



## Moiré deflectometry と CT 法を用いた 三次元屈折率分布測定法

新井 泰彦・倉田 忠雄

関西大学工学部機械工学科 〒564 吹田市山手町 3-3-35

(1988年5月20日受理)

### 3-D Refractive Index Distribution Measuring Method Using Moiré Deflectometry and Computed Tomography Method

Yasuhiko ARAI and Tadao KURATA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kansai University,  
3-3-35, Yamate-cho, Suita 564

A 3-D refractive-index-distribution measuring method based on moiré deflectometry, fringe scanning interferometry, scanning moiré, and computed-tomography methods is proposed. In cases where the refractive phenomenon of light ray is applied to computed-tomography method, some problems prevent the reconstruction of 3-D refractive-index-distribution. In this paper, the problem of vector field in computed-tomography algorithms is discussed by using the computer simulation. The result shows that the proposed method can reconstruct the refractive-index-distribution with high accuracy for the nonaxially symmetrical refractive-index-distribution. Furthermore, the refractive-index-distribution in carbon dioxide vortex ring is demonstrated as an application of flow visualization.

#### 1. 緒 言

透明物体や透明な流体の屈折率分布を測定することは、それらの内部の状態を知るうえで重要な手段である。また、このような光学的測定は、測定対象に影響を与えない点においても、優れた測定法であると考えられる<sup>1)</sup>。

前報<sup>2)</sup>では、シャドウグラフ装置<sup>1)</sup>と格子を用いた moiré deflectometry<sup>3)</sup>と呼ばれる手法に、縞走査干渉計<sup>4,5)</sup>ならびに走査モアレ法の手法<sup>6,7)</sup>を導入した取扱いが容易な、かつ高精度な二次元屈折率分布測定法を提案した。しかし、この新しく提案した測定法では、二次元屈折率分布測定は可能であるものの、流れの可視化等において、しばしば問題となる三次元屈折率分布の測定は不可能である。この問題に対して、本報では、上記の moiré deflectometry の手法を用いた二次元屈折率分布測定法<sup>3)</sup>に、CT (computed tomography) 法<sup>8)</sup>の技術を取り入れることによる、取扱いが簡単な三次元屈折率

分布測定法の開発を行なっている。この測定法開発にあたってのモデルケースとして、流れの可視化実験の被測定物として用いられる炭酸ガスボルテックスリング<sup>9)</sup>内の屈折率分布測定を想定し、moiré deflectometry に CT 法を導入するにあたっての問題点ならびにその解決法について述べ、さらに、新しく提案した測定法の精度等について検討を加えている。

実験結果より、本報で提案した手法が、流れの可視化分野において、有効な測定法であることを示している。

#### 2. CT 法導入にあたっての問題点

前報<sup>2)</sup>に示した測定原理に従えば、Fig. 1 に示す実験装置によって、測定領域内に設置された被測定物体の任意の一方方向に対する総屈折角データを採取することができる。本報では、この総屈折角データを円周方向  $\pi$  rad にわたって測定し、CT 法により、三次元屈折率分布を求めることを目的としている。このような総屈折角

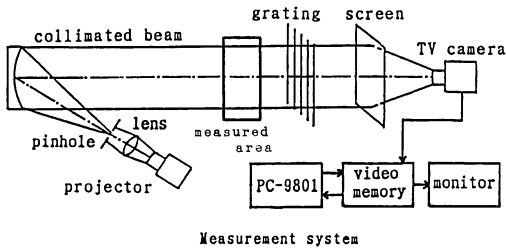


Fig. 1 Experimental apparatus.

データより、三次元屈折率分布を演算する処理として、アーベル変換を用いた手法がよく知られている<sup>10,11)</sup>。しかし、アーベル変換を用いた手法では、被測定物体が軸対称である必要があり、より一般性を求めて、本報では、CT法による処理を行なうことにした。さらに、CT法もさまざまな手法<sup>12)</sup>が報告されている。本報では、演算処理を容易に行なうことのできる重畳積分法<sup>1,8,12)</sup>を採用することにした。

重畳積分法は、スカラー場をもつ空間内の関数  $\mu(x, y)$  を再構成するために、Fig. 2 に示すように、各方向から被測定物体の投影データ  $P(X, \phi)$  を測定し、さらに、Shepp と Logan により提案された重み関数  $h(X)$  を用いて、

$$\mu(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(X', \phi) \cdot h(X - X') dX' d\phi \quad (1)$$

に従って、 $\mu(x, y)$  を再構成する手法である<sup>1,8,12)</sup>。ただし、投影データ  $P(X, \phi)$  は、(2)式によって表わすことができる。

$$P(X, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) dy \quad (2)$$

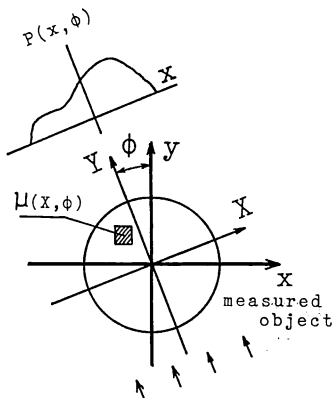


Fig. 2 Principal of computed tomography method.

ところが、光による屈折データを、この CT 法に適用するためには、次に示すいくつかの問題がある。

2.1 ベクトル場の問題

密度が  $x$  方向に増大する Fig. 3 の状態を考える。Moiré deflectometry の原理に従えば、光が  $y$  軸に平行に投影されると、屈折率の変化により、光は  $\theta_x$  だけ偏向される。この光の屈折現象は、(3)式として表わすことができる<sup>1,3)</sup>。

$$\theta_x = \int_0^d \frac{1}{n_a} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dy \quad (3)$$

ここで、(2)式と(3)式を比較すると、

$$P(X, \phi) \triangleq \theta_x, \quad \mu(x, y) \triangleq \frac{1}{n_a} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \quad (4)$$

と定義すれば、(2)式と(3)式は同一の式であると考えられ、さらに、(1)式によって、屈折率の三次元分布の再構成が可能であると考えられる。

ところが、(2)式の  $\mu(x, y)$  はスカラー場をもつ空間の関数であるのに対して、(3)式の  $(1/n_a) \cdot (\partial n / \partial x)$  は、方向と値をもつベクトルであることに注意しなければならない。この問題は、次の現象によって容易に説明することができる。

Fig. 4 に示すような固定座標系  $x-y$  に対して、 $\phi$  だけ回転した座標系  $X-Y$  で、投影データを採取する場合を考える。

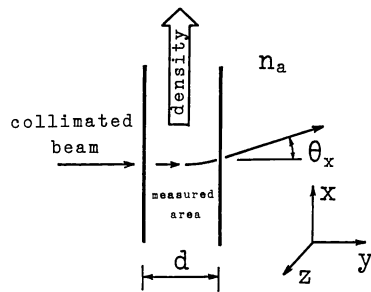


Fig. 3 Principal of refraction.

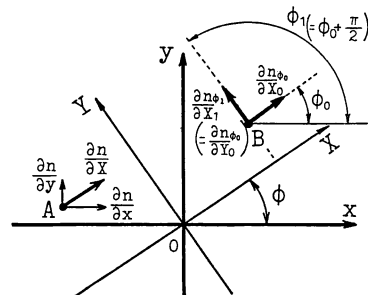


Fig. 4 Coordinate transformation.

A点において、 $x$ - $y$ 座標系での投影データは、(3)式が示すように $x$ 軸方向の屈折率の変化率 $\partial n/\partial x$ に依存する。一方、 $X$ - $Y$ 座標系での投影データは、 $X$ 軸方向の屈折率の変化率 $\partial n/\partial X$ に依存している。すなわち、回転した新しい座標系において採取された投影データは、それぞれ異なった方向に対する値に依存している。したがって、光の屈折角と屈折率との間に(4)式を定義するだけでは、(1)式に示した重畳積分法を利用することはできない。この問題に対して、次の処理を提案する。

$X$ - $Y$ 座標系の $X$ 軸方向の屈折率の変化率 $\partial n/\partial X$ を成分とするベクトルを、 $x$ - $y$ 座標系におけるベクトル成分に分解し、固定座標系の $x$ 方向成分( $x$ 方向に限らず、任意の一方方向成分でよい)のみについて演算を行なうと、同一方向成分に対するCT法の処理が可能となり、ベクトル場の問題は解決されるものと考えた。

$X$ - $Y$ 座標系の屈折率の勾配ベクトルを(5)式とすると、

$$i_{\phi} \frac{\partial n}{\partial X} + j_{\phi} \frac{\partial n}{\partial Y} \quad (5)$$

ただし、 $i_{\phi}$ 、 $j_{\phi}$ は、 $X$ 、 $Y$ 方向の単位ベクトルである。

(5)式の勾配ベクトルは、 $x$ - $y$ 座標系では、座標系の回転角 $\phi$ に対する座標変換により、

$$i_0 \left( \cos \phi \frac{\partial n}{\partial X} - \sin \phi \frac{\partial n}{\partial Y} \right) + j_0 \left( \sin \phi \frac{\partial n}{\partial X} + \cos \phi \frac{\partial n}{\partial Y} \right) \quad (6)$$

ただし、 $i_0$ 、 $j_0$ は $x$ 、 $y$ 方向の単位ベクトルである。と書き表わすことができる。

ここで、 $X$ - $Y$ 座標系で得られる投影データは、回転に伴う $X$ 軸方向の成分 $\partial n/\partial X$ にのみ依存するものである。そこで、このベクトルの値を(7)式に基づき $x$ 方向に変換した値を考える。

$$\frac{\partial n}{\partial x} \triangleq \cos \phi \frac{\partial n}{\partial X} \quad (7)$$

この変換を行なうと、たとえば、Fig. 4B点において、 $\phi = \phi_0$ では、

$$\frac{\partial n}{\partial x} \triangleq \cos \phi_0 \frac{\partial n_{\phi_0}}{\partial X_0} \quad (8)$$

となり、 $\phi = \phi_1 (= \phi_0 + \pi/2)$ では、

$$\frac{\partial n}{\partial x} \triangleq \cos \left( \phi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \frac{\partial n_{\phi_1}}{\partial X_1} = -\sin \phi_0 \frac{\partial n_{\phi_0}}{\partial Y_0} \quad (9)$$

となる。したがって、0 rad から  $\pi$  rad までの各方向データを加えあわせると、 $\phi = \pi/2$  rad を境界として、 $\partial n/\partial X$ 、 $\partial n/\partial Y$  の方向の意味が  $x$ - $y$  座標に対して変化

するため、回転角 $\phi$ に対して、(6)式の $x$ 方向成分 $\cos \phi (\partial n/\partial X) - \sin \phi (\partial n/\partial Y)$ を加算した結果が求められる。したがって、(1)式に対して、投影データ $\theta(X, \phi)$ と固定座標系 $x$ 軸方向の屈折率の変化率 $\partial n/\partial x$ の重畳積分法における関係は、新しい座標系の回転角 $\phi$ を考慮して、(10)式によって表わすことができる。

$$\frac{1}{n_a} \frac{\partial n(x, y_0)}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(X', \phi) \times \cos \phi \cdot h(X-X') dX' d\phi \quad (10)$$

さらに、(10)式で再構成した $\partial n(x, y_0)/\partial x$ を $x$ 軸方向に積分すると、屈折率分布 $n(x, y_0)$ を求めることができる。

$$n(\xi, y_0) = \int_0^{\xi} \frac{\partial n(x, y_0)}{\partial x} dx \quad (11)$$

## 2.2 光の直進条件に対する問題

光による屈折データに、重畳積分法を用いる場合の第2の問題として、光の直進条件があげられる。重畳積分法における投影データは、直進する放射線等によって測定されたものでなければならない。しかし、光を用いた本手法の場合には、光が直進しない屈折現象によって求める屈折角を投影データとしなければならない矛盾がある。この問題は、光路を逐時計算し、その光路に従った補正を行なうことのできる手法を考えない限り解決されない<sup>13)</sup>。したがって、本報では、この問題が測定結果にどのように影響するかを検討し、取り扱う被測定物体が、この影響を無視することができる範囲にあることをシミュレーションを通して明らかにすることによって、この問題を回避することにした。

## 3. 結果と検討

本手法の正当性を検討するために、まずはじめに、シミュレーションを行なった。シミュレーションでは、Fig. 5に示すモデルに従い、屈折率が $n_a = 1.0002$ 、 $n_1 = 1.0003$ と変化する円筒物体を想定し、この物体の屈折率分布の再構成を方向数(投影データ数)を100として行なった。結果をFig. 6に示す。任意の方向からの総屈折角 $\theta(X, \phi)$ は、光線追跡によって(a)として求めることができる。この $\theta(X, \phi)$ により、屈折率の変化率

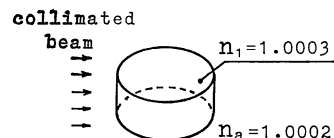


Fig. 5 Simulational model.

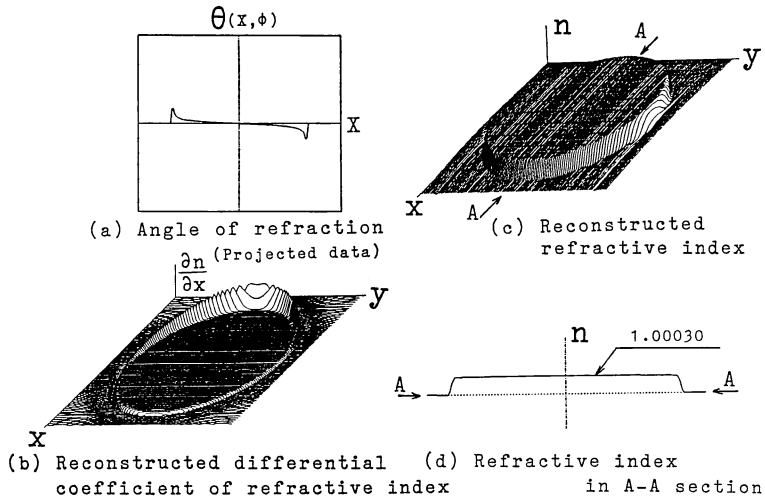


Fig. 6 Simulation results.

分布, 屈折率分布を再構成したものをそれぞれ, (b), (c)に, また, (c)の A-A 部の屈折率を(d)に示す. 再構成されたモデルの屈折率は,  $n_1^* = 1.00030$  であり,  $10^{-5}$  程度の精度が認められる.

Fig. 7 に円形をした屈折率分布の中心  $C_1, C_2$  が一致していない二重構造をもった軸対称でないモデルに対する結果を示す. この場合にも, 屈折率分布が再構成されていることがわかる. このように, 本手法は, 軸対称でない被測定物体の再構成も可能であることがわかる.

実際の応用例として, 流れの可視化実験の被測定物体

に用いられている炭酸ガスボルテックスリング<sup>9)</sup>の屈折率分布測定を行なった.

実験装置は, Fig. 1 の測定領域内にボルテックスリング発生装置<sup>9)</sup>を取り付けたものである. また, 総屈折角は, 前報に示した走査モアレ法を用いた moiré deflectometry の原理により求めた. この総屈折角測定では, 高速シャッターカメラを用いると, 1/2000 s 程度のシャッタースピードで撮影した 1 枚の画像より, 総屈折角を求めることができる. したがって, 本報で取り扱うボルテックスリングの総屈折角測定も可能であると考えられる.

装置の諸元は, 格子ピッチ: 1.5 mm, 画像メモリ: 256 × 256 pixel/8 bit, TV カメラ (CCD 撮像素子, シャッター速度: 1/1200 s) である.

炭酸ガスボルテックスリング測定にあたって, 2.2 項に示した光の直進条件の影響を検討した.

実験装置のサイズを考慮し, Fig. 8(a)に示すシミュレーションモデルを想定した. CT 法における要素のきざみ幅  $a$  が小さくなると, 光は屈折するために, (b)に示すように, 幅  $a$  の領域を逸脱し, 隣接する要素へと進入することになる. 一方, きざみ幅  $a$  が大きくなると, 光の屈折の影響は受けなくなる半面, サンプリグ定理より, 再構成した画像の解像度の低下が考えられる. この問題を検討した結果が Fig. 8 である.

本実験で想定したモデルでは, 要素のきざみ幅  $a = 0.1 \sim 0.5$  mm において  $10^{-5}$  程度の精度が保たれているものと考えられる. 実験では, 要素のきざみ幅  $a$  を格子ピッチの 4 分の 1 ( $a = 0.375$  mm) として設定する<sup>2)</sup> した

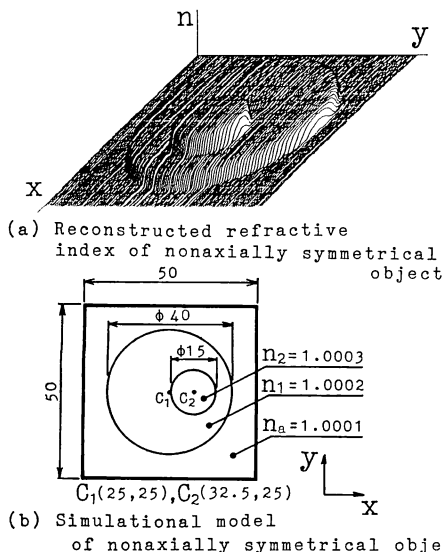


Fig. 7 Application for nonaxially symmetrical object.

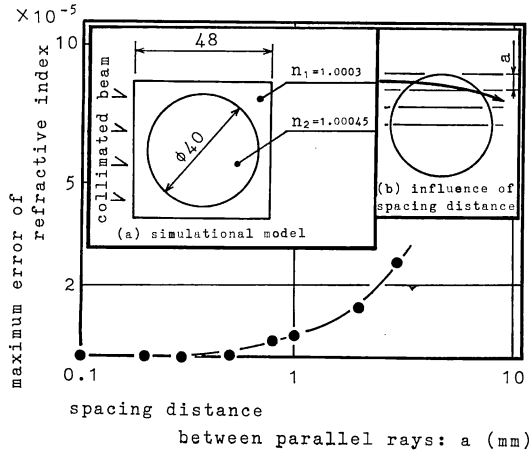


Fig. 8 Relationship between spacing distance and output error.

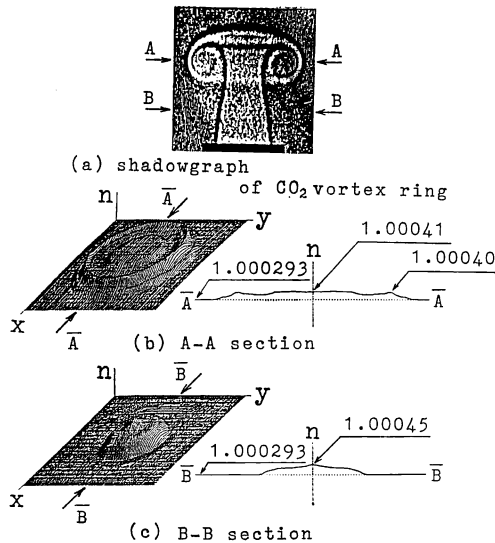


Fig. 9 Experimental results.

め、要素幅の設定には問題がないと考える。

以上の検討ならびに結果に基づき、炭酸ガスボルテックスリングの屈折率分布の測定を行なった。

Fig. 9(b), (c)は、(a)に示すシャドウグラフ写真に示す各断面における屈折率分布である。ボルテックスリング内部構造が再構成されていることがわかる。炭酸ガスの標準状態における屈折率が1.000448であることより、測定結果は、妥当なものであると考えられる。

#### 4. 結 言

本報では、moiré deflectometry に縞走査干渉計、走査モアレ法の手法を導入し、さらにCT法の技術を取り入れた三次元屈折率分布測定法を検討した。

本報で明らかとなった事項は次のものである。

- 1) Moiré deflectometry の原理を用いたCT法におけるベクトル場の問題を示し、その解決法を提案した。また、その有効性を計算機シミュレーションによって示した。
- 2) 新しく提案した手法が軸対称でない被測定物体にも適用できることを示した。
- 3) 炭酸ガスボルテックスリング内部の屈折率分布を測定し、この手法が流れの可視化等、流体力学の発展に貢献する技術であることを示した。

最後に、研究の開始時より、結果の検討に至るまで、熱心にご指導くださった大阪大学工学部応用物理学科、横関俊介先生に心より感謝いたします。

#### 文 献

- 1) 浅沼 強: 流れの可視化ハンドブック (朝倉書店, 東京, 1986) pp. 296-439.
- 2) 新井泰彦: "しま走査干渉計の手法による Moiré deflectometry", 精密工学会誌, **54** (1988) 726-730.
- 3) O. Kafri: "Noncoherent method for mapping phase objects," *Opt. Lett.*, **5** (1980) 555-557.
- 4) J. H. Bruning: "Digital wavefront measuring interferometry for testing optical surface and lenses," *Appl. Opt.*, **13** (1974) 2693-2703.
- 5) J. Schwider: "Digital wavefront measuring interferometry; some systematic error sources," *Appl. Opt.*, **22** (1983) 3421-3432.
- 6) 谷田貝豊彦: "走査モアレ法と三次元形状の自動計測", 応用物理, **47** (1978) 370-375.
- 7) 新井泰彦: "縞走査干渉計の手法による高速かつ高分解能なモアレトポグラフィ法", 光学, **15** (1986) 402-406.
- 8) L. A. Shepp: "The Fourier reconstruction of a head section," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-21** (1974) 21-43.
- 9) 大島裕子: "渦輪における渦度の分布", 流れの可視化, **7** (1987) 259-262.
- 10) 岩田耕一: "三次元屈折率分布の測定", 応用物理, **49** (1980) 487-495.
- 11) E. Keren: "Measurements of temperature distribution of flames by moiré deflectometry," *Appl. Opt.*, **20** (1981) 4263-4266.
- 12) 尾上守夫: 医用画像処理 (朝倉書店, 東京, 1982) pp. 245-259.
- 13) C. M. Vest: "Refraction correction in holographic interferometry and tomography of transparent objects," *Appl. Opt.*, **26** (1987) 3919-3928.