

研究

強度に屈折する透明物体の3次元屈折率分布の測定

新井 泰彦・倉田 忠雄

関西大学工学部機械工学科 〒564 吹田市山手町 3-3-35

(1988年10月17日受理)

Measurement of 3-D Refractive Index Distribution in Strongly Refracting Transparent Objects

Yasuhiko ARAI and Tadao KURATA

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kansai University,
3-3-35, Yamate-cho, Suita 564

Analogous to reconstructive X-ray tomography one can determine the spatial distribution of the refractive index within an object from many ‘projections’ of the object taken with rays instead of X-rays. However, the ordinary reconstruction algorithms, which are based on the assumption of straight rays, do not yield accurate results. In this paper, a novel reconstruction algorithm is proposed which takes the bending of the rays into account and yields substantially improved reconstructions in digital computer simulation and experimental results.

1. 緒 言

空気力学の風洞実験などにおける、光学的流れの可視化は、非接触であるため、流れに影響を及ぼさない利点があり、現在広く利用されている¹⁾。一般に、この測定法では、屈折率の変化を検出し、それに密接に関係する密度分布を求め、さらに熱力学的に関係づけられた圧力分布、また温度分布等を求めることが行なわれている¹⁻⁴⁾。現在、この手法は、2次元測定はもとより、3次元測定へと拡張されている⁵⁻¹¹⁾。しかし、3次元測定では、軸対称の条件を必要とする場合があり⁶⁾、また医療分野で近年利用されているCT法の原理⁷⁾を用いる場合には、前報⁸⁾に示したように、光の屈折現象を無視することのできない屈折率変化が大きい物体において、光の直進条件が問題となっている⁹⁾。この問題に対して、光が直進すると仮定して推定した屈折率分布に対して、光線追跡を行ない、この計算結果と測定値との間で光路差分布をパラメータとして、屈折率分布を繰り返し計算する摂動法が提案されている¹⁰⁻¹²⁾。しかし、この手法では、計算結果の収束性等新たな問題が発生している¹²⁾。一方、超音波をCT法の一手法であるART法(algebraic reconstruction technique)⁷⁾に用いた3次元

屈折率分布測定も、“time of flight”をパラメータとすることにより可能であることが報告されている¹³⁾。

このような状況に対して、本論文では、モアレデフレクトメトリ^{3,4,6)}の測定原理ならびに、稿走査技術^{14,15)}をART法に適用することにより、入射光に対する総屈折角^{3,4,6)}をパラメータとした光の屈折現象を考慮する必要的ある透明物体に対する3次元屈折率分布測定法を提案している。本手法は、計算機シミュレーションにおいて 10^{-3} 程度の測定精度であることが確認されるとともに、軸対称でない被測定物体に対しても利用可能であることがわかった。また、光の屈折現象を考慮する必要のある蔗糖水溶液を被測定物体とした実験において、屈折率分布の再構成が 10^{-2} の総合誤差範囲内で可能であることを明らかにした。

以上の結果は、本手法が流れの可視化のみならず、シリンドレンズ、ファイバースコープ等、現在広く利用されている光学素子の屈折率分布測定法として利用可能であることを示唆しているものと考える。

2. 原 理

2.1 光の屈折原理

Fig. 1に示すように、 x 方向への屈折率の変化率が

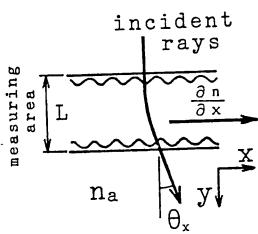


Fig. 1 The relationship between the refractive index and the angle of refraction.

$\partial n / \partial x$ である幅 L の媒質に、 y 方向に平行光線が入射する場合を考える。光線は媒質の屈折率の変化率に従い、偏向される。このとき x 方向への光の総屈折角 θ_z は、 θ_z が小さいとき(1)式として表わすことができる。

$$(1) \quad \theta_z = \int_0^L \frac{1}{n_a} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dy$$

ここで、 n_a は測定領域を包みこむ周囲の屈折率である。

2.2 ART 法の原理⁷⁾

ART 法とは、CT 法の代数的手法であり、最も簡単な例として Fig. 2 があげられる。(a)は原画像(未知)と、それから実測される投影を示している。(b)は初期値として入れた一様分布である。一様分布の値は、通常投影の総和を画素数で除することにより求められる。(c)は横方向の実測された投影データと初期値との差を用いた修正時の処理を示している。さらに、(d), (e)は縦方向の修正時の処理過程を示している。

このような簡単な例では、原画像は容易に復元される。しかし、実際には、この過程を多方向から繰り返し行なうことによって、結果を収束させる必要がある。

2.3 屈折率分布再構成法

本手法における屈折率分布再構成のアルゴリズムは次

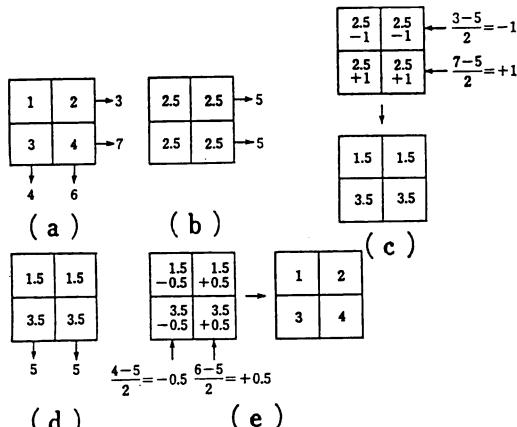


Fig. 2 The schematic of ART method.⁷⁾

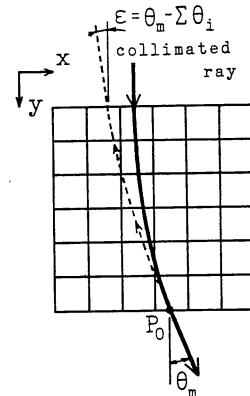


Fig. 3 The schematic of principle.

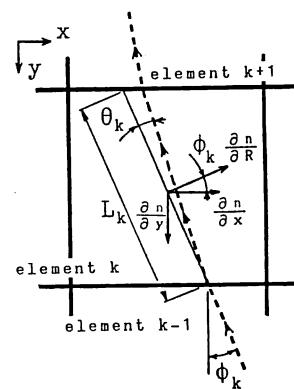


Fig. 4 The principle of digital ray tracing.

に示す処理により行なわれる。

(I) Fig. 3 に示すように、測定領域を微小な有限要素に分割する。

(II) モアレデフレクトメトリの原理により、総屈折角 θ_m を多方向より測定する。

(III) 総屈折角 θ_m に対して、たとえば、点 P_0 より光の進行方向とは逆の破線で示す矢印の方向に、次に示す手法によって、偏向される角度 θ_i を各要素において求め、光線追跡を行なう。ここで、計算機内部モデル(分割された各要素において、 x , y 各方向の屈折率の変化率分布と屈折率分布を定義している)における任意の要素 k を示したものが Fig. 4 である。また、Fig. 3 の破線で示す光線追跡において、 x , y 各方向の屈折率の変化率をそれぞれ、 $[\partial n / \partial x]$, $[\partial n / \partial y]$, 要素 $k-1$ から要素 k への光路の角度を ϕ_k とし、さらに、要素 k における、要素 $k-1$ の光路の延長線の長さを L_k 、破線で示す光路の長さを L_k^* とそれぞれ定義する。ここで、 $[\partial n / \partial x]$ 等は、物理量を示す変数に [] 記号を付加することによって表現した数値演算用の変数である。ま

た、このような数値演算用変数は、 \triangleq 記号を利用して式によって以下定義することにする。

要素が微小であると考えると、(2)式を仮定する事が可能となるとともに、破線で示す光路に垂直方向の屈折率の変化率は、(3)式として考えられる。

$$L_k \triangleq L_k^* \quad (2)$$

$$\left[\frac{\partial n}{\partial R} \right] \triangleq \left[\frac{\partial n}{\partial x} \right] \cos \phi_k + \left[\frac{\partial n}{\partial y} \right] \sin \phi_k \quad (3)$$

また、各微小要素内での屈折率の変化率は一定であると仮定すると、要素 k において光が偏向される角度 θ_k は、(1)式より(4)式として定義することができる。

$$\theta_k \triangleq \frac{1}{n_a} \cdot \left[\frac{\partial n}{\partial R} \right] L_k \quad (4)$$

(IV) Fig. 3 の破線が通過する各要素で、偏向される角度 θ_i を求めると、総屈折角 $\sum \theta_i$ を求めることができます。この結果、本研究において ART 法のパラメータとなる ε を、実際に測定した総屈折角 θ_m と、光線追跡により求められた $\sum \theta_i$ との差として定義することができる。

$$\varepsilon = \theta_m - \sum \theta_i \quad (5)$$

(V) この ε は、計算機内部に設定したモデルが正しくないことにより発生するものであるから、 ε をゼロに収束させるために ART 法の手法を導入し、計算機内部に設定したモデルの修正を行なう。(4)式に示すように、各要素で偏向される角度 θ_i は、光路長に比例するものであると考えられるので、本研究では、ART 法における重み係数を光路長さと定義し、以下の処理を行なった。この定義より、要素 k が受けもつべき総屈折角の誤差 ε_k は、Fig. 3 の破線が示す被測定物体内の全光路長さを $L_{\text{all}} (= \sum L_i)$ とすることによって、(6)式として定義することができる。

$$\varepsilon_k \triangleq \varepsilon \frac{L_k}{L_{\text{all}}} \quad (6)$$

したがって、要素 k において ε_k に起因した光線の進行方向に垂直方向の屈折率の変化率の誤差 $[\partial n / \partial R]$ は、微小領域で線形であると考えると、(4)式より(7)式として定義できる。

$$\left[\frac{\partial n}{\partial R} \right] \triangleq \frac{\varepsilon_k n_a}{L_k} \quad (7)$$

$[\partial n / \partial R]$ は、進行方向に垂直な屈折率の変化率に対する誤差であるから、 x, y 各方向それぞれの屈折率の変化率の修正量へと変換しなければならない。本研究では、光線追跡において、要素 $k-1$ からの角度 ϕ_k であることより、 x, y 各方向に対する屈折率の変化率モデルの修正量を(8)式と定義した。

$$\left[\frac{\partial n}{\partial x} \right] \triangleq \left[\frac{\partial n}{\partial R} \right] \cos \phi_k, \quad \left[\frac{\partial n}{\partial y} \right] \triangleq \left[\frac{\partial n}{\partial R} \right] \sin \phi_k \quad (8)$$

この定義にもとづき、各要素における x, y 各方向の新たな屈折率の変化率モデルは、(9)式として定義することができます。

$$\left[\frac{\partial n_N}{\partial y} \right] \triangleq \left[\frac{\partial n_{N-1}}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial n}{\partial y} \right], \quad \left[\frac{\partial n_N}{\partial x} \right] \triangleq \left[\frac{\partial n_{N-1}}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial n}{\partial x} \right] \quad (9)$$

ただし、 N は修正回数を表わす整数 $[\partial n_N / \partial x]$ を(10)式に示すように x 方向(あるいは、 $[\partial n / \partial y]$ を y 方向)に処理することによって、屈折率分布モデルも構成ならびに修正することができる。

$$n(\Delta x \cdot N, y_1) \triangleq \sum_{k=1}^N \left[\frac{\partial n_k}{\partial x} \right]_{y=y_1} \cdot \Delta x + n_{x_0} \quad (10)$$

ただし、 Δx は微小領域の x 方向の長さであり、 n_{x_0} は、 $x=x_0$ における屈折率である。

(VI) 以上のような修正を、一回転多方向から繰り返し行ない、 ε がゼロに収束するまで(III), (IV), (V)の処理を繰り返し行なう。

以上のように、本手法は、多方向からの修正により、Fig. 3 の破線で示す光線追跡の仮想光路を、実線で示す実際の光路へと収束させることによって、屈折率分布を再構成しようとするものである。

3. 結果と検討

原理の正当性と測定精度を確認するために、シミュレーションならびにモアレデフレクトメトリの原理にもとづく実験を行なった。

3.1 シミュレーション結果

Fig. 5(A) に示すシミュレーションモデルに、 y 軸に平行な平行光を入射すると、被測定物体による総屈折角 θ は、光線追跡により Fig. 5(B) に示す結果とし

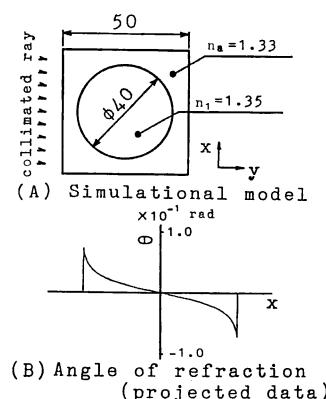


Fig. 5 Simulational model.

て求めることができる。この総屈折角に対して、前章に示した原理にもとづき、 x 軸方向の屈折率の変化率を 50×50 分割、72方向で求めた結果が、Fig. 6(A)である。また、屈折率の変化率を(10)式にもとづき x 方向に積分することにより求めた屈折率分布がFig. 6(B)である。中心部における測定精度は、 10^{-3} 程度であることがわかる。さらに、周辺部では、十分な精度を保っていないことがわかる。この問題は、サンプリング定理から考え、分割数の増加により解決可能であると考えられる。ここで、中心部における測定精度が、繰り返し回数により変化することが観察された。この結果を示したもののがFig. 7である。繰り返し回数に対し、測定精度は指數関数的に向上することがわかる。しかし、繰り返し回数が10回程度を越えると、飛躍的な改善は望めない。したがって、実際に利用する場合には、演算時間と精度

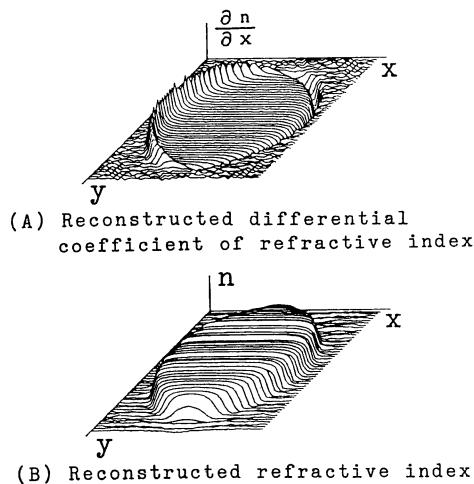


Fig. 6 Simulational results.

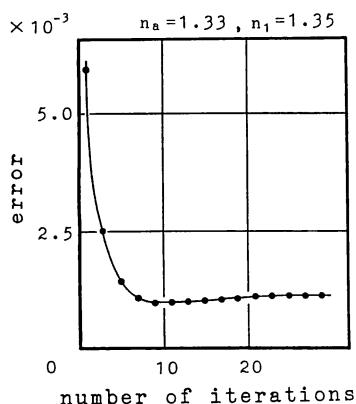


Fig. 7 The relationship between the error and number of iterations.

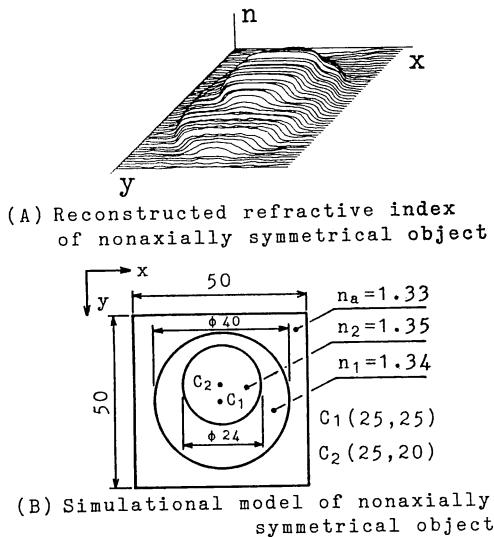


Fig. 8 Simulational result of nonaxially symmetrical object.

との関係で繰り返し回数を決定する必要があると考えられる。

一方、Fig. 8(B)に示す円筒状の2重構造をもつ屈折率分布の中心 C_1 , C_2 が一致していない軸対称でないモデルに対して、 50×50 分割、72方向で屈折率分布を再構成した結果がFig. 8(A)である。本報に示した3次元屈折率分布測定法は、軸対称でない被測定物体に対しても適用可能であることが確認できる。

3.2 蔗糖水溶液の屈折率分布測定結果

Fig. 9(A)に示すモアレデフレクトメトリの実験装置により、Fig. 9(B)に示す水槽内に設置された円筒状のポリエスチルフィルム内の蔗糖水溶液の総屈折角(Fig. 9(C))を測定し、本報に示す原理により屈折率分布を測定した。ここで、測定対象が、軸対称な円筒であることをを利用して、Fig. 9(C)に示す一方向からの総屈折角データを72方向すべてのデータとして、 50×50 分割で屈折率分布を再構成した結果が、Fig. 10である。実験に使用した蔗糖水溶液($n_m=1.35$)ならびに水槽の水($n_a=1.33$)の屈折率は、Duc de chanlles法¹⁶⁾により測定したもので、測定精度は、 10^{-2} 程度であり、精度を検討するための比較測定としては、不十分なものである。しかし、Fig. 10の結果において、モアレデフレクトメトリを用いた本手法が、少なくとも 10^{-2} の総合誤差範囲内で、屈折率分布を測定できることがわかった。今後より高い精度の比較測定を行なう必要があると考える。

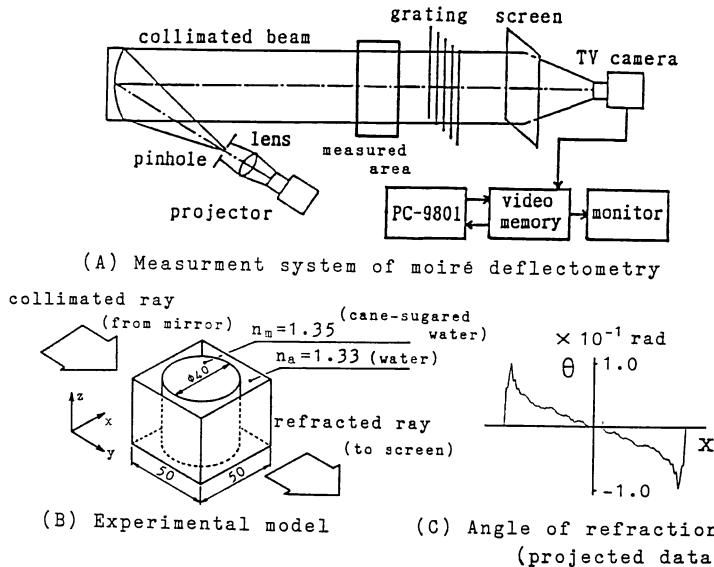


Fig. 9 Experimental system and model.

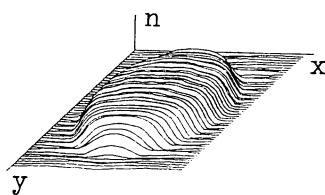


Fig. 10 Experimental result.

4. 結 言

本研究では、以下の事項を行ない、明らかにした。

- 1) 取扱いが容易なモアレデフレクトメトリによって測定した総屈折角をパラメータとすることにより、ART 法にもとづいた光の屈折現象を考慮することのできる屈折率分布再構成法を提案している。
- 2) 本手法は、軸対称でない被測定物体にも適用可能であることを示している。
- 3) 本手法の測定精度は、計算機シミュレーションにおいて、 10^{-3} 程度であることが確認され、また蔗糖水溶液を被測定物体とした実験において、 10^{-2} 以上の精度であることを確認した。

最後に、研究にあたって熱心にご助言ならびにご指導くださった大阪大学工学部応用物理学科横関俊介先生に心より感謝いたします。

文 献

- 1) 浅沼 強: 新版 流れの可視化ハンドブック (朝倉書店, 東京, 1986) pp. 291-439.

- 2) 一色尚次: “斜め影写真法による境界層温度分布測定法”, 日本機械学会誌, 75 (1972) 689-699.
- 3) E. Keren: “Measurements of temperature distribution of flames by Moiré deflectometry,” Appl. Opt., 20 (1981) 4263-4266.
- 4) 新井恭彦: “しま走査干渉計の手法による Moiré deflectometry”, 精密工学会誌, 54 (1988) 726-730.
- 5) N. Amano: “Reconstructed refractive index profile of optical fiber by refracted rays,” Symposium on Optical Fiber Measurements (1988) pp. 171-174.
- 6) O. Kafri: “Noncoherent method for mapping phase objects,” Opt. Lett. 5 (1980) 555-557.
- 7) 尾上守男: 医用画像処理 (朝倉書店, 東京, 1981) pp. 245-259.
- 8) 新井恭彦, 倉田忠雄: “Moiré deflectometry と CT 法を用いた三次元屈折率分布測定法”, 光学, 17 (1988) 656-660.
- 9) 岩田耕一: “三次元屈折率分布の測定”, 応用物理, 49 (1980) 487-495.
- 10) C. M. Vest: “Tomographic reconstruction of strongly refracting fields and its application to interferometric measurement of boundary layers,” Appl. Opt., 20 (1981) 2787-2794.
- 11) C. M. Vest: “Tomography for properties of materials that bend rays: a tutorial,” Appl. Opt., 24 (1985) 4089-4094.
- 12) C. M. Vest: “Refraction correction in holographic interferometry and tomography of transparent objects,” Appl. Opt., 26 (1987) 3919-3928.
- 13) H. Schomberg: “An improved approach to reconstructive ultrasound tomography,” J. Phys. D, 11 (1978) L 181.
- 14) J. H. Bruning: “Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surface and lenses,” Appl. Opt., 13 (1974) 2693-2703.
- 15) 新井恭彦: “縞走査干渉計の手法による高速かつ高分解能なモアレトポグラフィ法”, 光学, 15 (1986) 402-406.
- 16) 久保田広: 光学技術ハンドブック (朝倉書店, 東京, 1984) pp. 271-272.