

## 研究

## 劣化したカラー画像の最小2乗フィルタによる復元

谷内田益義・大山 永昭・本田 捷夫・辻内 順平\*

東京工業大学情報工学研究施設 〒227 横浜市緑区長津田町 4259

(1988年11月17日受理)

## Color Image Restoration Using Least Squares Filters

Masuyoshi YACHIDA, Nagaaki OHYAMA, Toshio HONDA and Jumpei TSUJUCHI\*

Imaging Science and Engineering Laboratory, Tokyo Institute of Technology,  
4259, Nagatsuta-cho, Midori-ku, Yokohama 227

We have already proposed a method to form a multi-dimensional color space for color images and the least-squares filter for restoring the blurred color images. In this paper, we derive a least-squares filter from a different method. Three methods of restoration are compared by computer simulation, and the proposed least squares filter shows the best result.

## 1. はじめに

近年の計算機や周辺装置の発達に伴い、画像処理の分野の研究も単色画像だけでなくカラー画像やマルチスペクトル画像へと拡大しつつある。これまで行われてきたカラー画像処理の研究は、単色画像に対する手法をカラー画像を構成する各画像に独立に作用させるものと、単色画像の手法を多次元空間へ拡張したものに大別できる。しかしながら、このような単色画像に対する手法の単なる延長でよいのか、あるいはカラー画像がどのような性質をもち、それを活かすにはどのような手法が考えられるのかなど未解決の部分が多い。

単色画像に対しては多くの研究が行なわれている劣化画像復元の問題<sup>1)</sup>に限ってみても、カラー画像に対する研究の報告が行なわれるようになってきた。単色画像に対する手法をカラー画像を構成する各画像に独立に作用させる手法の例としては、Bescos<sup>2)</sup>らの研究と Pearlman<sup>3)</sup>の研究があげられる。Bescosらは色収差によって劣化したカラー画像を復元する際、画像をXYZ表色系で表現し、各波長での劣化関数を等色関数で加重平均

したものを各成分画像の劣化関数とし、それぞれ独立にウィナーフィルタによって復元する手法を報告している。また Pearlmanは、NTSCのYIQ表色系を三次元直交座標で表現し、Y成分とIQ成分を異なった評価法によって復元する手法を報告している。

これに対して単色画像の手法を多次元空間へ拡張したものとしては、Hunt<sup>3)</sup>らによる研究と大山ら<sup>4)</sup>による研究があげられる。Huntらはカラー画像の三刺激値を求める際の等色関数が直交していないことを考慮して、各成分画像間の相関を波長方向の等色関数の内積による部分とそれとは独立な空間的な相関による部分との積で表現するモデルを提案し、各成分画像の劣化が等しい場合には、これを波長方向にKL変換して無相関にすることで最小2乗推定による復元に必要な演算量を減らす手法を報告している。これに対し大山らは各波長成分が直交している多次元色空間を定義し、一般の色座標系を多次元空間からの射影として表現したカラー画像のモデルを提案し、最小2乗推定による劣化復元の手法を示している。

本論文では、すでに報告されているカラー画像のモデルに従い、異なった導出方法によって最小2乗推定のための復元フィルタを導く。また、一般のカラー画像は各成分画像間の相関が高いという性質をもつが、色座標系の各座標軸間の角度を変化させることによって復元フィ

\* 現在：千葉大学工学部画像工学科 〒260 千葉市弥生町 1-33

Present address: Department of Image Science and Engineering, Faculty of Engineering, Chiba University, 1-33, Yayoi-cho, Chiba 260

ルタを求める際の互いの相関関数の与える影響を変化させることについても触れる。

## 2. 色空間のモデル<sup>4)</sup>

物体の色は、分光エネルギー分布  $Le_\lambda$  によって定まる。グラスマンの法則により互いに独立な三つの原色の加法混色によって色を再現できることが知られているので、CIE (1964) XYZ 表色系、NTSC の RGB 系などに代表されるように色は三つの値で表現される。それぞれの表色系の原色は等色関数  $x_i(\lambda)$  ( $i=1, 2, 3$ ) により定義され、その値は分光エネルギー分布  $Le_\lambda$  との積分

$$X_i = \int Le_\lambda \cdot x_i(\lambda) d\lambda \quad (1)$$

または

$$X_i = \sum_{\lambda} Le_\lambda \cdot x_i(\lambda) \Delta\lambda \quad (2)$$

によって与えられる。与えられた三つの値は通常3次元座標系内の一点として扱われ、ベクトル表示される。

異なる等色関数によっていくつかの表色系が定義されているが、互いに一次変換で関係付けられている。たとえば CIE の XYZ 系と NTSC の RGB 系との間には次の関係がある<sup>5)</sup>。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6067 & 0.1736 & 0.2001 \\ 0.2988 & 0.5868 & 0.1144 \\ 0.0000 & 0.0661 & 1.1150 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで注意すべきことは、等色関数の直交性を考慮せずに適当な表色系で直交座標系を定義すると、表色系の変更によってベクトル同士のなす角度が変化してしまう点である。これは、このような座標系の取り方では、表色系の選び方によって最小2乗推定などを行なう際の評価が異なってくることを意味している。

この問題を解決するために次のような多次元に拡張した色空間の数学的なモデルを考える。波長ごとに次元を与えた  $N$  次元空間により、分光エネルギー分布を次のように表現する。

$$\mathbf{L}e = \sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_N} Le_\lambda \cdot \mathbf{e}_\lambda \quad (4)$$

ここで  $\mathbf{e}_\lambda$  はそれぞれの波長ごとに与えた次元における単位ベクトルで、 $\mathbf{L}e$  はこの色の  $N$  次元ベクトル表現である。波長で与えられた次元は互いに直交しているものとし、単位ベクトル  $\mathbf{e}_\lambda$  は、

$$\mathbf{e}_{\lambda_i} \cdot \mathbf{e}_{\lambda_j} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

を満たすものとする。

一般に色を表現するのに用いる3次元座標系は、ここ

**Table 1** Angles and dot products between unit vectors of color coordinates.

Coordinate	Axes	Angle (degree)	Dot product
CIE	X-Y	40.5	0.760
1976	Y-Z	85.3	0.082
XYZ	Z-X	75.3	0.254
NTSC	R-G	79.6	0.180
RGB	G-B	99.9	-0.172
	B-R	85.1	0.086

で定義した  $N$  次元色空間から3次元座標への射影と考慮して定義する。3次元座標の  $i$  番目の座標軸上の単位ベクトル  $\mathbf{e}_i$  は、

$$\mathbf{e}_i = \sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_N} x_i(\lambda) \mathbf{e}_\lambda \quad (6)$$

$$\sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_N} |x_i(\lambda)|^2 = 1 \quad (7)$$

となる。(4)式で表現される  $N$  次元空間のある色の分光エネルギー分布  $Le_\lambda$  の3次元座標軸  $x_i$  への射影は、

$$\begin{aligned} X_i &= \mathbf{L}e \cdot \mathbf{e}_i \\ &= \sum_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_N} Le_\lambda \cdot x_i(\lambda) \end{aligned} \quad (8)$$

となり、(2)式と同様の表現と見ることができる。(6)式のように画像を表現する3次元座標系での単位ベクトル  $\mathbf{e}_i$  を定義し等色関数より各座標軸のなす角度を求めると、Table 1 に示すように XYZ, RGB などの表色系では各座標軸は互いに直交しない。しかし、このように定義した3次元座標系では(3)式のような表色系間の変換により各座標軸間の角度が変化しないので、どの表色系を用いても同様の数学的評価が可能となる。

## 3. 最小2乗フィルタ

通常カラー画像は RGB 三つの画像で表現されるので、ある画素の情報を3次元空間内のベクトルとして表現する。画素の位置を2次元ベクトル  $\mathbf{r}$ 、RGB それぞれの値を  $f_i(\mathbf{r})$  ( $i=1, 2, 3$ ) で表わせば、カラー画像は次のように表現できる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^3 f_i(\mathbf{r}) \mathbf{e}_i \quad (9)$$

ただし  $\mathbf{e}_i$  は、(6)式で示した RGB 座標上の単位ベクトルである。このベクトル表現を用いて、RGB 画像がそれぞれ異なったスペース・インバリエントな劣化関数とノイズによって劣化する画像劣化のモデルを次のように表現する。

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{h}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \Delta \mathbf{f}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \mathbf{n}(\mathbf{r}) \quad (10)$$

ここで  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  はそれぞれ均質な確率場に属する劣化した画像, 劣化を受けていない原画像, ノイズであり,  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  は劣化関数である. また, 演算  $\Delta$  は

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}_1) \Delta \mathbf{f}(\mathbf{r}_2) = \sum_{i=1}^3 h_i(\mathbf{r}_1) f_i(\mathbf{r}_2) \mathbf{e}_i \quad (11)$$

と定義する. 劣化画像  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  からの  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  の線形推定  $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$  を

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{m}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \Delta \mathbf{g}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (12)$$

とすれば,  $E$  を確率場の平均値を求める演算として, 平均2乗誤差

$$e = E[\{\mathbf{f}(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r})\}^2] \quad (13)$$

を最小とするフィルタ  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$  が最小2乗フィルタとなる. (13)式に(12)式を代入すると, 次のようになる.

$$\begin{aligned} e^2 &= [\{\mathbf{f}(\mathbf{r}) - \int \mathbf{m}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \Delta \mathbf{g}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'\}^2] \\ &= E[\sum_i \sum_j a_{ij} \{f_i(\mathbf{r}) f_j(\mathbf{s}) \\ &\quad - f_i(\mathbf{r}) \int m_j(\mathbf{s}-\mathbf{s}') g_j(\mathbf{s}') d\mathbf{s}' \\ &\quad - \int m_i(\mathbf{r}-\mathbf{r}') g_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' f_j(\mathbf{s}) \\ &\quad + \int m_i(\mathbf{r}-\mathbf{r}') g_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &\quad \times \int m_j(\mathbf{s}-\mathbf{s}') g_j(\mathbf{s}') d\mathbf{s}'\}] \quad (14) \end{aligned}$$

ここで, 各座標軸間の単位ベクトル間の内積値  $a_{ij}$  は

$$a_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (15)$$

である.

文献4)では, 最小2乗フィルタ以外のフィルタを用いると平均2乗誤差が増加するという条件により最小2乗フィルタを導出したが, ここでは(14)式を直接微分することによりフィルタを導出する.

平均2乗誤差  $e^2$  を最小とする  $m_i(\mathbf{r})$  を求めるため, (14)式を  $m_k(\mathbf{t})$  で微分し, 式の値をゼロとおく.  $f_i(\mathbf{r})$  と  $g_j(\mathbf{r})$  の相互相関関数を

$$Rf_i g_j(\mathbf{r}-\mathbf{s}) = E\{f_i(\mathbf{r}) g_j(\mathbf{s})\} \quad (16)$$

で表わせば,  $\mathbf{x} = \mathbf{r} - \mathbf{s}$  として

$$\begin{aligned} \frac{\partial e^2}{\partial m_k(\mathbf{t})} &= - \sum_i a_{ik} \{Rf_i g_k(\mathbf{t} + \mathbf{x}) + Rg_k f_i(\mathbf{x} - \mathbf{t})\} \\ &\quad + \sum_i a_{ik} \left\{ \int m_i(\mathbf{x} + \mathbf{t} - \mathbf{r}') Rg_i g_k(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right. \\ &\quad \left. + \int m_i(\mathbf{t} - \mathbf{x} + \mathbf{r}') Rg_k g_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} \\ &= 0 \quad (k=1, 2, 3) \quad (17) \end{aligned}$$

となる. ここで,

$$a_{ij} = a_{ji}$$

という関係を用いた. (17)式をフーリエ変換し, 共通な定数項を消去する. 相互相関関数のフーリエ変換である相互スペクトル密度を  $Sf_i g_j(\mathbf{u})$  を用いて表わすと,

$$\begin{aligned} &- \sum_i a_{ik} \{Sf_i g_k(\mathbf{u}) + Sg_k f_i^*(\mathbf{u})\} \\ &+ \sum_i a_{ik} M_i(\mathbf{u}) \{Sg_i g_k(\mathbf{u}) + Sg_k g_i^*(\mathbf{u})\} \\ &= 0 \quad (k=1, 2, 3) \quad (18) \end{aligned}$$

となる.  $M_i(\mathbf{u})$  はフィルタ  $m_i(\mathbf{r})$  のフーリエ変換,  $*$  は複素共役を表わす. 相互スペクトル密度の

$$Sf_i g_k(\mathbf{u}) = Sg_k f_i^*(\mathbf{u})$$

という性質を用いて(18)式を変形すると,

$$\begin{aligned} \sum_i a_{ij} Sf_i g_j(\mathbf{u}) &= \sum_i a_{ij} M_i(\mathbf{u}) Sg_i g_j(\mathbf{u}) \\ (j=1, 2, 3) \quad (19) \end{aligned}$$

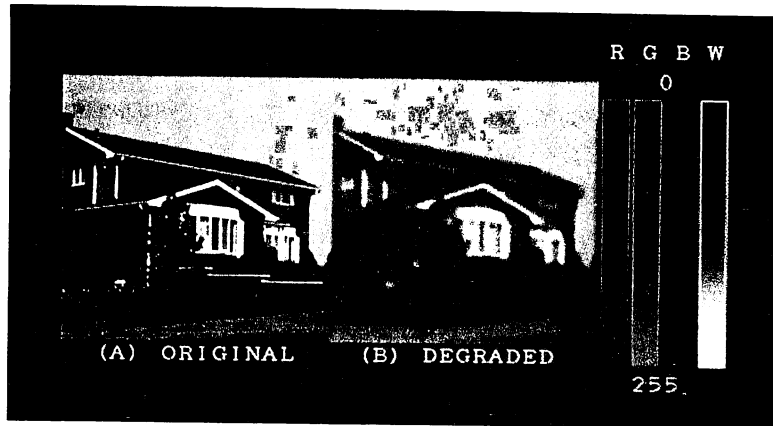
となる. (19)式を空間周波数を表わす  $\mathbf{u}$  を省略し, 行列表示して書き直せば

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} a_{11} Sg_1 g_1 & a_{21} Sg_2 g_1 & a_{31} Sg_3 g_1 \\ a_{12} Sg_1 g_2 & a_{22} Sg_2 g_2 & a_{32} Sg_3 g_2 \\ a_{13} Sg_1 g_3 & a_{23} Sg_2 g_3 & a_{33} Sg_3 g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum a_{i1} S f_i g_1 \\ \sum a_{i2} S f_i g_2 \\ \sum a_{i3} S f_i g_3 \end{bmatrix} \quad (20) \end{aligned}$$

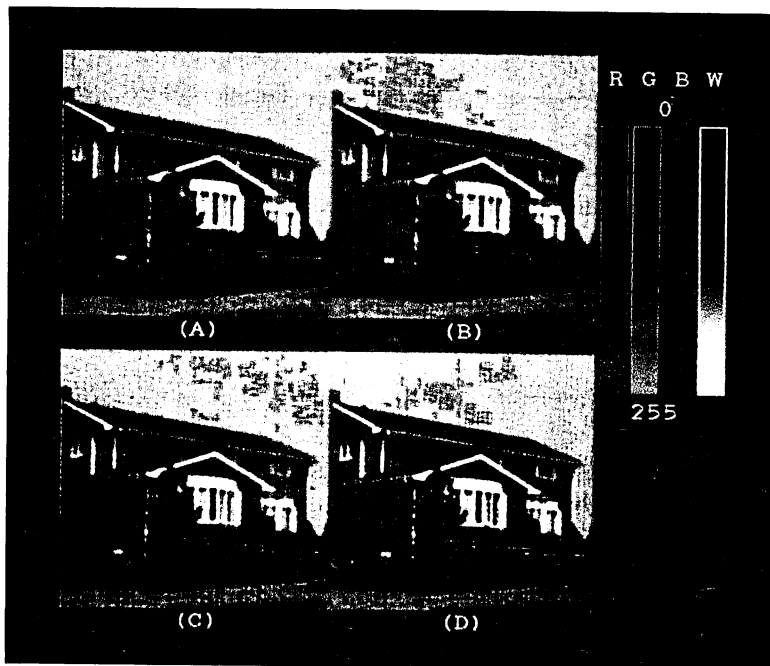
となり, それぞれの空間周波数でこの行列式を解くことで, フーリエ面でのフィルタ  $\mathbf{M}(\mathbf{u})$  を求めることができる. 導出は異なるが, この(20)式は文献4)で示されたものと一致している. (20)式中で色座標の座標軸が互いに直交している場合には行列式の対角成分以外の成分がゼロとなり, フィルタは三つの成分の画像に対し, それぞれ独立に最小2乗フィルタとして求めたものに一致する. また, (20)式中の左辺の行列は確率場のエルゴード性を仮定すれば劣化画像から求められるので, 実際にフィルタを求めるには単色画像の場合と同様に原画像と劣化画像の相互スペクトル密度の知識が必要となる.

#### 4. 計算機によるシミュレーション

以上述べた手法の効果を確認するため, 計算機によるシミュレーションを行なった. 対象にした画像は 256×256 の大きさで RGB 3枚の画像から構成されている. 画像は理想的な NTSC の RGB の特性に従った入力系によって記録されたものとし, 計算上必要となる RGB 各座標軸間の角度は Table 1 に示した値を用いた. 画像は(10)式に従い RGB で異なった劣化関数とノイズによって劣化させた. 劣化関数は焦点はずれを想定し, 幾何光学の近似によって Circ 関数になるものとした<sup>8)</sup>.



**Fig. 1** Original image (A) and a degraded image (B). Original image is blurred by circ functions of radius 3, 4 and 5 in  $R$ ,  $G$  and  $B$  images respectively, and then added zero mean Gaussian random noises independently.



**Fig. 2** Restored images from the degraded image. (A) is restored by a least square filter in Eq. (20). (B) is restored by least squares filters for monochromatic images on  $R$ ,  $G$  and  $B$  images independently. (C) is composed of the luminance image which is restored by a least squares filter and the color information image of degraded image. (D) is restored by a filter in Eq. (20) with changing the angles between axes of the color coordinate. In this case the angles between  $RG$ ,  $GB$  and  $BR$  axes are changed to 39.9, 49.9 and 44.5 degrees respectively.

$RGB$  各画像では半径がそれぞれ 3, 4, 5 ピクセルとなる Circ 関数を用いた。その後平均値ゼロのガウス分布に従う白色ノイズを  $RGB$  独立に標準偏差が 256 階調中 10 となるように加えた。Fig. 1 に原画像と劣化画像を

示す。この劣化画像を画像  $f(\mathbf{r})$  とノイズ  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  が無相関であることを仮定し、以下に示す三つの手法により復元した。その復元結果を Fig. 2 に示す。

Fig. 2(A)は(20)式より求まるフィルタによる復元画

像である。Fig. 2(B)は、RGB 画像をそれぞれ独立な単色画像であると考え、単色画像に対する最小2乗フィルタで復元を行なった復元画像である。これは(20)式で、 $a_{ij}=0 (i \neq j)$ とした場合に相当する。Fig. 2(C)は、劣化画像から明るさ成分の画像のみを取り出し、これに対し復元を行なった復元画像である。

いくつかの論文でも明るさ成分の画像のみの復元が報告されている。これは、一般のカラー画像の色空間での分布をKL変換すると明るさに相当する方向の成分が第一主成分になり全エネルギーの9割程度となるからである<sup>3,9)</sup>。(20)式のフィルタと関係づければ、RGB空間で表わされた画像を3次元色空間内でKL変換し、第1主成分のみを復元することに対応する。

Fig. 2(C)の復元例では、明るさの成分としてXYZ座標系のYを選び、文献6)の手法に従ってY成分の画像と色成分の画像に分け、Y成分の画像のみ単色画像に対する最小2乗フィルタで復元を行なった。最終的なカラーの復元画像は、復元したY成分と復元を行なわない色成分と合わせて再構成した。明るさの成分としてY成分をとったので、劣化関数もRGBの各劣化関数を(3)式中のRGBからYへ変換する際の重みで加重平均したものを用いた。

以上の手法に従って復元した画像の数値的な評価は、(9)式で表現した色座標系内の2乗誤差

$$e_N = \int [ \{f(r) - \hat{f}(r)\}^2 ] dr \quad (21)$$

によって評価する方法と、明るさの2乗誤差と色の2乗誤差

$$e_Y = \int [ \{Y(r) - \hat{Y}(r)\}^2 ] dr \quad (22)$$

$$e_{uv} = \int [ \{u'(r) - \hat{u}'(r)\}^2 + \{v'(r) - \hat{v}'(r)\}^2 ] dr \quad (23)$$

に分けて別々に評価する方法の2種類を用いて行なった。ここで明るさとしてはYを、色としてはUCS色度図中の $u'/v'$ を用いた。劣化画像、復元画像の評価値をTable 2に示す。

Table 2 Square errors in the degraded and restored images.

Image	Figure	$e_N$	$e_Y$	$e_{uv}$
Degraded	1(B)	0.01959	0.04915	0.01262
Filtered by Eq. (20)	2(A)	0.00906	0.03320	0.00977
RGB independent	2(B)	0.00916	0.03385	0.00938
Luminance only	2(C)	0.01334	0.03720	0.01266
Modified angle	2(D)	0.01154	0.03100	0.01591

## 5. 考 察

Table 1 からわかるように、ここで用いたRGB座標系が直交座標系に近いので、視覚的に受ける差はあまり大きくないが、復元画像の数値的な評価では(20)式のフィルタに従って復元したものが良好な結果を示している。RGB独立に復元したものと比較すると、ここで用いたRGB座標系は互いの座標軸間の角度を狭めた形になっているためにベクトルの大きさに対応する明るさの誤差が小さくなり、方向に対応する色の誤差が増えている。

色座標系の座標軸間の角度を変化させると、(20)式でRGB各バンド間の相互スペクトル密度の影響を変えることができる。たとえば座標軸間の角度を狭くすると、RGB画像間の相互スペクトル密度の与える影響を高くすることができる。一例を示せば、RG, GB, BRの各座標軸間の角度をそれぞれ39.9°, 49.3°, 44.6°とした場合の復元画像をFig. 2(D)に、前述の方法に従った画像の評価値をTable 2の下段に示す。(20)式で座標軸間の角度を変化させなかった場合と比較して、色の誤差は大きくなっているが明るさの誤差はむしろ小さくなっており、人間の視覚的な評価ではこの画像がよい印象を与えている点は興味深い。

## 6. お わ り に

本論文では、最小2乗フィルタによる劣化したカラー画像の復元について述べ、計算機によるシミュレーションでその効果を確かめた。一般のカラー画像はRGB各成分画像間の相関が高いという特徴をもつが、ここで用いたカラー画像のモデルを含め、これまでに報告されているカラー画像の劣化復元に関する研究ではこの点を考慮していない。しかし、ここで用いたモデルでは色座標系を変化させることである程度この特徴を利用できることを示した。カラー画像のもつこの特徴を十分に活かせばさらに効果的な復元手法が導けるものではないかと期待される。

## 文 献

- 1) J. Bescos, J.H. Altamirano, A. Santisteban and J. Santamaria: "Digital restoration models for color imaging," Appl. Opt., 27 (1988) 419-425.
- 2) W.A. Pearlman: "Visual-error criterion for color-image processing," J. Opt. Soc. Am., 57 (1982) 1001-1007.
- 3) B.R. Hunt and O. Kulber: "Karhunen-Loeve multi spectral image restoration Part I: Theory," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., ASSP-32

- (1984) 592-600.
- 4) N. Ohyama, M. Yachida, E. Badique, J. Tsujiuchi and T. Honda: "Least-squares filter for color-image restoration," *J. Opt. Soc. Am. A*, **5** (1988) 19-24.
  - 5) 日本色彩学会編: 色彩工学ハンドブック (東京大学出版会, 東京, 1980).
  - 6) N. Ohyama, K. Suzuki, T. Honda, J. Tsujiuchi, R. Ono and S. Ikeda: "Digital processing of endoscopic color images," *Opt. Commun.*, **55** (1985) 242-245.
  - 7) M. C. Andrew and B. R. Hunt: *Digital Image Restoration* (Prentice-Hall, New Jersey, 1977).
  - 8) J. W. Goodman: *Introduction to Fourier Optics* (McGraw Hill, New York, 1968).
  - 9) 谷内田益義, 大山永昭, 本田捷夫, 辻内順平: "色情報を考慮したカラー画像処理の一手法", 第16回画像工学コンファレンス論文集 (1985) pp. 101-104.