

研究

同心円集光グレーティングカプラの入力結合効率

西 脇 青 児

松下電器産業(株) デバイス工法開発研究所 〒570 守口市八雲中町 3-15

(1990年2月2日受付, 1991年1月11日受理)

Input Coupling Efficiency of Concentric Focusing Grating Coupler

Seiji NISHIWAKI

Device Process Technology Research Laboratory, Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.,
3-15, Yakumonakamachi, Moriguchi 570

(Received February 2, 1990; Accepted January 11, 1991)

A representation of input coupling efficiency degradation of previously reported concentric focusing grating coupler (CFGC) against a simultaneously exiting condition is introduced in terms of the coupling wavefront mismatching defined by the relationships between the incident light and the radiated light from the coupler.

1. はじめに

著者らは近年 CGC や CFGC 等の同心円形状のグレーティングを有するグレーティングカプラを提案した¹⁻³⁾. CGC は入力光を導波層内の中心から外周に向かって伝播する導波光に変換し, CFGC はこの導波光を導波層外に放射, 集光させるとともに反射入力光を再び逆進する導波光に変換する働きをもつ.

Fig. 1 は垂直入射光 (波長 λ) を入力光とする CGC の例である. グレーティングピッチ A と導波層の等価屈折率 N が $q\lambda/A = -N$ (ただし $q = -1, -2, \dots$) の関係であれば, 入力光は中心側から外周側へ伝播する導波光 (遠心方向伝播導波光) と外周側から中心側へ伝播する導波光 (求心方向伝播導波光) を同時に励起し (この関係を同時励振条件と呼ぶ), これらが干渉して全体としては中心から外周側へ伝播する導波光となる. これに対し, 輪帯形状で集束光を放射する CFGC は同時励振条件外にあり, 発散光との結合を行って求心方向伝播導波光を励起するタイプ (求心型 CFGC) と, 発散光との結合で遠心方向伝播導波光を励起するタイプ (遠心型 CFGC) が考えられる. **Fig. 2** は求心型 CFGC の例である.

グレーティングカプラによる導波光, 放射光, および

入力光の結合関係は従来よりさまざまな研究者によって解明されており, たとえば Marcuse らはそれらの関係をモード結合方程式として与えている^{4,5)}. 一方, Ulrich はモード結合方程式から入力光の結合効率を導出し, これが入力光と放射光との重なり積分に関係することを明かしており^{6,7)}, Harris も相反定理を用いて同様の関係式を導出している⁸⁾.

CGC, CFGC の入力結合効率が入力光とどのような関係にあるかはモード結合方程式を解くことで把握できるが, 本論では非同時励振条件を前提とした CFGC の入力結合効率についての近似式を導出するとともに, 従来からあるレンズの収差論の考えを導入した手法を提示する.

2. CFGC におけるモード結合方程式

Fig. 3 は CFGC による光結合を示す. カプラは直交座標 (x, y, z) における xy 平面 (すなわち極座標 (r, ϕ) : $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$) 上にあり, カプラ中心は原点 O に一致する. カプラ上の点 $P(r, \phi)$ への入力光はその振幅を $A_0(r, \phi)$, 伝播ベクトルを $\mathbf{r}_0(r, \phi)$ として次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} E_P \\ E_S \end{bmatrix} = A_0 \exp(i\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}) \begin{bmatrix} e_P \\ e_S \exp(i\Delta\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

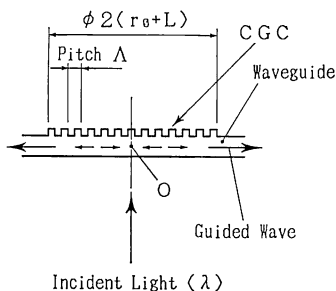


Fig. 1 Schematic diagram showing wave-coupling of incident light by CGC.

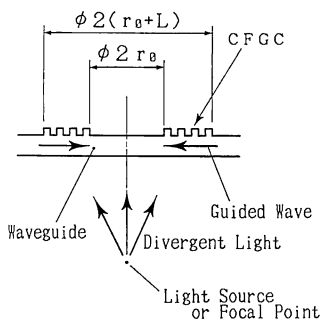


Fig. 2 Schematic diagram showing wave-coupling of incident light by centripetal type CFGC.

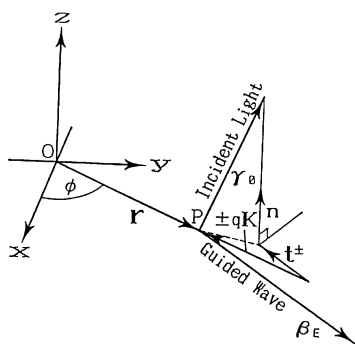


Fig. 3 Geometric relationship showing wave-coupling of CFGC.

ただし \mathbf{r} は位置ベクトル ($=\vec{OP}$), $E_p(r, \phi)$ と $E_s(r, \phi)$ は入力光の P 波偏光成分 (動径 r と z 軸を含む面に平行な振動成分) と S 波偏光成分 (動径 r と z 軸を含む面に垂直な振動成分), $\Delta\theta(r, \phi)$ はそれらの相対位相差であり, 単位電界ベクトルに対する振動成分の振幅 e_p, e_s は次式を満たす.

$$e_p^2 + e_s^2 = 1 \quad (2)$$

(たとえば入力光が同心円偏光³⁾であれば $e_p=0, e_s=1$, 放射偏光³⁾であれば $e_p=1, e_s=0$, 円偏光であれば $e_p=$

$e_s=1/\sqrt{2}$, $\Delta\theta=\pi/2$ となる.)

TE モード導波光との結合を考え (以下 TE モード光との結合を扱うが TM モード光との結合も同様である), その光振幅を A_E^\pm , 伝播ベクトルを β_E として次式で表す.

$$E_E^\pm = A_E^\pm \exp(\mp i\beta_E \cdot \mathbf{r}) \quad (3)$$

複号 \pm はそれぞれ r の正方向 (遠心方向), 負方向 (求心方向) の伝播を表す (以下複号同順).

q を結合次数, \mathbf{K} をグレーティングの格子ベクトル ($=-(2\pi/\Lambda)\mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, Λ : グレーティングピッチ), \mathbf{n} をカプラ表面の単位法線ベクトルとすると, ベクトル $(\mathbf{r}_0 \pm q\mathbf{K})$ のカプラ表面への正射影ベクトル \mathbf{t}^\pm は次式で表される.

$$\mathbf{t}^\pm = (\mathbf{r}_0 \pm q\mathbf{K}) - (\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (4)$$

振幅 A_E^\pm は内積 $\{\mathbf{r}_0 \pm (\beta_E + q\mathbf{K})\} \cdot \beta_E$ の絶対値が極小のときに最大となるので, ラグランジュ未定乗数法より入力光により励起される導波光の伝播ベクトルが次式で与えられる.

$$\beta_E = \mp \kappa N_E \mathbf{t}^\pm / |\mathbf{t}^\pm| \quad (5)$$

ここで κ は波数 ($=2\pi/\lambda$, λ : 波長), N_E は導波層の等価屈折率 ($=|\beta_E|/\kappa$) である.

したがって, 同時励振条件の不満足を前提として, モード結合方程式^{7,9)}から入力光と導波光 (または導波光と放射光) との間に次の関係が導かれる.

$$\pm dA_E^\pm / dr = iK_{0,E} A_{0,E} \exp\{\pm i(\kappa N_E - |\mathbf{t}^\pm|)r\} - (\alpha_r \pm 1/2r)A_E^\pm \quad (6)$$

ただし,

$$\alpha_r = \sum_j |K_{E,j}|^2 / 2 \quad (7)$$

$K_{0,E}, K_{E,j}$ はそれぞれ入力光の導波光に対する結合係数と導波光の j 次放射モード光に対する結合係数 (以下の議論では入力光の逆進波が $j=0$ の放射モード光に対応するものとする), α_r はグレーティングカプラの放射損失係数であり, 放射ビームの数 (j の範囲) はピッチ Λ や波長 λ , 等価屈折率 N_E により決まる¹⁰⁾. また, 右辺第二項内の $\pm 1/2r$ は導波光の伝播に伴う扇状の面内拡散 (収縮) による振幅減衰 (増幅) を表す.

3. 導波光の放射モード光への結合

入力結合と出力結合は表裏の関係にあり, 出力結合についての議論は入力結合の記述の整理に役立つので, まず出力結合 (導波光の放射モード光 ($j=0$) への結合) を取り上げ, 導波光の伝播方向別に説明する. なおカプラの領域は $r=r_0 \sim r_0+L$ の輪帯とし, 入力光はないものとする ($A_0=0$).

3.1 遠心方向伝播導波光からの放射モード光

$A_E^+(r_0+L)=1/(r_0+L)$ として、(6)式より遠心方向伝播の導波光は次式で与えられる。

$$A_E^+ = P_E^+ / r \quad (8)$$

ただし、

$$P_E^+ = \exp \left\{ - \int_{r_0+L}^r (\alpha_r - 1/2r) dr \right\} \\ = \{r/(r_0+L)\}^{1/2} / P_D \quad (9)$$

$$P_D = \exp \left\{ \int_{r_0+L}^r \alpha_r dr \right\} \quad (10)$$

(なお放射損失係数 α_r が動径 r によらず一定であれば $P_D = \exp \{ \alpha_r (r - r_0 - L) \}$ であるが、一般性をもたせて(10)式の記述にとどめておく。)

したがって放射モード光 ($j=0$) の光量 Q_E^+ 、および初期導波光量に対する放射光量 Q_E^+ の比 a_E^+ (結合分配比) が次式で与えられる。

$$Q_E^+ = 2\pi |K_{E,0}|^2 \int_{r_0}^{r_0+L} (P_E^+/r) dr \\ = \frac{2\pi |K_{E,0}|^2}{r_0+L} \int_{r_0}^{r_0+L} P_D^{-2} dr \quad (11)$$

$$a_E^+ = Q_E^+ / 2\pi r_0 \{P_E^+(r_0)/r_0\}^2 \\ = |K_{E,0} P_D(r_0)|^2 \int_{r_0}^{r_0+L} P_D^{-2} dr \quad (12)$$

3.2 求心方向伝播導波光からの放射モード光

求心方向伝播はカプラ中心を経て遠心方向伝播に転ずるので、この伝播成分も加味しなければならないが、ここではその影響を無視する。初期導波光を $A_E^-(r_0+L)=1/(r_0+L)$ として、(6)式より求心方向伝播の導波光が次式で与えられる。

$$A_E^- = P_E^- / r \quad (13)$$

ただし、

$$P_E^- = \exp \left\{ \int_{r_0+L}^r (\alpha_r + 1/2r) dr \right\} = P_D \{r/(r_0+L)\}^{1/2} \quad (14)$$

したがって放射モード光 ($j=0$) の光量 Q_E^- 、および結合分配比 a_E^- が次式で与えられる。

$$Q_E^- = 2\pi |K_{E,0}|^2 \int_{r_0}^{r_0+L} (P_E^-/r) dr \\ = \frac{2\pi |K_{E,0}|^2}{r_0+L} \int_{r_0}^{r_0+L} P_D^2 dr \quad (15)$$

$$a_E^- = Q_E^- / 2\pi (r_0+L) \{P_E^-(r_0+L)/(r_0+L)\}^2 \\ = |K_{E,0} P_D(r_0+L)|^2 \int_{r_0}^{r_0+L} P_D^2 dr \quad (16)$$

4. 入力光の導波光への結合と結合効率

次に入力結合 (入力光の導波光への結合) を取り上げ

る。求心型 CFGC は一般に $r=r_0 \sim r_0+L$ の範囲で $|(\kappa N_E - |\mathbf{t}^+|)L| \gg \pi$ であるから、符号+の場合の(6)式第一項が速く振動し、入力光による r の正方向への結合はない (すなわち境界条件に $A_E^+(r_0)=0$ が成り立てば $A_E^+(r)=0$ である)。したがって求心方向伝播導波光への結合のみを考えればよく、境界条件 $A_E^-(r_0+L)=0$ を考慮し(6)式から次式が得られる (求心方向への伝播がカプラ中心を経て遠心方向伝播に転ずることの影響は無視する)。

$$A_E^-(r, \phi) = -i \int_{r_0+L}^r f_E^- r dr / P_E^+ \quad (17)$$

ただし、

$$f_E^-(r, \phi) = K_{0,E} A_{0es}(P_E^+/r) \exp \{-i(\kappa N_E - |\mathbf{t}^+|)r\} \quad (18)$$

これに対し遠心型 CFGC は $|(\kappa N_E - |\mathbf{t}^-|)L| \gg \pi$ であるから、入力光による r の負方向への結合がない。したがって遠心方向伝播導波光への結合のみを考えればよく、境界条件 $A_E^+(r_0)=0$ を考慮して次式が得られる。

$$A_E^+(r, \phi) = i \int_{r_0}^r f_E^+ r dr / P_E^- \quad (19)$$

ただし、

$$f_E^+(r, \phi) = K_{0,E} A_{0es}(P_E^-/r) \exp \{i(\kappa N_E - |\mathbf{t}^-|)r\} \quad (20)$$

遠心型および求心型 CFGC の入力結合効率 η_E^+ 、 η_E^- は入力光量 Q_0 に対するカプラエッジでの導波光量の比として定義され、それぞれ次式で表される。

$$\eta_E^+ = \int_0^{2\pi} (r_0+L) |A_E^+(r_0+L, \phi)|^2 d\phi / Q_0 \quad (21)$$

$$\eta_E^- = \int_0^{2\pi} r_0 |A_E^-(r_0, \phi)|^2 d\phi / Q_0 \quad (22)$$

ただし、

$$Q_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |A_0(r, \phi)|^2 r dr d\phi \quad (23)$$

したがって(17)、(19)式より次式が得られる (複号同順)。

$$\eta_E^\pm = 2\pi a_E^\mp \int_0^{2\pi} |F_E^\pm(\phi)|^2 d\phi / Q_0 Q_E^\mp \quad (24)$$

ただし、

$$F_E^\pm(\phi) = \int_{r_0}^{r_0+L} f_E^\pm(r, \phi) r dr \quad (25)$$

$F_E^\pm(\phi)$ (入力光の結合重なり積分と呼ぶ) を方位角 ϕ の周波数スペクトラムで表し、パーシバルの定理を用いると(24)式は次式に書き換えられる。

$$\eta_E^\pm = a_E^\mp \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |2\pi C_n|^2 / Q_0 Q_E^\mp \quad (26)$$

C_n は $F_E^\pm(\phi)$ のフーリエ展開係数であり次式で与えら

れる。

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_{E^\pm}(\phi) \exp(-in\phi) d\phi \quad (27)$$

(26)式は励起される導波光の伝播が動径方向に沿うものであれば、回転対称から外れた入力にも適用できる。

5. 結合波面不整合と入力結合効率

ここで関数 Φ^+, Φ^- を次のように定義し、それぞれ遠心型および求心型 CFGC における入力光の結合波面不整合と呼ぶ (複号同順)。

$$\Phi^\pm(r, \phi) = \arg \{ f_{E^\pm}(r, \phi) \} / \kappa = \pm (\kappa N_E - |t^\pm|) r / \kappa \quad (28)$$

また結合波面不整合の標準偏差 Φ^{*SD} を Φ^\pm, f_{E^\pm} を用いて次の様に定義する (複号同順)。

$$\Phi^{*SD^2} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+L} |f_{E^\pm}| |\Phi^\pm| r dr d\phi}{R_{E^\pm}} - \left[\frac{\int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+L} |f_{E^\pm}| |\Phi^\pm| r dr d\phi}{R_{E^\pm}} \right]^2 \quad (29)$$

ただし、

$$R_{E^\pm} = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+L} |f_{E^\pm}(r, \phi)| r dr d\phi \quad (30)$$

カプラ領域 ($r_0 \leq r \leq r_0 + L, 0 \leq \phi \leq 2\pi$) であれば $\exp(i\kappa\Phi^\pm) \doteq (1 - \kappa^2\Phi^{\pm 2}/2 + i\kappa\Phi^\pm)$ の近似が成り立ち、 $f_{E^\pm} = |f_{E^\pm}| \exp(i\kappa\Phi^\pm)$ を考慮して $|2\pi C_0|^2 \doteq R_{E^\pm}^2 \times (1 - \kappa^2\Phi^{*SD^2})$ が成り立つ。したがって $|C_0| \gg |C_n| (n \neq 0)$ の場合 (いわゆる回転対称な入力条件) には (26)式が次式に近似できる。

$$\eta_{E^\pm} = a_{E^\pm} R_{E^\pm}^2 (1 - \kappa^2\Phi^{*SD^2}) / Q_0 Q_{E^\mp} \quad (31)$$

(31)式によると結合効率の劣化は結合波面不整合の標準偏差 Φ^{*SD} に関係し、劣化を 20% 以内に抑える条件が次式で与えられる。

$$\Phi^{*SD} < \lambda/14 \quad (32)$$

(31)式はレンズの収差論で求められている Strehl 強度と収差の関係に¹¹⁾、(32)式も収差論で言うところの Marechal's Criterion の条件式に類似する¹²⁾。 R_{E^+}, R_{E^-} は入力光の振幅 (A_{oes}) と放射モード光の振幅 (それぞれ求心方向伝播導波光からの放射光振幅 $|K_{E,o} P_{E^-}/r|$ と遠心方向伝播導波光からの放射光振幅 $|K_{E,o} P_{E^+}/r|$) との重なり積分に相当するので、ヘルダーの不等式から入出力の二つの振幅が相似なときに $R_{E^\pm}^2 / Q_0 Q_{E^\mp}$ すなわち効率 η_{E^\pm} が最大となる。

6. 反射鏡面のディフォーカスと入力結合効率

ここでは前章の結果を利用して、求心型 CFGC の焦点平面位置に置かれた反射鏡面のディフォーカスによる、反射光入力結合の効率劣化の例を計算する。 Fig. 4 に示すように反射鏡面が焦点平面位置から光軸に沿って δ だけ CFGC (焦点距離 f) に近づくと、カプラ上での入力光の伝播ベクトルは

$$r_0 = \kappa / \{r^2 + (f - 2\delta)^2\}^{1/2} \cdot (x, y, -f + 2\delta)$$

であり、(4)式から

$$t^- = (\kappa / \{r^2 + (f - 2\delta)^2\}^{1/2} - 2\pi q/rA)(x, y, 0)$$

となる。したがって $|\delta| \ll f$ として (18), (28)式より次の近似式が得られる。

$$\Phi^-(r, \phi) = 2\delta \sin^2 \theta \cos \theta \quad (33)$$

ただし θ は開口角であり $\cos \theta = f / (r^2 + f^2)^{1/2}$ の関係を満たす。したがって $\Phi^-(r, \phi)$ は ϕ に依存せず、 $|f_{E^-}(r, \phi)|$ が ϕ に依存しなければ $C_n = 0 (n \neq 0)$ が成立ち、(31)式を適用できる。一例として、CFGC ($\alpha \leq \theta \leq \beta$) の放射損失係数が $\alpha_r = nr/2 (r^2 + f^2) - 1/2r$ の関係で与えられる場合 (ただし $\sin \alpha \geq 1/n^{1/2}$)、放射光振幅 $|K_{E,o} P_{E^+}/r|$ が $\cos^{n/2} \theta$ の分布をなし、 $|f_{E^-}(r, \phi)| \propto \cos^n \theta$ となる。したがって、標準偏差 Φ^{*SD} が次式で与えられる。

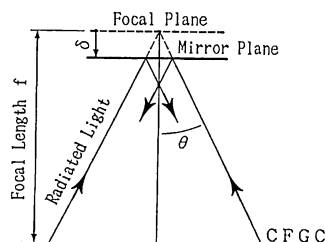


Fig. 4 Geometric relationship showing centripetal type CFGC and incident light reflected from defocus mirror plane.

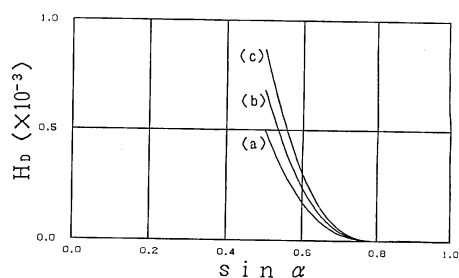


Fig. 5 Characteristic curves of degrading factor H_D vs. aperture shape factor $\sin \alpha$: $n=4$; (a) $S=0.8$, (b) $S=1.0$, (c) $S=1.2$.

$$\Phi_{\text{sd}}^2 = 4\delta^2 H_D \quad (34)$$

ただし,

$$H_D = (I_{1-n} - 2I_{1-n} + I_{3-n}) / I_{3-n} - (I_{2-n} - I_n)^2 / I_{3-n}^2 \quad (35)$$

$$I_n = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\sin \theta}{\cos^n \theta} d\theta \quad (36)$$

係数 H_D は結合効率の劣化しやすさを示す定数であり, ディフォーカスによる結合効率の劣化係数と呼ぶ. **Fig. 5** に $S = \pi(\tan^2 \beta - \tan^2 \alpha)$ をパラメータにして, $n=4$ の条件で $\sin \alpha (\geq 0.5)$ に対する H_D の特性曲線を示す.

7. ま と め

本論により非同時励振条件を前提とした CFGC における入力結合効率が入力光, 放射光の光分布により定義される結合重なり積分のフーリエ展開係数や結合波面不整合を用いて表されることを示した. 今後はこれらの結果を応用して CFGC の光ディスク信号再生特性を解析する. また, できれば同時励振条件下での結合を解明し, CGC の入力結合特性を明らかにしたい.

文 献

- 1) 西脇青児, 内田真司, 麻田潤一, 米澤武敏: “超解像導波路型光ヘッド(1)”, 第50回応用物理学会学術講演会予稿集, 30a-PB-4 (1989) p. 972.
- 2) 西脇青児, 内田真司, 麻田潤一, 米澤武敏: “超解像導波路型光ヘッドの開発(1)”, 1989年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集 (1989) pp. 97-98.
- 3) 西脇青児: “同心円集光グレーティングカプラの集光特性解析”, 光学, **19** (1990) 665-672.
- 4) D. Marcuse: *Theory of Dielectric Waveguides* (Academic Press, New York and London, 1974) ch. 3.
- 5) D. Marcuse: “Coupled-mode theory for anisotropic optical waveguides,” *Bell Syst. Tech. J.*, **54** (1975) 985-995.
- 6) R. Ulrich: “Optimum excitation of optical surface waves,” *J. Opt. Soc. Am.*, **61** (1971) 1467-1477.
- 7) R. Ulrich: “Efficiency of optical grating coupler,” *J. Opt. Soc. Am.*, **63** (1973) 1419-1431.
- 8) J. H. Harris, R. K. Winn and D. G. Dalgoutte; “Theory and design of periodic couplers,” *Appl. Opt.*, **11** (1972) 2234-2241.
- 9) Y. Wu: “Equivalent current theory of optical waveguide coupling,” *J. Opt. Soc. Am. A*, **4** (1987) 1902-1910.
- 10) 西原 浩, 春名正光, 栖原敏明: 光集積回路 (オーム社, 東京, 1985) p. 90.
- 11) Max Born and Emil Wolf (草川 徹, 横田英嗣訳): 光学の原理 (東海大学出版会, 東京, 1975) pp. 690-691.
- 12) Max Born and Emil Wolf (草川 徹, 横田英嗣訳): 光学の原理 (東海大学出版会, 東京, 1975) p. 697.