

研究

シミュレーテッドアニーリングによる
血管像の3次元再構成

羽石 秀昭・増田 忠昭・大山 永昭・本田 捷夫

東京工業大学像情報工学研究施設 〒227 横浜市緑区長津田町 4259

(1989年12月8日受付, 1990年5月9日受理)

3D Blood Vessel Imaging by Simulated Annealing
—Discussion of Feasibility—

Hideaki HANEISHI, Tadaaki MASUDA, Nagaaki OHYAMA and Toshio HONDA

Imaging Science and Engineering Laboratory, Tokyo Institute of Technology,
4259, Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama 227

(Received December 8, 1989; Accepted May 9, 1990)

In the ill-posed image reconstruction, an introduction of *a priori* knowledges into the algorithm is found to be useful to achieve good reconstruction. However, this introduction is sometimes difficult because of its complexity. We consider simulated annealing is one of most suitable algorithm for this problem. In this paper, we focus on 3D blood vessel imaging which we have proposed as an example of image reconstruction by simulated annealing. After giving review of proposed imaging system and reconstruction algorithm, noise performance and feasibility of this method are discussed through computer simulation.

1. はじめに

通常, 画像再構成問題では, 観測されるデータから何らかのアルゴリズムを用いて再構成を行い, 再生像を得る. しかしこの問題の中には, 再構成しようとする画像の画素数に比べて観測データ数が不足した, いわゆる非正則 (singular) となっている場合もしばしばあり, そのような場合には, 一般に良好な再生像は得られない. しかし対象物体に関する先見的な知識を再構成の際に反映できれば, 望ましい画像を得ることが可能になる. 先見情報は問題に応じてさまざまであるが, 一般にその導入によって問題は複雑になるため, これを解くためには再構成アルゴリズムを適切に選択することが不可欠である. われわれは, このような問題を解くために適したアルゴリズムのひとつとしてシミュレーテッドアニーリングと呼ばれる方法を取り上げる.

シミュレーテッドアニーリングは統計熱力学との類推に基づいた, モンテカルロ法的なアルゴリズムであり, 最適化問題に対する一つの解法として提案されたもので

ある¹⁾. このアルゴリズムは, ローカルミニマムにトラップされることなく大局的な最適解を与えうる特徴を持ち, またこれにより複雑な拘束条件を導入することができるため, 上記のような画像再構成問題によく整合する.

われわれはこれまで, 非正則の再構成問題に対してシミュレーテッドアニーリングを用いた例を二, 三検討してきたが²⁻⁶⁾, 本論文では, その中から血管像の3次元再構成に焦点を当てる. 血管系, とくに冠状動脈など心臓の周りの血管系を3次元的に再構成しそれを視覚化することは, 医学的な見地から非常に重要であるが, この要求を十分満足するシステムは未だ確立されていない. このような背景に基づき, これまでの報告³⁾では, 血管像再構成のためのシステムと再構成アルゴリズムを提案し, 簡単な計算機シミュレーションにより原理を確認した. 今回はさらにノイズに対する検討を加えると同時に, より現実に近いモデルを用いてシミュレーションを行い, 本手法の実現可能性を検討したのでここに報告する. 以下では, 血管像再構成のためのイメージングシス

テムと、再構成アルゴリズムの具体的な手順について述べた後、今回の計算機シミュレーションの結果を示す。

2. イメージングシステムと拘束条件

心臓血管を再構成の対象とした場合には、その激しい動きのために、多方向の投影データを必要とする通常のX線CTなどは適用できない。これにかわる方法として提案されているのは、動脈造影を施した後に異なる2方向からのX線撮影を行い、これらの画像の対応関係から、血管の位置や構造を求める方法である⁷⁾。しかしこの方法では、動脈造影の際に患者に大きな負担がかかるという欠点がある。一方、静脈造影の場合には血管だけでなく、心臓全体が投影データに寄与してしまうため、血管の構造を把握することが不可能になる。

これに対し本論文では、静脈造影による、心臓まで含めた血管の3次元再構成を目標として、投影方向数を増やしたイメージングシステムを想定している。すなわち、Fig. 1 に示すように2次元ディテクタと数個のX線源を対象物体の周りに配置し、血管造影された物体に対して同時爆射を行い投影データを得る。実際には、血管像の再構成をより容易にするために、造影剤の投与前後の画像間のサブトラクションを利用することを想定している。このような方法によって、心臓等の動きのある物体でも、モーションアーチファクトを避けることが可能となる。

しかしこの場合でも、得られる投影方向数は、一般的なCTに比べるときわめて少ない。結局この再構成問題では、再構成する画素数に比べて得られているデータ数の方がはるかに少なく、得られたデータだけでは良好な再生像は望めない。そこで次に、物体に関する先験的な知識を再構成の際の拘束条件として導入することを考える。

いま、再構成の対象が、造影剤の投与された血管であるということに着目すると、再生像は次のような固有の特徴をもつと考えられる。

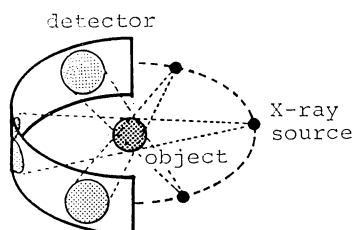


Fig. 1 Imaging schema for blood vessel reconstruction.

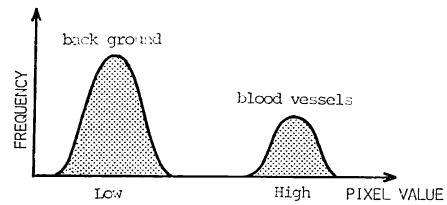


Fig. 2 An expected histogram of the object to be reconstructed.

- ① 再生像の画素値の生起確率分布もしくはヒストグラムはおおよそ予想され、血管部分と背景部分に対応したほぼ二つの領域に分かれる (high レベルと low レベル: Fig. 2 参照)。
 - ② 血管や心臓に対応する画素 (high レベル) は空間的に連続しており、孤立点は存在しない。
- この二つを拘束条件として再構成アルゴリズムに導入すればよいことになる。

3. 血管像再構成のためのアルゴリズム

3.1 基本アルゴリズム

シミュレーテッドアニーリングは、問題に応じた目的関数 (コスト関数) を設定し、この関数の大域的な最小点を探索するアルゴリズムである。このアルゴリズムの基本的な手順についてはいくつかの論文等で報告されているが^{1,8-11)}、ここでは、画像再構成に適用した場合の基本的な手順について、簡単に復習しておく。

推定はまず任意の推定画像からスタートし、再構成しようとする各画素の一つ一つに着目し、それぞれにグレインと呼ばれる微小変化を試みに与える。次に、このときのコスト関数の変化 (ΔE) を調べ、その変化が負なら、コスト関数を下げる好ましい変化としてこのグレインを受け入れて画素値を更新する。一方、 ΔE が正の場合には、このグレインを以下に示す確率で受け入れる。

$$p(\Delta E) = \exp(-\Delta E/T) \quad (1)$$

ここで T は温度と呼ばれるパラメータである。以上の処理を各画素に対して続けていると、やがてコスト関数を増やすグレインの中で実際に受け入れられた数と、コスト関数を減らすグレインの数が平均的にみても等しくなる、いわゆる熱平衡状態に達する。この状態で、解は一意的に定まらずゆらいていることになるが、このゆらぎの幅をコントロールしているのが温度 T である。その後温度 T をあらかじめ決められたスケジュールにしたがって下げ、再び熱平衡に達するまで繰り返す。このような手順を繰り返し、温度が十分下がったら処理を終了

する。

以上のような手順に従って推定を進めることで、大局的な最適解が得られる。この際、温度を徐々に下げることが要求され、急な冷却ではローカルミニマムにトラップされる危険性がある。ちなみに今回の計算機シミュレーションにおいては、冷却のサイクルを k 、このときの、(1)式における温度を T_k としたとき、

$$T_k = T_0 / (1 + k) \quad (2)$$

というスケジュールでアニーリングを行っている⁹⁾。すなわち初期温度を T_0 としたとき、最初の熱平衡の後で設定する温度は $T_1 = T_0/2$ であり、以下、熱平衡に達するごとに、 $T_2 = T_0/3$ 、 $T_3 = T_0/4$ という具合に温度を下げていく。

3.2 拘束条件を導入した場合の計算手順

上記の基本アルゴリズムに対して、拘束条件を導入した場合の画素値の更新手順を以下に示す。

まず拘束条件を導入したコスト関数を式を用いて表現すると、

$$E = E_s + w_h E_h + w_c E_c \quad (3)$$

と書ける。ここでそれぞれの項は次のような役割をもつ。

- ① E_s : 実際に得られた投影データと推定画像を再投影して得られる投影データとの2乗誤差であり、画像再構成問題では最も基本となる項。
- ② E_h : 画素値の分布を制御する項。たとえば Fig. 2 に示すような生起確率分布もしくはヒストグラムが既知の場合はその逆関数などで設定し (Fig. 3-a)、画素値の取りうる範囲のみが既知の場合には、Fig. 3-b のように井戸型の関数を用いて、領域を制限する。
- ③ E_c : 連続性を制御する項。注目している画素の周りの画素値を参照して、血管に連続する場合は負に、孤立するような場合には正に作用する。具体的には以下で述べる。

また(3)式において、 w_h 、 w_c は E_s に対して適当なバランスを持たせるための重みであり、実際の値については後述する。

シミュレーテッドアニーリングにおいて試みに与えるグレインのサイズは、通常は全体のレンジに対して十分小さく設定しておく。しかし、この問題の場合には、Fig. 3 に示すように、生起確率に関するコスト関数が高いポテンシャルの壁をもつため、これを越えられるように2割程度の確率で反対側の領域にジャンプできる大きなグレインを与えることにする。

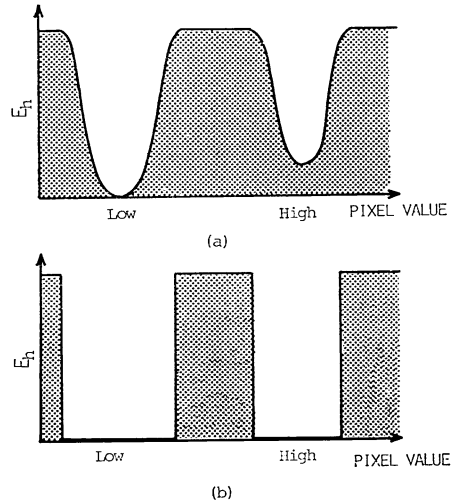


Fig. 3 Histogram term E_h in the cost function. (a) Case that histogram of pixel value is known. (b) Case that only range of pixel value is known.

グレインを与えたことによるコスト関数の変化分 ΔE は

$$\Delta E = \Delta E_s + w_h \Delta E_h + w_c \Delta E_c \quad (4)$$

と表される。このうち第1項は、注目している画素が関与する投影データについて、その2乗誤差の変化分を調べればよい。第2項は Fig. 3 に示したコスト関数のテーブルから変化分を計算する。第3項については以下のように求める。

$$\Delta E_c = p \cdot s \quad (5)$$

ここで p は画素値のジャンプの方向によって決まるファクタで次のように定義する。

$$p = \begin{cases} 1 & \dots \text{high から low へジャンプ} \\ -1 & \dots \text{low " high " } \\ 0 & \dots \text{ジャンプしない} \end{cases} \quad (6)$$

また s は血管の空間的な連続性を表すファクタであり、注目する画素 (ボクセル) の周囲 26 画素のなかで high レベルになっているものの個数を m として、

$$s = \begin{cases} m/26 & (m \neq 0) \\ -1 & (m = 0) \end{cases} \quad (7)$$

としている。 ΔE_c をこのように設定することによって、high レベルが連続するようになる。

以上のように、拘束条件を導入した形で ΔE が定義されたので、あとは、基本アルゴリズムにしたがって推定を進めていけばよい。Fig. 4 に、以下の3次元再構成シミュレーションのなかで実際に行っている画素値の更新手順を示しておく。ここでは Fig. 3-b に示すような井戸型のコスト関数を想定しているため、実際には

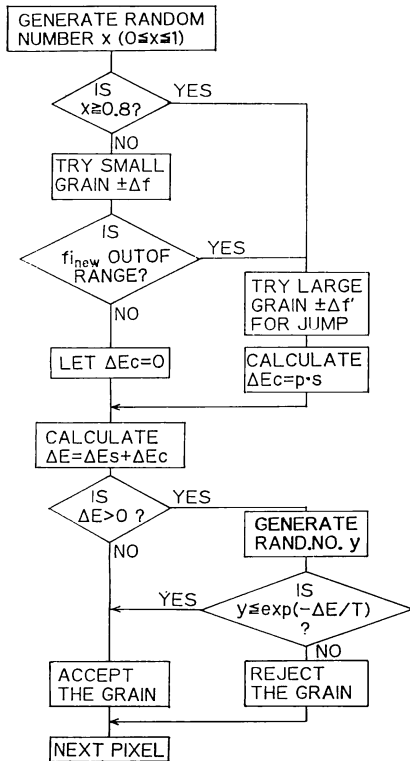


Fig. 4 Updating procedure of each pixel.

ΔE_h は計算せず、ジャンプによってのみ、この拘束条件を考慮している。したがって重み w_h は設定する必要はないが、あえて式として表現するなら $w_h = \infty$ となる。また、 w_c はシミュレーションでは2という値を設定した。

4. 計算機シミュレーション

4.1 ノイズに関する検討

ここでは、拘束条件を導入した本手法の、ノイズに対する振舞いを検討する。統計的な特性を見る必要があるため、計算時間の都合上物体の次元を減らし、2次元の再構成で検討した。このような場合でも拘束条件の効果を調べるには十分であると考えられる。ここでは Fig. 1 のようなシステムにおいて、X線管球列がつくる面(ミッドプレーンと呼ぶことにする)内を再構成の対象とする。

原物体として想定したパターンを Fig. 5 左上に示す。物体は 32×32 ピクセルで表現されているが、実際の再構成領域は、円形に切り出した部分であり、約 710 個のピクセルから成る。ここで白い部分 (high レベル) は血管に対応し、黒い部分は背景 (low レベル) に対応するものとする。またこのイメージングシステムのX線

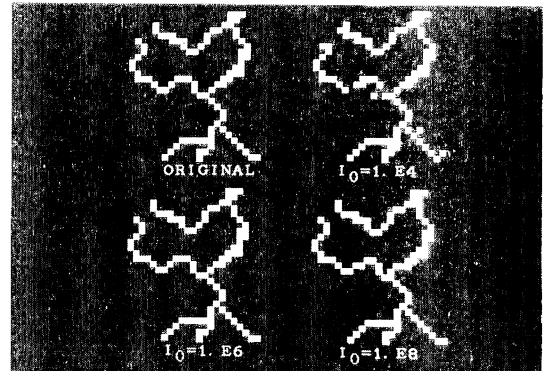


Fig. 5 Original object and examples of reconstructed images. For over $I_0 = 10^6$ (1. E6), reconstructed images are almost close to the original one.

管球数は 10 個、ミッドプレーン上のディテクタエレメント数は 300 とし、物体の各ピクセルからディテクタエレメントへの寄与は簡単のために 0 次補間で近似した。

提案するシステムはX線を用いたものであるため、ノイズとしてはフォトンノイズが最も支配的であると考えられる。そこで本シミュレーションにおいても、フォトンノイズの再生像への影響を調べた。ここでは、物体に入射するフォトン数を I_0 とし、物体の透過にとまって I_0 から減衰したX線強度に対してフォトンノイズを加え、観測データとする。実際にこの物体を透過してディテクタに入射するフォトン数は、 I_0 に対して最大で約 1/500 程度に減衰するものと仮定した。またフォトンノイズは、各ディテクタで検出される平均フォトン数の平方根を標準偏差とするガウスノイズで近似した。

入射フォトン数が $I_0 = 10^4, 10^5, 10^6$ の場合の再生像の一例を Fig. 5 に示す。 I_0 をパラメータとして、20 回同じ再構成を行い、high レベルと low レベルとを誤って再構成したピクセル数を調べたところ、 $I_0 = 10^5$ 以上では平均のエラー数は 10 以下であった。全体のピクセル数が約 710 であることから考えると、このノイズによるエラーはほとんど無視できる程度である。この結果に基づけば、実際に構築するシステムで要求される I_0 は 10^5 以上となるが、この程度のX線強度は、物理的にも、また患者に対する被曝線量の点からみても容易に実現されると思われる。参考までに、標準的なX線 CT では、 I_0 は 10^6 程度のオーダーである¹²⁾ ことをつけ加えておく。

今回導入した二つの拘束条件は、ノイズの抑制に対しても有効に機能していると考えられる。一般にノイズを含んだ再構成においてノイズ成分は、画素値の広い領域

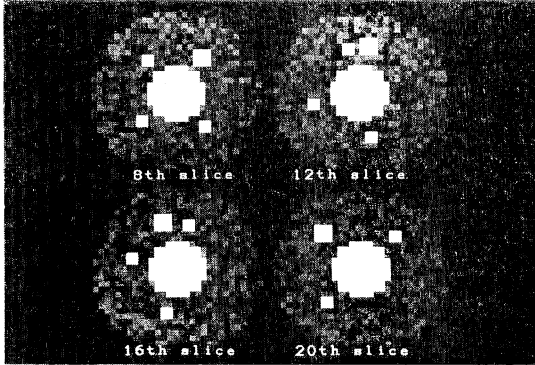


Fig. 6 Four slice images of original 3D object.

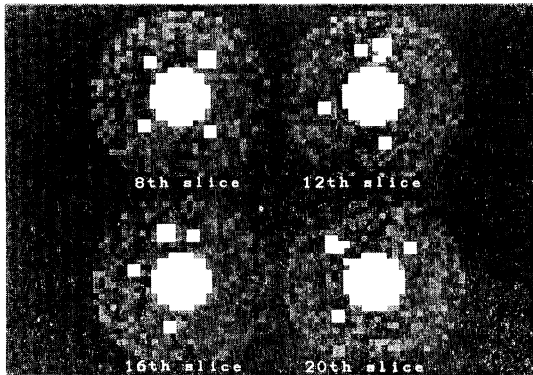


Fig. 7 Four slice images of the object reconstructed by annealing.

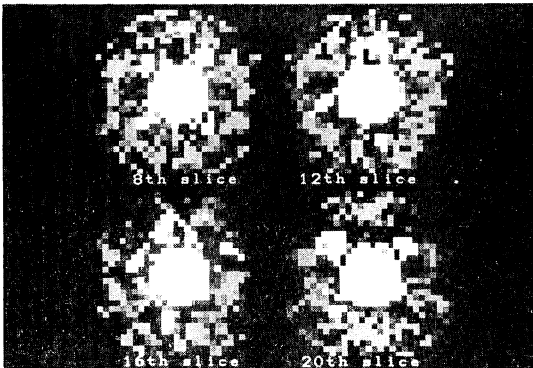


Fig. 8 Four slice images of the object reconstructed by $T=0$.

にわたって分布すると考えられるが、画素値に対して強い領域制限を加えることによって、ノイズ成分をかなり排除できていると思われる。さらに、連続性の拘束条件は、ノイズの影響でスパイク状に現れるアーティファクトを抑制することを可能にしていると考えられる。

4.2 3次元再構成

ここでは、より現実的な3次元物体のモデルを用いたシミュレーションにより、実現可能性を調べるとともに、温度 T を徐々に下げる、いわゆるアニーリングの必要性について検証を行った。

まず、心臓のモデルとして円柱を用い、また心臓血管のモデルとして円柱をとりまく4本のらせんを用いて、 $32 \times 32 \times 32$ のボクセル画像を計算機内で作成した。この物体の4枚の断層像を Fig. 6 に示す。 32^3 個のボクセルのうち実際の関心領域内のボクセル数は、約 14140 個である。一方システムのほうは、X線源数が8個、2次元のディテクタエレメント数が、 $32 \times 160 = 5120$ 個と想定した。また、再投影におけるボクセル画像からディテクタへの寄与は、ディテクタエレメントの中心とX線源とを結ぶ直線がボクセルを切る長さに比例した重みによって与えた。

この物体の投影データから、拘束条件を導入して3次元再構成を行った結果、Fig. 7 に示すように原物体に十分近い再構成像が得られた。実際、high レベルと low レベルを間違えて推定したボクセル数は 25 個であり、全体のボクセル数に比べて十分無視できる程度である。

また、上記の結果は、(2)式に示すスケジュールに従ってアニーリングを行って得られたものであるが、常に $T=0$ の状態で推定を行ったところ、Fig. 8 に示すような結果が得られた。ここでは、ローカルミニマムにトラップされ、良好な解が得られていない。この結果から、温度を徐々に下げるアニーリングの必要性が裏付けられる。

5. おわりに

すでに提案している心臓血管の3次元再構成に対して、さらにノイズに対する検討を加えるとともに、より現実に近いモデルでの再構成シミュレーションを行った。これらの結果によれば、導入した拘束条件はノイズに対しても安定してよい再生像を与えることが、2次元の再構成シミュレーションからうかがえる。また、3次元再構成のシミュレーション結果は、静脈造影像からでも、本手法によって血管像の再構成が可能であることを示している。さらに、再構成の際にはアニーリングが必須であることもシミュレーションにより示された。

本手法で提案している考え方は、血管像の再構成のみならず、さまざまな非正則の逆問題に適用が可能であり、今後各方面への応用が期待される。

文 献

- 1) S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt and M. P. Vecchi: "Optimization by simulated annealing," *Science*, **220** (1983) 670-680.
- 2) 羽石秀昭, 増田忠昭, 大山永昭, 本田捷夫, 辻内順平: "最適なコスト関数を用いた simulated annealing による画像再構成", 第19回画像工学コンファレンス論文集 (1988) pp. 275-278.
- 3) H. Haneishi, T. Masuda, N. Ohyama and T. Honda: "Three dimensional blood vessel reconstruction by simulated annealing," *Opt. Lett.*, **14** (1989) 1095-1097.
- 4) H. Haneishi, T. Masuda, N. Ohyama, T. Honda and J. Tsujiuchi: "An analysis of cost function used in simulated annealing for CT image reconstruction," *Appl. Opt.*, **29** (1990) 259-265.
- 5) H. Haneishi, N. Ohyama and K. Sekihara: "Discussion of biomagnetic imaging system and reconstruction algorithm," *Proceedings of the 7th International Conference on Biomagnetism* (New York, 1989) in printing.
- 6) 大山永昭: "シミュレーテッドアニーリングとその応用", *光学*, **18** (1989) 356-357.
- 7) たとえば, 仁木 登, 宇山親雄, 山岸義雄: "脳血管造影画像からの血管網の3次元再構成", *Med. Imag. Technol.*, **7** (1989) 189-190.
- 8) M. Nieto-Vesperinas, R. Navarro and F. J. Fuentes: "Performance of a simulated annealing algorithm for phase retrieval," *J. Opt. Soc. Am. A*, **5** (1988) 30-38.
- 9) H. Szu and R. Hartley: "Fast simulated annealing," *Phys. Lett. A*, **122** (1987) 157-162.
- 10) W. E. Smith, R. G. Paxman and H. H. Barrett: "Image reconstruction from coded data: I. Reconstruction algorithms and experimental results," *J. Opt. Soc. Am. A*, **2** (1985) 495-500.
- 11) P. J. M. van Laarhoven and E. H. L. Aarts: *Simulated Annealing: Theory and Applications* (D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, 1987).
- 12) G. T. Herman: *Image Reconstruction from Projection* (Academic Press, New York, 1980).