

## 講義

光と物質の相互作用—XII  
光 と 磁 気

宮崎 保光

豊橋技術科学大学情報工学系 〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1

(1988年10月20日受理)

## Interaction of Light and Matter—XII

## Light and Magnetic

Yasumitsu MIYAZAKI

Department of Information Engineering, Toyohashi University of Technology,  
1, Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi 440

## 1. は し が き

レーザーの発明以来、オプトエレクトロニクス各分野が急速に発展してきているが、その一つに、光波と外部磁界の相互作用を、磁気特性を有効に発揮する物質である透明磁性体中において、電子を介して、生じさせる現象の応用が注目されている<sup>1)</sup>。光波が波長  $1 \mu\text{m}$  前後である場合、物質中の電子のエネルギー変化が約  $1 \text{eV}$  であり、その近傍に磁界による電子状態変化が存在するとき、光波と外部磁界の相互作用は強く現われる。そうした相互作用は、物質中において、磁界による電子状態変化のうち、エネルギー変化が約  $1 \text{eV}$  近くにある電子状態を詳しく検討することによって明らかになる。

こうした光波と磁界の相互作用が磁性体中において、どのように生じるかについて、現象論的立場と量子論的立場によって示す。また、そうした作用の大きい物質はどのような材料において生じるかについて示し、ついで、機能素子を作成する場合の原理と特性について示す。とくに、近年注目されてきている光集積回路の薄膜デバイスとしてどのようなものが考えられるか、応用面についても説明する<sup>2-5)</sup>。

光波と外部磁界の相互作用が、物質中においてどのようにして生じるかについて、はじめて示したのは、磁界中の鉛ガラスにおける光波の偏波面の回転を示した Faraday (1875年) である。反射光について同様の特性を Kerr (1876年) が示した。磁界による複屈折につい

ては、Voigt (1898年) によって示された。量子力学の進歩により、ミクロな電子状態変化と関係づけて、Argyres (1955) らによって示された。

光波に対する磁界効果は、通信とコンピュータの発達の中なかで、光通信用機能素子、光メモリ素子に應用されるようになり、マイクロ波における磁気材料開発の延長線上に急速に検討されるようになってきている。パーマロイ膜、MnBi 薄膜、フェライト、希土類遷移元素合金・酸化物は代表的なものである。

## 2. 磁気光学効果と誘電率(屈折率)テンソル

物質中を光波が伝播する場合、入射する光波の電界、磁界が、物質中の電子を振動・励起するとき、電子は原子・分子の構造と外部電磁界とで決まる全電磁界によって状態が決定されている。また、光波と電子との相互作用により、入射光波は逆に、電子、原子、分子から作用を受ける。これらの作用は、光波の電界に対する、電気双極子あるいは、電束密度によって示される。誘電率(屈折率)は、電束密度と電界の比例係数によって示される。とくに、外部磁界によって電子状態が変化し、誘電率(屈折率)が変化する現象を磁気光学効果(magneto-optic effect)という。磁気光学効果は、電子と光波(光子)の相互作用に関して、電子遷移のエネルギーや遷移強度(確率)が、異なった円偏波の光波に対して、等しくないために生じる現象である。おもな原因は、スピンの軌道相互作用による電子準位のエネルギー分裂で

ある。

外部磁界によって電子構造が変化する物質としては、反磁性 (diamagnetism) の非磁性物質 (Cu など, 比磁化率  $\chi_m = -10^{-3} \sim 10^{-7}$ ), 常磁性 (paramagnetism) 物質 (Al など,  $\chi_m = 10^{-3} \sim 10^{-7}$ ), 反強磁性 (antiferromagnetism) 物質 (MnF<sub>2</sub> など,  $\chi_m = 10^{-3} \sim 10^{-7}$ ), メタ磁性 (metamagnetism) 物質 (FeCl<sub>2</sub> など,  $\chi_m = 10^{-3} \sim 10^{-7}$ ), らせん磁性 (hericalmagnetism) 物質 (Tb など,  $\chi_m = 10^{-3} \sim 10^{-7}$ ), 弱強磁性 (weakferromagnetism) 物質 ( $\alpha$ Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, YFeO<sub>3</sub> など,  $\chi_m = 1 \sim 10^4$ ), フェリ磁性 (ferrimagnetism) 物質 (Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, YIG など,  $\chi_m = 1 \sim 10^4$ ), 強磁性 (ferromagnetism) 物質 (Fe, EuO など,  $\chi_m = 1 \sim 10^4$ ) がある。これらの物質において光と磁界の相互作用は、大きな磁化をもつ物質において、大きくなる。

光波帯における電界  $\mathbf{E}$  と磁界  $\mathbf{H}$  は、次の Maxwell の方程式によって関係づけられる。電束密度、磁束密度を、それぞれ、 $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$ , 電流密度を  $\mathbf{J}$  とすれば、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

式(2)の右辺は、時間因子を  $\exp(j\omega t)$  とすれば、 $\mathbf{J} = \partial \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D} = \bar{\epsilon}_r \epsilon_0 \mathbf{E}$  のとき、

$$\begin{aligned} \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= (\bar{\sigma} + j\omega \bar{\epsilon}_r \epsilon_0) \mathbf{E} \\ &= (\bar{\sigma} / j\omega \epsilon_0 + \bar{\epsilon}_r) j\omega \epsilon_0 \mathbf{E} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$  は導電率テンソル、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  (F/m),  $\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \bar{\epsilon}_r$  は誘電率テンソルである。 $\bar{\epsilon}_r$  は比誘電率テンソルである。

逆誘電率テンソルを  $\bar{\delta}$  とすれば、成分  $b_{ij}$  について、

$$E_i = \sum_{j=1}^3 b_{ij} D_j \quad (4)$$

すなわち、 $\delta_{ij}$  を  $\delta_{ij} = 1$  ( $i=j$ ),  $0$  ( $i \neq j$ ),  $\bar{\epsilon}$  の成分を  $\epsilon_{ij}$  として、

$$b_{ij} = \frac{\partial E_i}{\partial D_j} \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^3 \epsilon_{ik} b_{kj} = \delta_{ij} \quad (6)$$

結晶などの物質に対して、電界  $\mathbf{E}$ , 磁界  $\mathbf{H}$ , 応力  $\mathbf{T}$  などの外力が働くとき、逆誘電率は、

$$\begin{aligned} b_{ij} &= b_{ij}^{(0)} + \sum_{k=1}^3 r_{ijk} E_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 Q_{ijkl} E_k E_l \\ &\quad + \sum_{k=1}^3 \alpha_{ijk} H_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \beta_{ijkl} H_k H_l \end{aligned}$$

$$+ \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \pi_{ijkl} T_{kl} \quad (7)$$

係数  $r_{ijk}$  は、電界によって誘電率が変化する現象である電気光学効果を示し、 $\alpha_{ijk}$  は、磁界によって誘電率が変化する現象である磁気光学効果を示す。さらに、圧電光学効果の係数は  $\pi_{ijkl}$  である。電界、磁界の2次効果であるカー (Kerr) 効果、コットン・ムートン (Cotton-Mouton) 効果は、 $Q_{ijkl}$ ,  $\beta_{ijkl}$  によって示される。

光波が物質中で、右回り円偏波と左回り円偏波の進行速度が等しくないとき、直線偏波に対して、偏波の傾き角が生じる。この角度を旋光角という、この特性を旋光性と呼ぶ。また、右回り円偏波と左回り円偏波の光波に進行速度差と振幅差が生じるとき、楕円偏波となる。この特性を、円 (偏光) 二色性 (circular dichroism) という。旋光性あるいは円二色性を光学活性という。この光学活性は、誘電率テンソル  $\bar{\epsilon}$  の非対角成分によって生じる。このとき、光学異方性が生じている<sup>6-9)</sup>。

磁束密度は、磁化の強度  $\mathbf{M}$  を用いて、

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (8)$$

として示される。このとき、 $\epsilon_{ij}(\mathbf{M})$  は、Onsager 関係式である次式が統計熱力学的な運動論的係数の対称性より導かれる。

$$\epsilon_{ij}(-\mathbf{M}) = \epsilon_{ji}(\mathbf{M}) \quad (9)$$

(9)式によって、対角成分は、 $\mathbf{M}$  の偶関数、非対角成分は、奇関数となることが知られる。

(3)式において、導電率と誘電率を一体としてみた場合、複素導電率  $\bar{\sigma}$  および複素誘電率  $\bar{\epsilon}$  を次のようにまとめて定義することがある。

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma} + j\omega \bar{\epsilon} \quad (10)$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon} + \bar{\sigma} / j\omega \quad (11)$$

### 3. 磁気光学効果と光波伝播

外部から磁界が印加された磁性体では、伝播する光波に対して、誘電率テンソルは対称とはならない。とくに、光波帯では、ガーネット結晶では、電磁界の偏波に関する旋光性をもつ。このような磁気効果である磁気光学効果は、外部磁界あるいは、磁化による誘電率テンソル変化によって与えられる。誘電率が異方性となる場合を、とくに、ジャイロ電気異方性 (gyro electric anisotropic) といい、誘電率の異方性をも含めて、広くジャイロトロピック (gyrotropic) 特性という<sup>10,11)</sup>。

誘電率テンソルは、保存的ならば、要素は、\* を複素共役として、

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_{ji})^* \quad (12)$$

のエルミートテンソルであることが、エネルギー関係式から導かれる。外部磁界が印加された磁気光学媒質では、対角要素は、無損失の場合実数であるが、非対角要素は一般には複素数となる。

$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij} - j\epsilon''_{ij} \text{ とすれば、実部、虚部について、}$$

$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ji}, \quad \epsilon''_{ij} = -\epsilon''_{ji} \quad (13)$$

すなわち、対称、反対称であること、さらに、

$$\epsilon'_{ij}(\mathbf{H}) = \epsilon'_{ji}(\mathbf{H}) = \epsilon'_{ij}(-\mathbf{H}) \quad (14)$$

$$\epsilon''_{ij}(\mathbf{H}) = -\epsilon''_{ji}(\mathbf{H}) = -\epsilon''_{ij}(-\mathbf{H}) \quad (15)$$

であることが知られる。損失のない媒質では、 $\epsilon_{ij}$  の実部は磁界  $\mathbf{H}$  の偶関数であり、虚部は、奇関数であることが知られる。すなわち、誘電率テンソルの非対角項の虚部は、磁界の方向によって符号が変わる。この特性のことを非相反性という。非相反特性は、磁界の印加方向を一定にしたとき、その方向に伝播する光波の偏波回転方向と、前進波、後進波に関して重要な性質を与える。

磁気光学効果は、外部磁界あるいは、自発磁化のある場合の誘電率テンソルによって決定されるが、異方性媒質中においても波動現象は、すべて平面波の重ね合せとして示すことができるので、ここでは、平面波の基本的性質を示す。時間因子を  $\exp(j\omega t)$  とすれば、無限媒質中の平面波の電界、磁界は、 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(j\omega t - j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  とし、

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (16)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} \quad (17)$$

図1のように、波動ベクトル  $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$  の三つのベクトルは互いに直交しており、ベクトル  $\mathbf{H}$  は、 $\mathbf{E}$  に垂直である。したがって、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{k}$  の三つのベクトルは、同一平面上にあり、しかも  $\mathbf{H}$  に垂直である。ここに、 $\mathbf{E}_\perp$  を  $\mathbf{k}$  に垂直な成分、 $k_0 = \omega/c$ 、 $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$  とし、

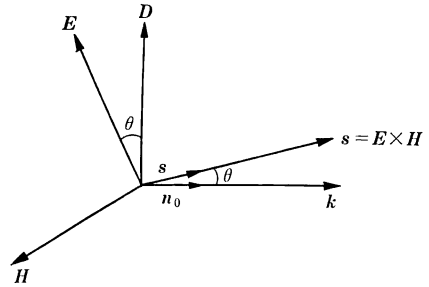


図1 異方性媒質中の平面波

$$\mathbf{D} = \bar{\epsilon} \mathbf{E} = (k^2/\omega^2\mu_0) \{ \mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{k})/k^2 \}$$

$$= \{ (k/k_0)^2/c^2\mu_0 \} \mathbf{E}_\perp \quad (18)$$

$\mathbf{n}_0$  を  $\mathbf{k}$  方向の単位ベクトルとし、屈折率ベクトル  $\mathbf{n} = n\mathbf{n}_0 = \mathbf{k}/k_0$  を用いれば、(18)式は

$$\bar{\epsilon} \mathbf{E} = \epsilon_0 \{ n^2 \mathbf{E} - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \} \quad (19)$$

(19)式は磁気光学媒質中の光波の特性を求める基本式である。(19)式により、伝播定数  $k$  および電界  $\mathbf{E}$  が決定される。

一軸性の物質で、主軸に平行に磁化が存在する場合、あるいは、 $z$  方向に磁界の印加された立方晶系を考える。磁化の方向を  $z$  軸に選べば、そのまわりの回転対称性から、一般に誘電率テンソル  $\bar{\epsilon}$  は、

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ -\epsilon_{12} & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここで、 $\epsilon_{11}$ 、 $\epsilon_{33}$  は磁化  $M$  の偶関数、 $\epsilon_{12}$  は奇関数である。平面波の伝播定数を与える分散式は、行列式として、

$$|n_i n_j - n^2 \delta_{ij} + \epsilon_{ij}/\epsilon_0| = 0 \quad (21)$$

光波が  $xx$  面内を進行する場合には、図2のように磁化の方向と進行方向を  $\theta$  とし、

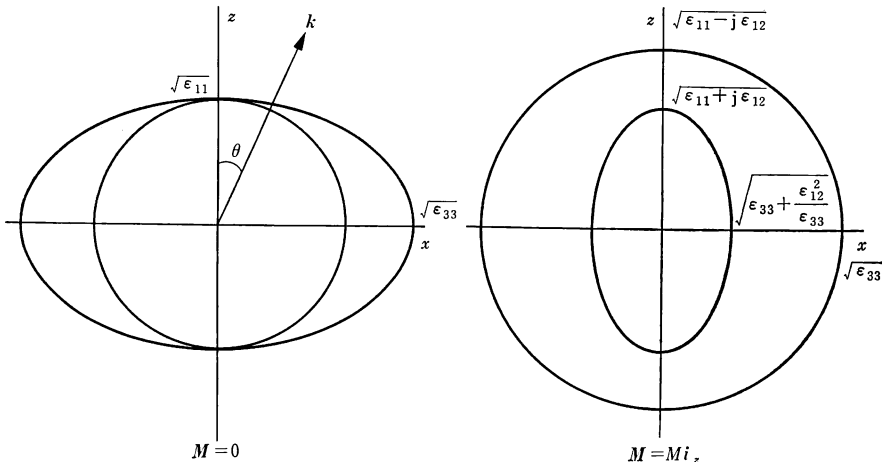


図2 屈折率楕円体

$$n_{0z} = k_z/k_0 = \cos \theta \quad (22)$$

とすれば, (21)式は,

$$Pn^4 + Qn^2 + R = 0 \quad (23)$$

ここに,

$$P = -\epsilon_{11} - (\epsilon_{33} - \epsilon_{11})\cos^2 \theta$$

$$Q = (\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{12}^2 + \epsilon_{11}\epsilon_{33}) - \cos^2 \theta (\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{12}^2 - \epsilon_{11}\epsilon_{33})$$

$$R = -\epsilon_{33}(\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{12}^2)$$

### 3.1 ファラデー効果

波数ベクトル  $\mathbf{k}$  が  $z$  方向に向いているときには, 磁化方向と波の進行方向は一致し,  $\theta = 0$  として, (23)式の根  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  は, 固有値として,

$$n_{(1)}^2 = (\epsilon_{11} + j\epsilon_{12})/\epsilon_0 \quad (24)$$

$$n_{(2)}^2 = (\epsilon_{11} - j\epsilon_{12})/\epsilon_0$$

$\epsilon_{12}$  はほぼ純虚数として考えられるから,  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  はほぼ実数である. この固有値  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  に対応する固有ベクトルである電界  $\mathbf{E}_{(1)}$ ,  $\mathbf{E}_{(2)}$  は,  $E_y/E_x = \pm j$ , すなわち,

$$(E_x, E_y) = (1, \pm j)E_0 \quad (25)$$

となる. これより, 右回りおよび左回り円偏波が, 図3のように  $\mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{i}_y$  を  $x$ ,  $y$  方向の単位ベクトルとして,  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  を用いて,

$$\mathbf{E}_{(1)} = \mathbf{E}_1 = E_0(\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_y) \exp \{j(\omega t - k_0 n_{(1)} z)\} \quad (26)$$

$$\mathbf{E}_{(2)} = \mathbf{E}_2 = E_0(\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_y) \exp \{j(\omega t - k_0 n_{(2)} z)\} \quad (27)$$

のように得られる.

$z=0$  において,  $x$  方向に直線偏波している光波は, 距離  $z$  に対して,

$$\mathbf{E} = (1/2)(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \quad (28)$$

と示される. さらに,  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  について,

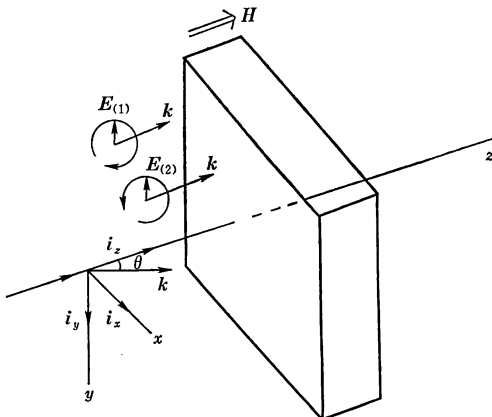


図3 ファラデー効果

$$\bar{n} = (1/2)(n_{(1)} + n_{(2)}) \quad (29)$$

$$\delta = k_0(n_{(1)} - n_{(2)})z$$

とすれば, (28)式は,

$$\mathbf{E} = E_0 \{ \mathbf{i}_x \cos(\delta/2) + \mathbf{i}_y \sin(\delta/2) \} \times \exp \{j(\omega t - k_0 \bar{n} z)\} \quad (30)$$

したがって, 光波の直線偏波方向は  $x$  軸から  $y$  軸に向かって,  $\delta/2$  だけ回転している. これをファラデー回転 (Faraday rotation) という. もし, 媒質に損失があれば,

$$n_{(1)} = N_{(1)} - jK_{(1)} \quad (31)$$

$$n_{(2)} = N_{(2)} - jK_{(2)}$$

として, 吸収係数  $\alpha$  は

$$\alpha = 4\pi K/\lambda = 2k_0 K \quad (32)$$

で与えられる.

(26), (27)式の円偏波の光波の屈折率  $N_{(1)}$ ,  $N_{(2)}$  および減衰定数  $K_{(1)}$ ,  $K_{(2)}$  が等しくないとき, 直線偏波は, 進行とともに楕円偏波となり, 楕円の長軸が回転することになる. 楕円の長軸は, (30)式と同様に,  $\delta/2$  回転する. 回転角  $\theta_F$  は,

$$\begin{aligned} \theta_F &= \delta/2 \\ &= -(k_0/2)z(n_{(1)} - n_{(2)}) \\ &= (k_0 z/2) \mathcal{R}e \{ (j\epsilon_{12}/\epsilon_0) / \bar{n} \} \end{aligned} \quad (33)$$

吸収が小さいとき, ファラデー回転角  $\theta_F$  は,

$$\theta_F = -\frac{k_0 z (\mathcal{I}m \epsilon_{12}) / \epsilon_0}{2V \epsilon_{11} / \epsilon_0} \quad (34)$$

すなわち, 偏波面の回転を示すファラデー回転角  $\theta_F$  は, 誘電率テンソルの非対角要素  $\epsilon_{12}$  に比例し, 磁化  $\mathbf{M}$  あるいは外部磁界  $\mathbf{H}$  に比例する. このことから, 磁化を反転すると回転方向が逆になり, 非相反性をもつことが知られる. (34)式において,  $\theta_F = VH_z$  としたとき,  $V$  をヴェルデ (Verdet) 定数という.

右回り左回り円偏波の減衰係数が等しくないとき, 直線偏波の光波は, 伝播にしたがい, 楕円偏波になる. これは, 二つの円偏波の振幅が異なるためであり, これを磁気円二色性という. 楕円の長軸と短軸の比を楕円率 (Faraday ellipticity)  $\Delta_F$  といい,  $\Delta_F$  は

$$\begin{aligned} \Delta_F &= \frac{|\mathbf{E}_r| - |\mathbf{E}_l|}{|\mathbf{E}_r| + |\mathbf{E}_l|} \\ &= \frac{\exp(-k_0 K_{(1)} z) - \exp(-k_0 K_{(2)} z)}{\exp(-k_0 K_{(1)} z) + \exp(-k_0 K_{(2)} z)} \\ &\cong -\frac{k_0 z}{2} (K_{(1)} - K_{(2)}) \cong +\frac{k_0 z}{2} \frac{(\mathcal{R}e \epsilon_{12}) / \epsilon_0}{V \epsilon_{11} / \epsilon_0} \end{aligned} \quad (35)$$

となる.  $\theta_F$  と  $\Delta_F$  は, クラマース・クローニッヒの関係式の対応をもつ.

3.2 コットン・ムートン効果 (フォークト効果)

波数ベクトル  $k$  が  $x$  方向であり, 磁化の方向が  $z$  方向である場合には,  $\theta = \pi/2$  として, (23)式より, 固有値  $n_{(3)}, n_{(4)}$  は

$$n_{(3)}^2 = (\epsilon_{12}^2 / \epsilon_{11} + \epsilon_{11}) / \epsilon_0, \tag{36}$$

$$n_{(4)}^2 = \epsilon_{33} / \epsilon_0 \tag{37}$$

対応する固有ベクトルである電界は, それぞれ,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{(3)} &= E_0 \{ (\epsilon_{12} / \epsilon_0) \mathbf{i}_z - (\epsilon_{11} / \epsilon_0) \mathbf{i}_y \} \\ &\times \exp \{ j(\omega t - k_0 n_{(3)} x) \} \end{aligned} \tag{38}$$

$$\mathbf{E}_{(4)} = E_0 \mathbf{i}_z \exp \{ j(\omega t - k_0 n_{(4)} x) \} \tag{39}$$

によって与えられる. すなわち, 図4のように, 固有ベクトル波は, 磁化方向に垂直な直線偏波をもち, 進行方向成分も存在する異常波  $\mathbf{E}_{(3)}$  と磁化方向に偏波をもつ正常波  $\mathbf{E}_{(4)}$  である. すなわち, 複屈折現象を示している.

入射波の電界が  $y$  軸より  $\theta$  傾いた偏波面をもつ場合, 電界  $\mathbf{E}$  は,  $x=0$  において,

$$\mathbf{E} = E_0 (\cos \theta \mathbf{i}_y + \sin \theta \mathbf{i}_z) \exp(j\omega t) \tag{40}$$

と示される.  $x$  方向に伝播する光波は, (38), (39)式を用いて, このとき,

$$\bar{n} = (1/2)(n_{(3)} + n_{(4)}) \tag{41}$$

$$\delta = k_0(n_{(3)} - n_{(4)})x \tag{42}$$

とすれば,

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_0 \{ \exp(j\delta/2) \cos \theta \mathbf{i}_y + \exp(-j\delta/2) \sin \theta \mathbf{i}_z \} \\ &\times \exp(j\omega t - jk_0 \bar{n}x) \\ &= E_0 \exp(j\delta/2) \{ \cos \theta \mathbf{i}_y + \exp(-j\delta) \sin \theta \mathbf{i}_z \} \\ &\times \exp(j\omega t - jk_0 \bar{n}x) \end{aligned} \tag{43}$$

すなわち,  $y$  偏波成分と  $z$  偏波成分との間に位相差  $\delta$ ,

$$\begin{aligned} \delta &= k_0 x (n_{(3)} - n_{(4)}) \\ &\cong (k_0 x / 2\sqrt{\epsilon_{11} / \epsilon_0}) (\epsilon_{33} - \epsilon_{11} - \epsilon_{12}^2 / \epsilon_{11}) / \epsilon_0 \end{aligned} \tag{44}$$

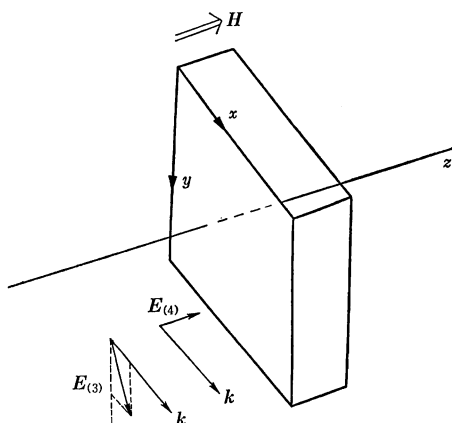


図4 コットン・ムートン効果

が生じる.

$$\begin{aligned} n_{(3)}^2 &= N_{(3)} - jK_{(3)} \\ n_{(4)}^2 &= N_{(4)} - jK_{(4)} \end{aligned} \tag{45}$$

としたとき,  $K_{(3)}$  と  $K_{(4)}$  の減衰定数, すなわち,  $\epsilon_{11}$  と  $\epsilon_{33}$  の虚部が異なるとき, それぞれの偏波に対して, 振幅差が生じ, 一般に, 直線偏波は楕円偏波になり, 磁気二色性を示し, その軸が回転する. この効果をコットン・ムートン (Cotton-Mouton) 効果あるいはフォークト (Voigt) 効果という. この複屈折現象は, 磁化  $M$  あるいは磁界  $H$  の2乗に比例する. (43)式において,  $\delta = \pi$  のとき, 入射波の偏波は  $2\theta$  回転する.  $\theta = 45^\circ$  のとき,  $2\theta = 90^\circ$  回転する.

3.3 カー効果

磁気光学媒質の表面に光波が入射する場合, 反射波の偏波面が回転する. これをカー (Kerr) 効果というが, カー効果は, 図5のように, 入射面と磁化の方向によって三つの形に分類される.

3.3.1 極カー (polar Kerr) 効果

磁化の方向が, 入射面  $xy$  面にあり, 境界表面に垂直な  $z$  方向にあるとき, 誘電率テンソルは,

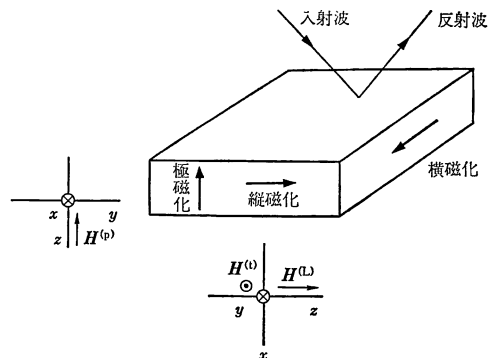


図5 カー効果

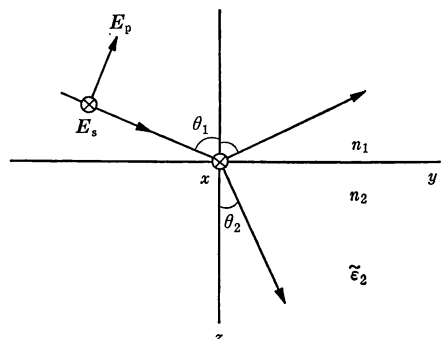


図6 カー効果と反射・屈折

$$\bar{\epsilon}_2 = \begin{bmatrix} \epsilon_2 & j\delta\epsilon_2 & 0 \\ -j\delta\epsilon_2 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix}$$

として与えられる。このとき、図6のように、 $x$ 方向に電界をもつ TE 波に対して、 $s$  の添字、入射面に平行な電界をもつ TM 波に対して、 $p$  の添字を用いれば、屈折率  $n_1$  の領域(1)における入射および反射波の電界  $\mathbf{E}^{(i)}$ 、 $\mathbf{E}^{(r)}$  の振幅についての反射係数は、それぞれ、入射角、屈折角を  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  として、 $n_1^2 = \epsilon_i/\epsilon_0$ 、 $j\delta\epsilon_2 = \epsilon_{12}$ 、

$$r_{ss}^{(p)} = \frac{E_{s1}^{(r)}}{E_{s1}^{(i)}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$r_{pp}^{(p)} = r_{ss}^{(p)} \Big]_{n_1 \neq n_2}$$

$$r_{sp}^{(p)} = \frac{E_{p1}^{(r)}}{E_{p1}^{(i)}} = \frac{j\delta n_2 n_1 \cos \theta_1}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} \\ = r_{ps}^{(p)}$$

とくに、境界に垂直入射する場合、光の進行方向は、磁化の方向であり、電界の固有ベクトルは、ファラデー効果の  $\mathbf{E}^{(1)}$ 、 $\mathbf{E}^{(2)}$  となる。反射係数は、 $n_1=1$  のとき、

$$r_{(k)} = E^{(r)}/E^{(i)} = (n_{(k)} - 1)/(n_{(k)} + 1) \quad (46)$$

ここに、 $n_{(k)} = n_{(1)}$ 、 $n_{(2)}$ 。入射波が  $x$  方向の偏波のとき、

$$\mathbf{E}^{(i)} = E_0^{(i)} \mathbf{i}_x + E_0^{(i)} \mathbf{j}_y = E_0 \exp(j\omega t) \mathbf{i}_x \quad (47)$$

ここに、

$$\mathbf{E}_i^{(1)} = (1/2)E_0(\mathbf{i}_x + j\mathbf{j}_y) \exp(j\omega t) \\ \mathbf{E}_i^{(2)} = (1/2)E_0(\mathbf{i}_x - j\mathbf{j}_y) \exp(j\omega t) \quad (48)$$

反射波は、

$$\mathbf{E}^{(r)} = \mathbf{E}_r^{(1)} + \mathbf{E}_r^{(2)} \\ = E_{0x} \exp\{j(\omega t + \phi_x)\} \mathbf{i}_x \\ + E_{0y} \exp\{j(\omega t + \phi_y)\} \mathbf{j}_y \quad (49)$$

とすれば、

$$\frac{E_y^{(r)}}{E_x^{(r)}} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \exp\{j(\phi_y - \phi_x)\} \\ = \frac{E_r^{(2)} - E_r^{(1)}}{j(E_r^{(2)} + E_r^{(1)})} = -j \frac{n_{(1)} - n_{(2)}}{n_{(1)}n_{(2)} - 1} \quad (50)$$

したがってカー効果による偏波面の回転  $\theta_K$  と反射波の楕円率  $\Delta_K$  は、 $|E_{0y}| \ll |E_{0x}|$  であるから、

$$\theta_K = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos(\phi_2 - \phi_1) \right\} \\ \cong -\mathcal{G}_m \frac{n_{(1)} - n_{(2)}}{n_{(1)}n_{(2)} - 1} \cong \mathcal{G}_m \frac{j\epsilon_{12}/\epsilon_0}{\bar{n}(\bar{n}^2 - 1)} \\ \cong \mathcal{R}_e \frac{\epsilon_{12}}{\bar{n}(\epsilon_{11} - 1)} \quad (51)$$

$$\Delta_K = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \sin(\phi_2 - \phi_1) \right\}$$

$$\cong -\mathcal{R}_e \frac{n_{(1)} - n_{(2)}}{n_{(1)}n_{(2)} - 1} \cong \mathcal{R}_e \frac{j\epsilon_{12}/\epsilon_0}{\bar{n}(\bar{n}^2 - 1)} \\ \cong -\mathcal{G}_m \frac{\epsilon_{12}}{\bar{n}(\epsilon_{11} - 1)} \quad (52)$$

偏波回転  $\theta_K$  および楕円率  $\Delta_K$  は、誘電率テンソル  $\epsilon_{ij}$  の非対角要素  $\epsilon_{12}$  の実部、虚部によって与えられる。(51)、(52)式のカー効果と(34)、(35)式のファラデー効果の関係は、 $\epsilon_{12}$  の実部、虚部との関係が逆の関係によって与えられることに注意。

### 3.3.2 縦カー (longitudinal Kerr) 効果

磁化の方向が入射面にあり、表面に平行のとき、入射面を  $xz$  面とし、磁化の方向を  $z$  方向とすれば、誘電率テンソル  $\bar{\epsilon}_2$  は、

$$\bar{\epsilon}_2 = \begin{bmatrix} \epsilon_2 & j\delta\epsilon_2 & 0 \\ -j\delta\epsilon_2 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (53)$$

として、反射係数は、

$$r_{ss}^{(L)} = r_{ss}^{(p)}, \quad r_{pp}^{(L)} = r_{ss}^{(p)}, \\ r_{sp}^{(L)} = \frac{j\delta n_1^2 \cos \theta_1 \sin \theta_1}{\cos \theta_2 (n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2) (n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} \\ = -r_{ps}^{(L)} \quad (54)$$

### 3.3.3 横カー (transverse Kerr) 効果

磁化が入射面に垂直で、表面に平行のとき、座標系は縦カー効果と同様とすれば、誘電率テンソル  $\bar{\epsilon}_2$  は、

$$\bar{\epsilon}_2 = \begin{bmatrix} \epsilon_2 & 0 & j\delta\epsilon_2 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ -j\delta\epsilon_2 & 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (55)$$

反射係数は、 $r_{ps}^{(T)} = r_{sp}^{(T)} = 0$ 、

$$r_{pp}^{(T)} = \frac{n_2 \cos \theta_1 (1 + j\delta \tan \theta_2) - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 (1 + j\delta \tan \theta_2) + n_1 \cos \theta_2} \quad (56)$$

この場合には、偏波面の回転は生じない。

誘電率  $\epsilon_{12}$  は、磁気光学効果を与える量であるが、一般に、透過率の大きい、吸収の小さい材料では、ファラデー効果の測定が容易である。吸収の大きい材料では、カー効果により  $\epsilon_{12}$  を計測することができる。

## 4. 光波と物質の相互作用と磁気光学効果

磁気光学効果は、誘電率テンソルの非対角要素である  $\epsilon_{12}$  によって与えられることを現象論に示してきたが、物質内において、どのような光波と物質の相互作用によって磁気光学効果が生じるのか、電子の古典論と量子論によって示しておく。

### 4.1 光波と磁気電子論

磁気光学効果は、物質のイオンに働く電磁界と、その応答としての分極率テンソル  $\chi_{ij}$ 、電気分極モーメント

によって示される。これは、物質中に準弾性的に拘束を受けている電子あるいは原子のスピンラーモア (Larmor) の歳差運動であるゼーマン (Zeeman) 効果によるものと、半導体などにおけるように、自由電子のサイクロトロン (cyclotron) 共鳴であるランダウ準位間の遷移によるものと分離できる。

ここでは、外部磁界  $H$  が印加されている場合、光波の電界  $E$  中における電子の運動を拘束された荷電粒子の古典的運動として、誘電率テンソル  $\epsilon_{ij}$  を求める。

電荷  $q$ 、有効質量  $m^*$  の荷電粒子の運動は、変位  $r$  として、弾性力  $-ar$ 、抵抗力  $-m^*\gamma(dr/dt)$  によって次のように示される。ローレンツ (Lorentz) 力を用いて、荷電粒子は、

$$m^* \frac{d^2 r}{dt^2} + m^* \gamma \frac{dr}{dt} + ar = qE + q\mu_0 \frac{dr}{dt} \times H \quad (57)$$

で与えられる運動をする。 $\omega_0 = \sqrt{a/m^*}$  とすれば、 $q = -e$  として、荷電粒子が電子の場合、ラーモア周波数  $\omega_L$  (あるいはサイクロトロン周波数  $\omega_c = 2\omega_L$ ) を

$$\omega_L = e\mu_0 H / 2m^* \quad (58)$$

として、電子密度  $N$  のとき、分極  $P = -eNr$  より、誘電率テンソルは、磁界が  $z$  方向に印加されているとき、

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ -\epsilon_{12} & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (59)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{11} \\ = \left[ 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2 - j\gamma\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)^2 - 4\omega^2\omega_L} \right] \epsilon_0 \end{aligned} \quad (60)$$

$$\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = \epsilon_{12} = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{j2\omega\omega_L}{\{(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)^2 - 4\omega^2\omega_L\}} \epsilon_0 \quad (61)$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{33} = \left[ 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 - j\gamma\omega} \right] \epsilon_0 \quad (62)$$

(60)~(62)式は、(10)式によって複素伝導率テンソル  $\sigma$  に書き直すことができる。(61)式の非対角要素成分から磁気光学効果が示される。

(60)~(62)式において、 $H=0$  すなわち、 $\omega_L=0$  で、 $\omega_0=0$  のとき、磁界も拘束もないとき、自由電子のドルーデ (Drude) の式となる。量子論的には、バンド内遷移に対応する。 $\omega_L=0$  で、 $\omega_0 \neq 0$  の拘束電子に対しては、誘電率は、実数部が分散型となり、虚数部はベル型

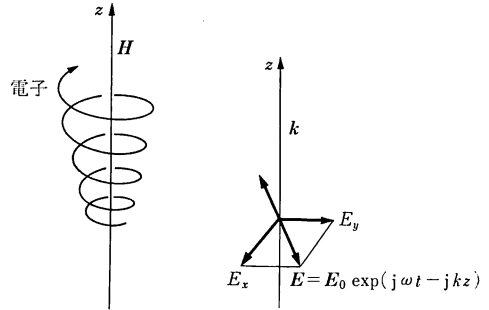


図7 サイクロトロン共鳴

となる。

磁界が存在し、 $\omega_0=0$  のとき、 $\sigma$  は、マグネトプラズマ共鳴を示す導電率テンソルとなり、 $\sigma_{xy}$  はホール (Hall) 効果を示す。

$$\sigma_{xy} = -\frac{Ne^2}{m^*} \frac{\omega_L}{\gamma^2 + \omega_c^2} \quad (63)$$

ホール係数  $R_H$  は、抵抗率テンソル  $\rho_{xy}$  を用いて、

$$R_H = \rho_{xy} / \mu H = 1 / Ne$$

したがって、ホール効果と磁気光学効果は深い関係にある。 $\omega_p^2 = Ne^2 / m^* \epsilon_0$  の  $\omega_p$  をプラズマ周波数という。

損失の小さい場合、 $\epsilon_{11}$ 、 $\epsilon_{33}$  は実数、 $\epsilon_{12}$  は純虚数であり、しかも、磁界  $H$  の偶、奇関数となる。

外部磁界  $H$  中の質量  $m$ 、電荷  $-e$  の電子は、磁界方向を軸とするサイクロトロン周波数  $\omega_c = e\mu_0 H / m = v/r$  のらせん運動をする。周波数  $\omega$  の光波の電界が磁界に垂直に印加されると、 $\omega = \omega_c$  のとき、図7のように、電子は軌道を大きくしながら速度を増すサイクロトロン運動する。平均自由時間  $\tau = 1/\gamma$  の間は、電子は、光波からエネルギーを吸収する。これをサイクロトロン共鳴吸収という。

(61)と(33)式より、ファラデー回転角  $\theta_F$  は、長さ  $z$  のとき、

$$\theta_F = \frac{zNe^2}{2\pi m^*} \frac{\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad (64)$$

によって与えられる。 $\omega \approx \omega_c$  で共鳴ファラデー回転を示す。 $\omega \gg \omega_L$  であれば、 $\theta_F \propto \omega_c \propto H$  であることが知られる。

#### 4.2 光波と磁気の量子論

外部磁界中の原子、分子では、磁気量子数の縮退が解け、エネルギーレベルが数本に分かれる。これをゼーマン (Zeeman) 効果という。磁気光学効果は、磁氣的に量子化された電子状態間遷移によるものである。有効質量  $m^*$  をもった磁界中の電子に対する基本式は、

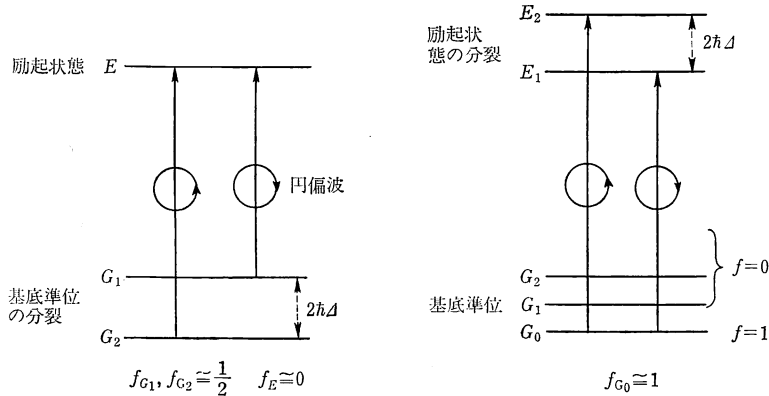


図 8 磁気相互作用とファラデー効果

$$\begin{aligned} \sum \left\{ \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p}_i - e\mathbf{A}_i)^2 + eV_i + g\mu_B \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{H}_{ex}^{(i)} \right\} \Psi(\mathbf{r}) \\ = E\Psi(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (65)$$

である。ここに、 $\mathbf{p} = -j\hbar\nabla$  は運動量演算子、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mu_B = \mu_0(e\hbar/2m^*)$  はボーア磁子、 $g$  はランデの因子、 $s$  は、磁界に平行な角運動量成分で  $\pm 1/2$  である。  $V$  はスカラーポテンシャルである。(65)式の左辺第3項は、イオン間の交換相互作用

$$\sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \quad (66)$$

により、 $\mathbf{H}_{ex}$  を分子場として、分子場近似として示される。

$$\mathbf{H}_{ex}^{(i)} = -\frac{1}{g\mu_B} \sum_j J_{ij} \langle \mathbf{s}_j \rangle \quad (67)$$

各イオンの固有値、固有関数、電気双極子を  $E_m, \Psi_m, P$  とすれば、

$$\hbar\omega_{mn} = E_m - E_n \quad (68)$$

$$(P_\nu)_{mn} = \int \Psi_m^* P_\nu \Psi_n d v \quad (69)$$

$$f_m = \exp(-E_m/kT) / \sum_n \exp(-E_n/kT) \quad (70)$$

とし、 $\epsilon_{ij}^*(-\omega) = \epsilon_{ij}(\omega)$ 、各準位の寿命を  $1/\gamma$  とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_{ij}(\omega)}{\epsilon_0} = \delta_{ij} + \frac{\omega N}{2} \sum_{n,m} \frac{f_n - f_m}{\hbar\omega_{mn}} \left[ \frac{(P_i)_{nm}(P_j)_{mn}}{\omega_{mn} - \omega} \right. \\ \left. - \frac{(P_i)_{nm}(P_j)_{mn}}{\omega_{mn} + \omega} + j\pi \{ (P_i)_{nm}(P_j)_{mn} \delta(\omega_{mn} - \omega) \right. \\ \left. + (P_i)_{nm}(P_j)_{mn} \delta(\omega_{mn} + \omega) \} \right] \end{aligned} \quad (71)$$

非対角要素  $\epsilon_{xy}(\omega)$  は、円偏波についての双極子を  $P_{(2)}$  として、

$$\begin{aligned} \epsilon_{xy}(\omega) \\ = \epsilon_0 \frac{N}{\hbar} \sum_{m,n} (f_m - f_n) \frac{\omega}{\omega_{mn}} \frac{\omega + j\gamma}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + \gamma^2) - 2j\omega\gamma} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times \{ (P_y)_{nm}(P_x)_{mn} - (P_x)_{nm}(P_y)_{mn} \} \\ = \frac{\epsilon_0 N}{-j2\hbar} \sum_{m,n} (f_m - f_n) \frac{\omega}{\omega_{mn}} \frac{\omega + j\gamma}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + \gamma^2) - 2j\omega\gamma} \\ \times \{ |(P_{(1)})_{mn}|^2 - |(P_{(2)})_{mn}|^2 \} \end{aligned} \quad (72)$$

磁気回転が生じるためには、(72)式より、図8のように、左回り、右回り円偏波の遷移  $(P_{(1)})_{mn}$  と  $(P_{(2)})_{mn}$  が等しくないとき、また、それらの分散の中心が異なるときに生じる。また、分布  $f_m$  が準位によって異なるとき生じる。これらの違いは、スピン軌道相互作用による電子準位のエネルギー分裂によるものであり、この種の相互作用の効果が磁気光学効果には重要である。強磁性体は、これらの条件を満足する。

### 5. 光誘起磁化効果とアズベル・カナール効果

磁性結晶に円偏波の光波を照射すると特定のスピンのもったイオンのみを選択的に励起することができ、基底状態と励起状態での磁気モーメントが異なるとき、磁化を発生する。右回り円偏波と左回り円偏波の光波は、それぞれ互いに逆方向の磁化を誘起するため、直線偏波では、光波照射によって磁化を発生しない。ルビー結晶などでは、この光誘起磁化効果を示す。

金属の表面に平行な磁界を印加し、電磁波を表面に垂直に照射した場合、サイクロトロン運動する電子が電磁波により、サイクロトロン共鳴し、エネルギー吸収が生じ、表面抵抗が増加する。電磁波の周波数  $\omega$  は、サイクロトロン周波数  $\omega_c$  に対し、 $\omega = n\omega_c$  となる。この現象をアズベル・カナール (Azbel-Kaner) 効果という<sup>12)</sup>。

### 6. 磁気光学材料とその応用

レーザーの発明以来、光通信、光情報処理用デバイスが研究されてきているが、バルク型および光集積回路型



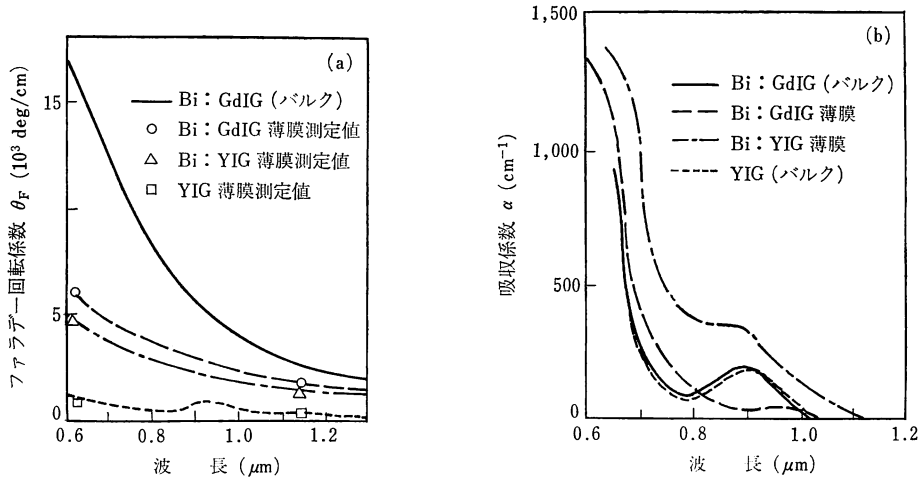


図9 ガーネット結晶のファラデー効果と吸収係数

の磁気光学効果を用いた機能素子が検討されてきている。光変調素子、アイソレータは、磁気光学効果を用いた代表素子であるがそれらのうち、Bi置換ガーネット材料がファラデー効果が大きいため、広く研究されてきている。Gd<sub>2</sub>BiFe<sub>5</sub>O<sub>12</sub>では、図9のように、0.8 $\mu\text{m}$ で $10^{49}/\text{cm}$ の $\theta_F$ が得られている。しかし、吸収も大きいため、さらに検討が必要である。本文で述べた基礎事項は、さらに、可視光領域においても、ファラデー効果の大きく、吸収の小さい材料を見いだすための基礎原理を示している。

## 文 献

- 1) 科学技術庁編：光と情報（大蔵省出版局，東京，1987）。
- 2) 応用物理学会編：光集積回路（朝倉書店，東京，1988）。
- 3) 宮崎保光：“光アイソレータ実現の可能性”，昭和51年電気四学会連大116（1976）。
- 4) 宮崎保光：“磁性ガーネット膜導波路の光伝搬とモード変換”，日本応用磁気学会誌，6（1982）254-262。
- 5) Y. Miyazaki, K. Taki and Y. Akao: “Optical propagation and conversion properties of hybrid modes in gyrotropic YIG film waveguides with anisotropic crystal cover layers,” Jpn. J. Appl. Phys., 20 (1981) pp. 935-946.
- 6) 工藤恵栄：光物性の基礎（オーム社，東京，1977）。
- 7) 堂山昌男，山本良一（編）：材料の電磁気・光学・音波物性（東京大学出版会，東京，1985）。
- 8) 佐藤勝昭：光と磁気（朝倉書店，東京，1988）。
- 9) 飯田修一，ほか（編）：光マイクロ波磁気光学（丸善，東京，1976）。
- 10) M. J. Freiser: “A survey of magneto-optic effects,” IEEE Trans. Magn., MAG-4 (1968) 152-161.
- 11) 近柱一郎，上村 洸：“強磁性体の磁気光学”，日本物理学会誌，24（1969）713-731。
- 12) J. M. Ziman: *Physics of Metals* (Cambridge Univ. Press, London, 1969)。

## 講義 『光と物質の相互作用』

I 「光と原子・分子」	(尾中 龍猛)	17巻1号	pp. 26-34
II 「光と固体」	(尾中 龍猛)	17巻2号	pp. 87-95
III 「光吸収」	(尾中 龍猛)	17巻3号	pp. 133-141
IV 「反射・透過」	(石黒 浩三)	17巻4号	pp. 191-198
V 「干渉・回折」	(石黒 浩三)	17巻5号	pp. 245-253
VI 「散乱」	(石黒 浩三)	17巻6号	pp. 309-316
VII 「放射」	(花村 榮一)	17巻7号	pp. 367-375
VIII 「レーザーと非線形光学」	(花村 榮一)	17巻8号	pp. 418-425
IX 「光と音波」	(高木堅志郎)	17巻9号	pp. 477-485
X 「光学活性」	(小林 謙三)	17巻10号	pp. 530-539
XI 「光と電界」	(皆方 誠)	17巻11号	pp. 593-601