 双方向結合系で実現される空間カオスパターンの例
(a) イントラヘテロ型, 太く塗った部分が α および β の構造. (b) インターヘテロ型.

場中の電場の分極が空間カオスになりえることを示した¹⁴⁾. その後空間カオスの存在可能性はいくつかの光学系で論じられている. もし空間カオスが時間的に安定ならば、これらの系は記憶素子の機能をもつ.

ある種の平衡系では空間カオスが安定であることが知られている. しかし非線形光学系のような非平衡系では空間カオスの安定性は全く保証されないのである. 非線形光学系における空間カオスの安定性と機能を研究するために、大塚と池田は、図 7 に示すような環状に配列された非線形誘電媒質からなる素子を提案した¹⁵⁾. 非線形誘電媒質からなるセルは、両端におかれた半透明鏡を通して導入される互いに逆方向に伝播する光ビーム（強度 μ_F , μ_B ）によって結合している. 各セルの状態はビームが媒質を透過してかせぐ位相 ϕ_k (k はセル番号) で指定され、 ϕ_k の空間パターンが問題になる. 応用的見地からすると、このモデルが優れているとはいいくらいが、空間カオスの動力学安定性や機能を理論的に研究するうえではこのモデルはきわめて有用である.

光ビームによる結合が存在しなければ、各セルは全く記憶機能をもたない. ところが入力強度がある臨界値を越すと空間的カオス解が出現する. とくに双方向結合 $\mu_F = \mu_B (= \mu$ とおく) の場合には μ の広い範囲にわた

ってカオス解が安定化され、きわめて多彩なカオスパターンが得られる. 最も簡単な空間カオス解の族は図 8 (a) 中に示した α なる構造と β なる構造の任意の組合せからなる構造で、それらによる記憶容量は 1 セル当たり 2/7 ビットになる. これとは異なる族も存在する（図 8 (b)). 望むパターンを実現したければ各セルへの入力ビーム強度 μ_{Fk} あるいは各セルの線形屈折率 ϕ_{0k} を、実現したいパターンに従って変調してやればよい. この系の記憶機能の一つの特徴は、一つのパターン ($\alpha\beta\beta\alpha\beta\alpha$ — 図 1 (a)) から他のパターン ($\beta\alpha\alpha\beta\alpha\beta$ 等) への書換えが、 ϕ_{0k} (あるいは μ_{Fk}) のごくわずかなパターン変調によって容易に実現できることであろう. したがって、この系の空間カオスは、“柔軟”な記憶媒体であるといえるだろう. その理由は、記憶をなう機能が各セルにあるのではなく、各セルの相互作用によっていわば協同的に形成された構造によってなわれているためである.

3.2 協同的スイッチ機能

3.1 項で論じた結合セル系を单方向結合系 ($\mu_B=0$) として動作させると、空間カオスは不安定になってしまう. しかしこの場合にでも系の動的性質を利用すると少し面白い機能がひきだせる^{15, 16)}.

$\mu (= \mu_F)$ が十分小さいなら、この系は光双安定系として動作させることができる. よく知られているように通常の光双安定系では図 9 (a) に示すように入力 μ を μ_s にバイアスし、強度 $\mu_+ - \mu_s$ 以上の正の変調パルスを印加することによって非透過状態 (Oと略記) から透過状態 (Tと略記) へスイッチさせることができる. 逆に強度 $\mu_s - \mu_-$ 以上の負の変調パルスを印加すれば逆向きのスイッチ動作 (T → O) が可能になる. しかし現在のところ、負の光パルスを全光学的過程によって生成することはそれほど容易ではない. ところが单方向結合系を用い

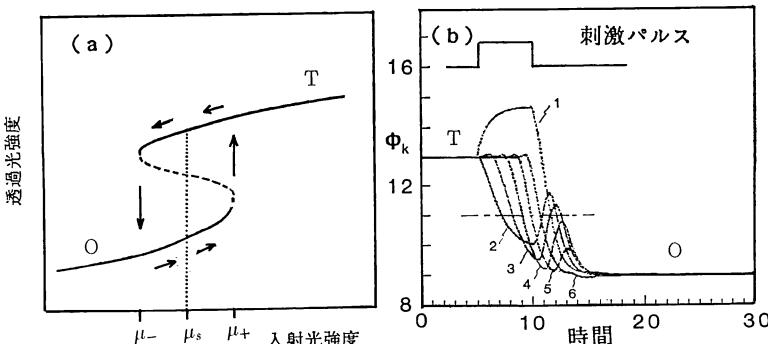


図 9 (a) 通常の光双安定素子のスイッチ動作, (b) 单方向結合系で実現されたドミノ的スイッチ動作.

ると、一つのセルを正の変調パルスで刺激するだけでオン、オフのスイッチ動作が可能になるのである。

系がO状態にあったとしよう。これをTへとスイッチするには一つのセルを正の変調パルスで刺激すればよい。これはふつうの双安定系と本質的に同じである。ところがTからOへとスイッチするためには、再び正の変調パルスで一つのセルを刺激すればよいのである。このような動作は单一の双安定系ではとても実現できそうにない。この現象を完全に理解するためには、多少力学系の考え方が必要なので、詳しい説明は原論文にゆずる。しかし本質は簡単で、一つのセルへの刺激が隣のセルには逆の刺激に「誤解」され、その情報が結合方向に伝播して将棋倒しのように全てのセルがO状態に“落ちて”しまうためである(図9(b))。われわれはこのような動的挙動をドミノ(将棋倒し)・ダイナミクスとよんでいる。

ドミノ・ダイナミクスを利用すると、オン・オフのスイッチ動作を交互に繰り返すマルチ・バイブレータとしての機能も実現できる。また、2個のセルからなる系で全ての基本論理演算(AND, NAND, OR, NOR)が可能な四端子素子を構成することもできる¹⁷⁾。

4. おわりに

本稿ではカオスが絡む現象の応用可能性について論じた。分岐現象の応用可能性についてはすでに幾人かの著者によって論じられている。たとえば分岐現象による信号増幅¹⁸⁾や、空間分岐の非相反性を利用して情報処理等¹⁹⁾が論じられているが、カオスそのものの応用可能性という観点からは少し外れているように思えたので本稿ではあえて割愛した。関心のある読者はぜひ原論文を参照していただきたい。

本稿で取り上げたいいくつかの試みは、カオスの最も自然な個性を取り出したものとはまだともいいがたい。カオスはわれわれが知っているなかで最も複雑な情報処理を行なっているダイナミクスにみえる。Nicolisが指摘しているように、この過程は“脳”が実行している自然な情報処理過程に関連があるかもしれない²⁰⁾。しかし、インプットを入れるとアウトプットが“確実に”得られる制御可能なデバイスとしてカオスの機能を使おうとした途端、カオスのもつ豊かな可能性の多くを切り捨てざるを得なくなってしまう。これは、カオスそのものが近代的な意味での“制御”という概念を越えた性質をもつためであろう。

カオスの応用という観点から示唆的な例の一つに楽器

があげられるのではないかだろうか？楽器たとえばフルートのような金管楽器は、ある意味で不安定につくられている²¹⁾。すなわち吹き方の微妙な変化によって音色の幅が相当大きく変動するようにつくられている。この不安定性のお陰で、系に内在する表現容量が増大し、演奏者や曲想に応じたきわめて多彩な表現が可能になると考えられる。人間はこのように不安定なデバイスとほとんど一体化した安定化装置である。このように考えると、カオスのように不安定な現象は、制御するヒトと制御されるモノがくっきりと分離できないような系、換言するならインターフェイスが画然としない系に用いられたときに、その本領が発揮できるのかもしれない。

カオスは単純な規則が生成するきわめて複雑なダイナミクスである。この性質は単純なデバイスによる複雑な情報処理の可能性を示唆している。カオスの本性はきわめて多面的である。応用可能性という色メガネでとらえることによってカオス現象全般に対する基礎的理解がより深まることを期待したい。

最後に本稿を準備するにあたって有益な討論をしていただいた P. Davis, 大塚建樹, 奈良重俊各氏に感謝します。

文 献

- 1) カオスに関する入門書として, P. Berge, Y. Pomeau and C. Vidal: *Order within Chaos* (Wiley & Sons, New York, 1984). 和書の解説としてたとえば、池田研介, 高橋陽一郎：“カオスの物理と数理”，物理学の最先端常識，後藤憲一，ほか編（共立出版，東京，1988）pp. 58-82.
- 2) V. Etuhov and J. K. Neeland: “Pulsed ruby lasers,” *Lasers*, ed. A. K. Levine (Marcel Dekker, New York, 1966) chap. 1.
- 3) H. Haken: “Analogy in higher instabilities in fluids and lasers,” *Phys. Lett. A*, **53** (1975) 77-78.
- 4) L. W. Casperson: “Spontaneous coherent pulsations in laser oscillators,” *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-14** (1978) 756-761; L. W. Casperson: “Spontaneous coherent pulsation in ring-laser oscillators,” *J. Opt. Soc. Am. B*, **1** (1985) 62-80.
- 5) K. Ikeda: “Multiple-valued stationary states and its instability of the transmitted light by a ring cavity system,” *Opt. Commun.*, **30** (1979) 257; K. Ikeda, H. Daido and O. Akimoto: “Optical turbulence: Chaotic behavior of transmitted light from a ring cavity,” *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 709-712.
- 6) H. M. Gibbs: *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, New York, 1985).
- 7) Laser instabilityについては、*Instability in Active Optical Media*, ed. N. B. Abraham, et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, **2** (1985), あるいは *Optical Instabilities*, ed. R. W. Boyd, et al. (Cambridge Univ. Press, London, 1985) 中の文献が参考になる。
- 8) 光カオスの概説、池田研介：“光カオス”，新版レーザー

- ハンドブック、稻場文男、ほか編（朝倉書店、近日出版予定）；池田研介、大塚建樹、佐々木敬介：“半導体レーザとカオス”，光通信理論とその応用、光通信理論研究会編（森北出版、東京、1988）7章。
- 9) K. Ikeda: "Chaos and optical bistability: Bifurcation structure," *Coherence and Quantum Optics V*, ed. L. Mandel and E. Wolf (Plenum, 1984) 875-882.
 - 10) P. Davis and K. Ikeda: "Bifurcation and dynamical memory," to appear in Phys. Rev. A
 - 11) P. Davis: "Chaotic switch in a delayed-feedback model," submitted to Phys. Rev. Lett.
 - 12) K. Ikeda and M. Mizuno: "Frustrated instabilities in nonlinear optical resonators," Phys. Rev. Lett., **53** (1984) 1340-1344; M. Mizuno and K. Ikeda: "An unstable mode selection rule: Frustrated optical instability due to competing boundary conditions," submitted to Phys. D.
 - 13) R. Lang and K. Kobayashi: "External optical feedback effect on semiconductor injection laser properties," IEEE J. Quantum Electron., **QE-16** (1980) 347-351.
 - 14) J. Yumoto and K. Otsuka: "Frustrated optical instability: Self-induced periodic and chaotic spatial distribution of polarization in nonlinear optical media," Phys. Rev. Lett., **45** (1985) 1806-1809.
 - 15) K. Otsuka and K. Ikeda: "Self-induced spatial dis-
 - order in a nonlinear optical system," Phys. Rev. Lett., **59** (1987) 194-197; "Cooperative dynamics and functions in a collective nonlinear optical element system," submitted to Phys. Rev. A.
 - 16) K. Otsuka and K. Ikeda: "Hierarchical multistability and cooperative flip-flop operation in a bistable system with distributed nonlinear elements," Opt. Lett., **12** (1987) 599-601; 大塚建樹：特公昭 62-29858.
 - 17) K. Otsuka: "Pitchfork bifurcation and all-optical digital signal processing with a coupled element bistable system," submitted to Opt. Lett.
 - 18) K. Wiedenfeld and B. McNamara: "Period doubling systems as small signal amplifier," Phys. Rev. Lett., **55** (1985) 13-15.
 - 19) K. A. Shore: "Static and dynamic bifurcations in semiconductor lasers for device applications," Opt. Quantum Electron., **19** (1987) S 113-119.
 - 20) J. S. Nicolis: "Chaotic dynamics applied to information processing," Rep. Prog. Phys., **49** (1986) 1109-1196.
 - 21) 金管楽器は、2. 節で論じた不安定現象を導くダイナミクスにきわめて類似したダイナミクスに従う。たとえば、M.E. McIntyre, R.T. Schumacher and J. Woodhouse: "On the oscillation of musical instruments," J. Acoust. Soc. Am., **74** (1983) 1325.