

研究

光ディスク基板で発生する収差の理論解析

西脇 青児

松下電器産業(株)デバイス工法開発研究所 T570 守口市八雲中町 3-15

(1991年7月1日受付, 1991年9月20日受理)

Theoretical Analysis of Aberrations Produced in Optical Disk Substrate

Seiji NISHIWAKI

Device Process Technology Research Laboratory,
Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.,
3-15, Yakumonakamachi, Moriguchi 570

(Received July 1, 1991; Accepted September 20, 1991)

Aberration functions produced in a focused beam passing through a plane parallel plate are analytically derived, and degradation of optical performance caused by the optical disk substrate having variations in tilt, thickness and refractive index is analyzed for the case of a ring aperture lens.

1. はじめに

光ディスクの特徴はレーザー光をディスク基板を通して集光し、信号を読みとる、または書き込む点にある。この特徴により基板表面のキズや汚れの影響を防ぐ効果がある一方、基板が集光光学系の一部をなすので、基板に起因するさまざまな誤差（基板の厚さ、屈折率、傾き等の誤差）によって収差が発生する欠点がある。この問題、すなわち平行平板で発生する収差については従来よりいくつかの解析がなされ、横収差の導出を経てこれを級数展開することで3次（または5次まで）の球面収差、非点収差、コマ収差の収差係数が求められているが¹⁻⁶、高次の収差係数を含む波面収差の解析は光線追跡に基づく数値計算によっている。

本論ではこの波面収差（収差係数でなく波面収差そのもの）を光路長を求める方法で理論解析的に導出できることを示し、またその応用として従来あまり議論されていなかった、輪帯開口との関係を明らかにする。

2. 収差関数の導出

ディスク基板で発生する収差を解析的に導出してみ

る。**Fig. 1** に示すように、厚さ t_0 、屈折率 n_0 の平行平板では無収差の状態で平板裏面に結像する集束光が、厚さ t_s 、屈折率 n_s の傾斜した平行平板（光ディスク基板）を透過する場合を考える。点 F_0 は基板を取り除いた場合の、近軸領域での集光点である。対物レンズ（焦点距離 $f_0 = HF_0$ ）の主点 H を原点、直線 HF_0 を z 軸とする直交座標 (x, y, z) を考え、極座標 (r, ϕ) を直交座標 (x, y) に対応させる $(x = r \cos \phi, y = r \sin \phi)$ 。基板はその法線が z 軸に対し x 、 y 軸方向にそれぞれ微小角 ϕ_x, ϕ_y だけ傾いている。

光軸に平行な入射高 R の光（その延長が主平面上の点 P を通る光）は、対物レンズを出射したあと主平面上の点 W （位置 (x, y) 、動径 r ）と基板表面上の点 S （位置 (u, v) 、その極座標を (ρ, ϕ) ）を結ぶ直線に沿って伝播し、点 S を屈折する。直線 WS と z 軸の交点 F は近軸領域で点 F_0 に一致するが入射高 R の増大に応じて点 H 側にシフトする。 $t_s = t_0, n_s = n_0$ のときに集束光が無収差の結像をなすことから、 $\theta = \angle WFH$ としてスネルの法則（ θ' を屈折角として $\sin \theta = n_0 \sin \theta'$ ）により点 H, F 間の距離 f が次式で与えられる。

$$f = f_0 - t_0/n_0 \cdot (1 - \cos \theta / \cos \theta') \quad (1)$$

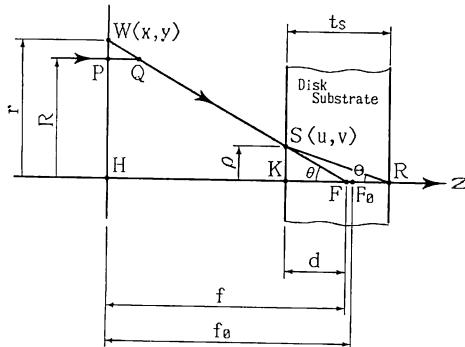


Fig. 1 Focused beam passing through optical disk substrate.

z 軸に沿った基板の微小な変位を z_R とすれば、基板表面と z 軸との交点 K は $HK = f_0 - t_0/n_0 + z_R$ の位置にあり、点 K , F 間の距離 d が次式で与えられる。

$$d = t_0 \cos \theta / n_0 \cos \theta' - z_R \quad (2)$$

光は絞りレンズを屈折して点 Q を通る光線になったが、点 W から直線 WS に沿って点 Q に達したと見ることもできる。この考えに従って、集束光を点 W での光振幅 $u_w(x, y)$ で表す（付録A参照）。すなわち波数 $\kappa (=2\pi/\lambda, \lambda: \text{波長})$ 、瞳関数 $P(x, y)$ 、振幅分布 $v(x, y)$ 、位相分布 $\psi(x, y)$ として、

$$\begin{aligned} u_w(x, y) &= P(x, y)v(x, y) \\ &\cdot \exp \{-i\kappa\psi(x, y)\} \end{aligned} \quad (3)$$

基板が十分厚いときは ($t_0/n_0 \gg \lambda$)、幾何光学的に点 S での光振幅 $u_s(u, v, z_R)$ を点 W での光振幅 $u_w(x, y)$ から求めることができる。すなわち、点 S での光の位相は点 W に比べ $\kappa \{(f-d)/\cos \theta + (u\psi_x + v\psi_y) \cos \theta\}$ だけ遅れ、光の強度は点 W に比べ $r dr / \rho d\rho$ 倍となる。したがって $\rho = d \tan \theta, r = f \tan \theta$ の関係より次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_s(u, v, z_R) &= f_s/d_s \cdot u_w(x, y) \\ &\cdot \exp [i\kappa \{(f-d)/\cos \theta + (u\psi_x + v\psi_y) \cos \phi\}] \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、

$$f_s = \{f(f + \partial f / \partial \theta \cdot \sin \theta \cos \theta)\}^{1/2} \quad (5)$$

$$d_s = \{d(d + \partial d / \partial \theta \cdot \sin \theta \cos \theta)\}^{1/2} \quad (6)$$

次に基板裏面と z 軸との交点を R とし、 $\theta = \angle SRK$ とすると、基板裏面上における集束光の複素光振幅分布 $u_R(\xi, \eta, z_R)$ は、光が屈折率 n_s の媒質内での伝播であることを考慮して、回折理論⁷⁾ より次式で表される。

$$\begin{aligned} u_R(\xi, \eta, z_R) &= (ns/i\lambda) \iint_{-\infty}^{+\infty} \{u_s(u, v, z_R)/s\} \\ &\cdot \exp (i nsks \cos \theta du dv) \end{aligned}$$

$$\cdot \exp (i nsks \cos \theta du dv) \quad (7)$$

ただし、

$$s = \{(ts - u\psi_x - v\psi_y)^2 + (u - \xi)^2 + (v - \eta)^2\}^{1/2} \quad (8)$$

基板表面は平面であるので、基板表面での光分布と集束位置での光分布との関係を示す上式はグレーティングレンズなどの平面構成の回折レンズにおける出射光と集束光の関係を示す回折式に類似する⁸⁾。振幅分布 u_R は基板裏面上の点 $(\xi, \eta_c) = (-\psi_x ts / ns, -\psi_y ts / ns)$ の近傍の十分小さい光スポットであるので、式(8)の ξ, η の範囲は ts に比べ十分小さい。したがって s が次式に近似できる。

$$\begin{aligned} s &= ts / \cos \theta - (u\psi_x + v\psi_y) \cos \theta \\ &- (u\xi + v\eta) \cos \theta / ts \\ &+ (\xi c^2 + \eta c^2) \cos \theta / 2ts \end{aligned} \quad (9)$$

傾き ψ_x, ψ_y が小さいときには、上式の右辺第4項は波長 λ に比べて十分小さいので無視できる。したがって、(7)式は次式に書き換える。

$$\begin{aligned} u_R(\xi, \eta, z_R) &= (ns/i\lambda ts) \iint_{-\infty}^{+\infty} \{u_s(u, v, z_R) / \cos^2 \theta\} \\ &\cdot \exp [i ns \{ts / \cos \theta - (u\psi_x + v\psi_y) \cos \theta\}] \\ &\cdot \exp [-i \kappa ns (\xi c + V\eta) / ts] dU dV \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、座標 (U, V) は $(U, V) = (u \cos \theta, v \cos \theta)$ で定義されており（点 (U, V) は点 R を中心とする半径 ts の球面と直線 SR との交点の z 軸法平面への垂線の足に相当）、上式の導出にはヤコビアン $\partial(u, v) / \partial(U, V) = 1 / \cos^4 \theta$ を利用した。したがって、座標 $(X, Y) = f_0 ns / ts \cdot (U, V)$ として（点 (X, Y) は点 R を中心とする半径 $f_0 ns$ の球面と直線 SR との交点の z 軸法平面への垂線の足に相当）、式(3), (4)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_R(\xi, \eta, z_R) &= (ts/i\lambda ns f_0^2) \iint_{-\infty}^{+\infty} (f_s/d_s) \\ &\cdot \{P(x, y)v(x, y) / \cos^2 \theta\} \\ &\cdot \exp [i\kappa(\Phi_c + \Phi_s - \psi)] \\ &\cdot \exp [-i\kappa(X\xi + Y\eta) / f_0] dX dY \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、

$$\Phi_c = (is/nsf_0)(\cos \theta / \cos \Theta - ns)(X\psi_x + Y\psi_y) \quad (12)$$

$$\Phi_s = tsns / \cos \Theta + (f-d) / \cos \theta \quad (13)$$

式(11)右辺積分内の指數項 Φ_c はディスク傾きに関する収差成分であり、 $(\Phi_s - \psi)$ はディスク基板の厚みや屈折率の誤差に関する収差成分である。後者の場合、 $ts = t_0, ns = n_0, z_R = 0$ のときに無収差 ($\Phi_s - \psi = 0$) となるので、位相分布 ψ が次式で与えられる。

$$\varPsi = t_0 n_0 / \cos \theta' + (f_0 - t_0 / n_0) / \cos \theta \quad (14)$$

一方 $\sin \theta = n_0 \sin \theta'$ を考慮して、式(2)より次式が成り立つ。

$$\tan \Theta = (t_0 / ts) \tan \theta' - (z_R / ts) \tan \theta \quad (15)$$

また基板の誤差が小さく変位量 z_R も十分小さい ($z_R \ll t_0$) ときには、 $\theta - \theta' \approx 0$ であるので、次の近似が成り立つ。

$$\tan \Theta = \tan \theta' + (\theta - \theta') / \cos^2 \theta' \quad (16)$$

したがって、式(15)より次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \theta - \theta' &= -(1 - t_0 / ts) \sin \theta' \cos \theta' \\ &\quad - (z_R / ts) \tan \theta \cos^2 \theta' \end{aligned} \quad (17)$$

上式より $1/\cos \theta$, $\sin \theta$ は次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \cos \theta' / \cos \theta &= 1 - (1 - t_0 / ts) \sin^2 \theta' \\ &\quad - (z_R / ts) \tan \theta \sin \theta' \cos \theta' \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sin \theta / \sin \theta' &= 1 - (1 - t_0 / ts) \cos^2 \theta' \\ &\quad - (z_R / ts) \tan \theta \cos^3 \theta' / \sin \theta' \end{aligned} \quad (19)$$

したがって、式(1), (2), (13), (14), (18)より $\delta_N = (n_s - n_0)$, $\delta_T = n_s(t_0 / ts - 1)$ として次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \phi_s - \varPsi &= t_0 \delta_N / \cos \theta' + t_0 \delta_T \cos \theta' + z_R \cos \theta \\ &\quad - \delta_{NzR} \sin^2 \theta / n_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (20)$$

変位量 z_R は十分小さく ($z_R \ll t_0$), かつ $|\delta_{NzR}| \ll 1$ であるから上式右辺第4項は他項に比べ十分小さく、波長 λ に比べても十分小さいので無視できる。

一方、 ϕ_c は $(X, Y) = f_{0ns} \sin \theta (\cos \phi, \sin \phi)$ の関係および式(18), (19)を式(12)に代入し、微小量の2次以上の項 (z_R と ϕ_x, ϕ_y の積, および $(ts / t_0 - 1)$ と ϕ_x, ϕ_y の積を含む項) を無視して、次式に近似できる。

$$\begin{aligned} \phi_c &= -n_s t_0 \sin \theta' \{1 - (t_0 / n_s t_0) \cos \theta / \cos \theta'\} \\ &\quad \cdot (\phi_x \cos \phi + \phi_y \sin \phi) \end{aligned} \quad (21)$$

以上まとめると、最終的に得られる波面収差関数 $(-\phi_c - \phi_s + \varPsi)$ は次のとおりである。

$$\begin{aligned} -\phi_c - \phi_s + \varPsi &= n_s t_0 \sin \theta' \{1 - (t_0 / n_s t_0) \cos \theta / \cos \theta'\} \\ &\quad \cdot (\phi_x \cos \phi + \phi_y \sin \phi) \\ &\quad - t_0 \delta_N / \cos \theta' - t_0 \delta_T \cos \theta' - z_R \cos \theta \end{aligned} \quad (22)$$

なお、式(11)や上式は z_R の基板変位に伴う収差を含んだ表現であり、一般に波面収差と呼ばれるものは $z_R = 0$ の場合の $(-\phi_c - \phi_s + \varPsi)$ の値である。

3. 収差係数と Strehl 強度の劣化特性

すでに式(2)に基づき z 軸方向に z_R だけずらされているディスク基板の裏面内で、点 R から x 軸方向に x_R , y 軸方向に y_R だけ移動した点を中心とする参照球面对する集束光の波面収差 ϕ は、(11)式より $(X, Y) = f_{0ns}$

$n_s \sin \theta (\cos \phi, \sin \phi)$ を考慮して次式で表される^{8,9)}。

$$\begin{aligned} \phi &= -\phi_c - \phi_s + \varPsi - x_R n_s \sin \theta \cos \phi \\ &\quad - y_R n_s \sin \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (23)$$

収差関数 ϕ は(22)式で示した収差関数に横シフトの収差を加えたものであり、 $(f_{0ns} \sin \theta)^2$ および $f_{0ns} \sin \theta \cos \phi$ などの回転不変量に対し級数展開できる。その展開式において、横の焦点移動収差係数 (W_{11}), 縦の焦点移動収差係数 (W_{20}), 3次のコマ収差係数 (W_{31}), 3次の球面収差係数 (W_{40}), 5次のコマ収差係数 (W_{51}), 5次の球面収差係数 (W_{60}) はそれぞれ $f_{0ns} \sin \theta \cos \phi$, $f_0 (n_s \sin \theta)^2$, $f_0 (n_s \sin \theta)^3 \cos \phi$, $f_0 (n_s \sin \theta)^4$, $f_0 (n_s \sin \theta)^5 \cos \phi$, $f_0 (n_s \sin \theta)^6$ を含む項に掛かる係数として定義される¹⁰⁾。

一方、波面収差 ϕ の標準偏差 ϕ_{SD} は、開口形状を点 R から見て角 A から B の間の光線に挟まれた輪帯 ($A \leq \theta \leq B$) として、式(11)から次式で定義される。

$$\begin{aligned} \phi_{SD}^2 &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_A^B (f_{0s}/ds) v \phi^2 \tan \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_A^B (f_{0s}/ds) v \tan \theta d\theta d\phi} \\ &\quad - \left[\frac{\int_0^{2\pi} \int_A^B (f_{0s}/ds) v \phi \tan \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_A^B (f_{0s}/ds) v \tan \theta d\theta d\phi} \right]^2 \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、 $dX dY = (f_{0ns})^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$ の関係を利用した。このとき集束光の最良像点位置は波面収差 ϕ の標準偏差 ϕ_{SD} を最小にする x_R , y_R , z_R の値で決まり、その Strehl 強度は無収差 ($\phi_{SD}=0$) に比べ $(1 - \kappa^2 \phi_{SD}^2)$ 倍の大きさとなる^{8,11,12)}。

波面収差 ϕ は θ の関数として表しやすく、式(24)の計算において θ に関する積分形を θ に関する積分形に変換するほうが便利である。式(24)の積分内で θ に対し変化の早い変数は ϕ のみで、それ以外の変数に $\sin \theta = \sin \theta / n_s$ および $d\theta/d\phi = \cos \theta / n_s \cos \phi$ の近似を使つても誤差は小さい。したがって、 $v_s = (f_{0s}/ds)v \tan \theta \cos \theta / \tan \theta \cos \phi$ および $\sin \alpha = n_s \sin A$, $\sin \beta = n_s \sin B$ として、式(24)は次式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{SD}^2 &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_\alpha^\beta v_s \phi^2 \tan \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_\alpha^\beta v_s \tan \theta d\theta d\phi} \\ &\quad - \left[\frac{\int_0^{2\pi} \int_\alpha^\beta v_s \phi \tan \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_\alpha^\beta v_s \tan \theta d\theta d\phi} \right]^2 \end{aligned} \quad (25)$$

以下、ディスク傾きの場合と基板厚、屈折率誤差の場合に分けて、それぞれの収差係数と Strehl 強度の劣化特性を明らかにしてみる。ただし以上の記述で $v_s(\theta, \phi) = \cos^n \theta$ であり（厳密には v_s は z_R に依存するが、 $z_R = 0$ としても誤差は小さい）、積分値 $f_{m,n}$ 、 $F_{m,n}$ を次式で定義する（付録B参照）。

$$f_{m,n} = \int_{\alpha}^{\beta} \sin \theta (1 - \sin^2 \theta / n_0^2)^{m/2} \cos^n \theta d\theta \quad (26)$$

$$F_{m,n} = \int_{\alpha}^{\beta} \sin^3 \theta (1 - \sin^2 \theta / n_0^2)^{m/2} \cos^n \theta d\theta \quad (27)$$

3.1 ディスク傾きの場合

ディスク基板が設計どおり ($t_s=t_0, n_s=n_0$) でディスクが傾いた場合を考える。ただし、ディスク傾きを x 軸方向のみと考えても一般性を失わないので $\psi_y=0$ とする。式(22)、(23)から波面収差 ϕ が次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi &= t_0 \psi_x \{1 - \cos \theta / n_0 (1 - \sin^2 \theta / n_0^2)^{1/2}\} \sin \theta \cos \phi \\ &\quad - z_R \cos \theta - x_R \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (28)$$

この収差関数は横の焦点移動収差、コマ収差を主な成分としており、その収差係数は式(28)の右辺を $\sin \theta$ に関して級数展開し、 $\sin \theta \equiv n_s \sin \theta$ とすることで、次式のごとく求められる。

$$W_{11} = (t_0 \psi_x / f_0) (n_0 - 1) / n_0 - x_R / f_0 \quad (29)$$

$$W_{31} = (t_0 \psi_x / f_0) (n_0^2 - 1) / 2n_0^3 \quad (30)$$

$$W_{51} = (t_0 \psi_x / f_0) (n_0^2 - 1) (n_0^2 + 3) / 8n_0^5 \quad (31)$$

係数 W_{31}, W_{51} は横収差を級数展開して求められた従来の結果⁴⁾ と一致する。

一方、収差関数 ϕ の標準偏差 ϕ_{SD} は(28)式を(25)式に代入して次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi_{SD}^2 &= (F_{0,n-1}/2f_{0,n-1})(x_R - t_0 \psi_x S_C)^2 + (t_0 \psi_x)^2 H_C \\ &\quad + z_R^2 \{f_{0,n+1}/f_{0,n-1} - (f_{0,n}/f_{0,n-1})^2\} \end{aligned} \quad (32)$$

ただし

$$S_C = 1 - F_{-1,n}/n_0 F_{0,n-1} \quad (33)$$

$$H_C = (F_{0,n-1} - 2F_{-1,n}/n_0 + F_{-2,n+1}/n_0^2$$

$$- F_{0,n-1} S_C^2) / 2f_{0,n-1} \quad (34)$$

したがって、 $x_R = t_0 \psi_x S_C$ 、 $z_R = 0$ で標準偏差 ϕ_{SD} は最小値 $t_0 \psi_x H_C^{1/2}$ をとり、基板厚 t_0 と傾き ψ_x の積に比例する。 H_C はディスクの傾きによる Strehl 強度の劣化のしやすさを表す。**Fig. 2** は $S = \pi(\tan^2 \beta - \tan^2 \alpha)$ をパラメーターとした場合の、 $\sin \alpha$ に対する強度劣化係数 H_C の特性曲線であり、 $\sin \alpha = 0.5$ の近傍で極大となる曲線を描く。

Fig. 2 より $S=0.8$ の場合の円形開口の H_C は 5.575×10^{-6} であり、 $\psi_x=1.0$ 度の条件では 0.063 RMS λ の波面収差に相当する（ただし $t_s=t_0=1.2$ mm, $n_s=$

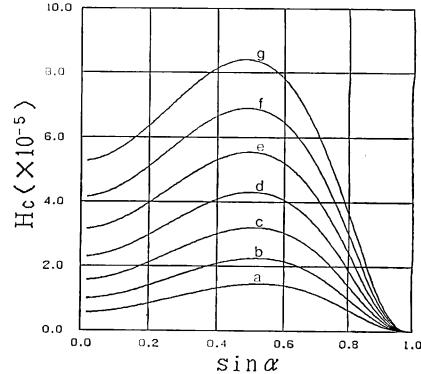


Fig. 2 Characteristic curves of degrading factor H_C vs. aperture shape factor $\sin \alpha$: $n_0=1.57$, $n=2$, (a) $S=0.8$, (b) $S=1.0$, (c) $S=1.2$, (d) $S=1.4$, (e) $S=1.6$, (f) $S=1.8$, (g) $S=2.0$.

$n_0=1.57$, $\sin \alpha=0.0$, $\sin \beta=0.45$, $\lambda=780$ nm). これは光線追跡による結果⁴⁾ と一致する。

3.2 基板厚、屈折率誤差の場合

次にディスク傾きがなく ($\psi_x=\psi_y=0$)、ディスク基板の厚み t_s 、屈折率 n_s が設計値 t_0, n_0 からずれた場合、(22)、(23)式から波面収差 ϕ は次式で表される（回転対称な誤差なので $x_R=y_R=0$ としてよい）。

$$\begin{aligned} \phi &= -t_0 \delta_N / (1 - \sin^2 \theta / n_0^2)^{1/2} \\ &\quad - t_0 \delta_T (1 - \sin^2 \theta / n_0^2)^{1/2} - z_R \cos \theta \end{aligned} \quad (35)$$

この収差関数は縦の焦点移動収差、球面収差を主な成分としており、その収差係数は式(35)の右辺を $\sin \theta$ に関して級数展開し、 $\sin \theta \equiv n_s \sin \theta$ とすることで、次式のごとく求められる。

$$W_{20} = (t_0 / 2f_0) \{z_R / t_0 + (\delta_N - \delta_T) / n_0^2\} \quad (36)$$

$$W_{40} = (t_0 / 8f_0) \{z_R / t_0 + (3\delta_N - \delta_T) / n_0^4\} \quad (37)$$

$$W_{60} = (t_0 / 16f_0) \{z_R / t_0 + (5\delta_N - \delta_T) / n_0^6\} \quad (38)$$

$W_{20}=0$ の条件 ($z_R=-t_0(\delta_N-\delta_T)/n_0^2$) における W_{40} の値は横収差の級数展開で求めた球面収差（補正収差）を厚み、屈折率に対し全微分して得た従来の結果⁵⁾ と（屈折率誤差の2次の項を無視して）一致する。

一方、標準偏差 ϕ_{SD} は次式で表される。

$$\phi_{SD}^2 = c_S (z_R + t_0 S_S)^2 + t_0^2 H_S \quad (39)$$

ただし

$$c_S = f_{0,n+1}/f_{0,n-1} - (f_{0,n}/f_{0,n-1})^2 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} S_S &= \{(\delta_{Nf,-1,n} + \delta_{Tf,1,n})/f_{0,n-1} \\ &\quad - f_{0,n}(\delta_{Nf,-1,n} + \delta_{Tf,1,n})/f_{0,n-1}\} / c_S \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} H_S &= (\delta_N^2 f_{-2,n-1} + 2\delta_N \delta_T f_{0,n-1} + \delta_T^2 f_{2,n-1}) / f_{0,n-1} \\ &\quad - \{(\delta_{Nf,-1,n} + \delta_{Tf,1,n})/f_{0,n-1}\}^2 - c_S S_S^2 \end{aligned} \quad (42)$$

したがって、 $z_R = -t_0 S_S$ で ϕ_{SD} は最小値 $t_0 H_S^{1/2}$ をとする。とくに屈折率が設計どおり ($n_S = n_0$) の場合、 $\delta_N = 0$ より S_S, H_S は次式に書き換える。

$$S_T = S_S / \delta_T = (f_{1,n}/f_{0,n-1} - f_{0,n}f_{-1,n-1}/f_{0,n-1}^2) / c_S \quad (43)$$

$$H_T = H_S / \delta_T^2 = f_{2,n-1}/f_{0,n-1} - (f_{1,n-1}/f_{0,n-1})^2 - c_S S_T^2 \quad (44)$$

また基板の厚みが設計どおり ($t_S = t_0$) の場合、 $\delta_T = 0$ より S_S, H_S は次式に書き換える。

$$S_N = S_S / \delta_N = (f_{-1,n}/f_{0,n-1} - f_{0,n}f_{-1,n-1}/f_{0,n-1}^2) / c_S \quad (45)$$

$$H_N = H_S / \delta_N^2 = f_{-2,n-1}/f_{0,n-1} - (f_{-1,n-1}/f_{0,n-1})^2 - c_S S_N^2 \quad (46)$$

H_T, H_N はそれぞれディスク基板の厚み誤差、屈折率

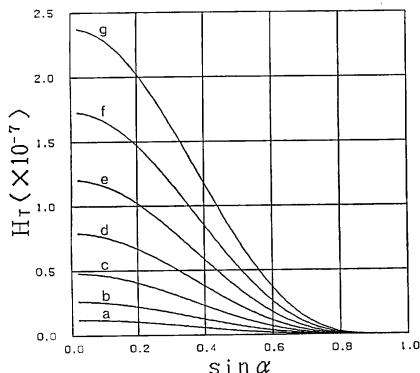


Fig. 3 Characteristic curves of degrading factor H_T vs. aperture shape factor $\sin \alpha$: $n_0 = 1.57$, $n = 2$, (a) $S = 0.8$, (b) $S = 1.0$, (c) $S = 1.2$, (d) $S = 1.4$, (e) $S = 1.6$, (f) $S = 1.8$, (g) $S = 2.0$.

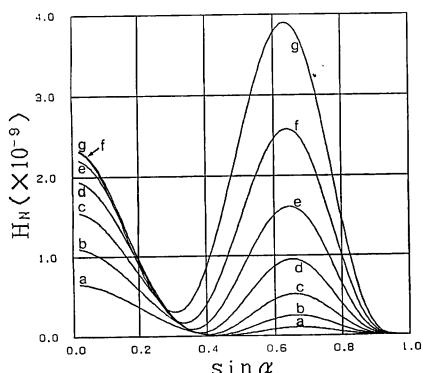


Fig. 4 Characteristic curves of degrading factor H_N vs. aperture shape factor $\sin \alpha$: $n_0 = 1.57$, $n = 2$, (a) $S = 0.8$, (b) $S = 1.0$, (c) $S = 1.2$, (d) $S = 1.4$, (e) $S = 1.6$, (f) $S = 1.8$, (g) $S = 2.0$.

誤差による Strehl 強度の劣化のしやすさを表す。Fig. 3, Fig. 4 は $S = \pi(\tan^2 \beta - \tan^2 \alpha)$ をパラメーターにした場合の、 $\sin \alpha$ に対する強度劣化係数 H_T, H_N の特性曲線であり、 H_T は $\sin \alpha$ に対し単調に減少する曲線、 H_N は $\sin \alpha = 0.3 \sim 0.4$ の近傍で極小、 $\sin \alpha = 0.6 \sim 0.7$ の近傍で極大となる曲線を描く。

Fig. 3 より $S = 0.8$ の場合の円形開口の H_T は 1.21×10^{-8} であり、 $|t_S - t_0| = 0.1$ mm の条件では 0.022 RMS λ の波面収差に相当する（ただし $t_0 = 1.2$ mm, $n_S = n_0 = 1.57$, $\sin \alpha = 0.0$, $\sin \beta = 0.45$, $\lambda = 780$ nm）。これも光線追跡による結果⁵⁾（0.021 RMS λ ）とほぼ一致し、本論の手法の有効性をよく示している。

なお、(42)式は次式に簡略化できる。

$$H_S^{1/2} = H_N^{1/2} \delta_N + H_T^{1/2} \delta_T \quad (47)$$

すなわち、“ $H_S = \text{一定}$ ”の方程式は (δ_T, δ_N) 平面上で傾き $-(H_T/H_N)^{1/2}$ の直線を描くことになる。これは一方の誤差を他方の誤差で補正できることを示している。

4. まとめ

ディスク基板を集束光が透過することにより生ずる収差の収差関数を解析的に導出し、ディスク傾きやディスク基板の厚さ、屈折率の誤差による影響を解析した。解析結果は大型計算機を用いた光線追跡による従来の結果とよく一致し、手法の有効性が明らかになった。

本論の意義は 2 点あり、第 1 はディスク基板における収差の問題を理論解析的に扱えることを示したこと、第 2 は輪帶開口との関係を明らかにしたことにある。特に、開口面積一定のもとでの輪帶開口の効果について以下の結果を得た。

- (1) ディスク傾きによる Strehl 強度の劣化係数 H_C は最内径開口数 ($\sin \alpha$) の増大とともに増加し、 $\sin \alpha = 0.5$ の近傍での極大値を経て減少する。
- (2) ディスク基板の厚さ誤差による劣化係数 H_T は最内径開口数 ($\sin \alpha$) に対し単調に減少する。
- (3) ディスク基板の屈折率の誤差による劣化係数 H_N は最内径開口数 ($\sin \alpha$) の増大とともに減少し、 $\sin \alpha = 0.3 \sim 0.4$ の近傍の極小値を経て増加し、 $\sin \alpha = 0.6 \sim 0.7$ の近傍で極大となった後再び減少する。

- (4) 近似的に H_C は開口面積の 2 乗、 H_T は開口面積の 3 乗に比例する。

一例として、 $NA = 0.46 \sim 0.69$ の輪帶開口 ($S = 2.0$) を採用する場合、ほぼ現状の光ヘッドの仕様である $NA = 0.49$ の円形開口 ($S = 1.0$) に比べて H_C は 8.4 倍、

H_T は 3.5 倍, H_N は 1.6 倍となる。一方, 波面収差の標準偏差は傾き ϕ_s と基板厚 t_0 の積, および基板の厚み誤差 $|t_s - t_0|$, 屈折率誤差 $|n_s - n_0|$ に比例する。したがってディスク基板で発生する収差を現行レベルに抑えるには基板厚 t_0 を現行の 1/3 倍 (0.4 mm) 以下に, 基板の誤差厚 $|t_s - t_0|$ を 1/2 倍以下に, 屈折率誤差 $|n_s - n_0|$ を 4/5 倍以下にする必要がある。

近年, 輪帯開口は共焦点光学系との組合せで光ディスク信号の高密度化に効果があることが報告されており¹³⁾, 高密度光ディスクシステムとしての規格が検討される可能性もある¹⁴⁾。本論の結果がその検討における参考となれば幸いである。

文 献

- 1) H. de Lang: "Compensation of aberration caused by oblique plane-parallel plates," Philips Res. Rep., **12** (1957) 181-189.
- 2) W. J. Smith: *Modern Optical Engineering* (McGraw-Hill, New York, 1966) Chap. 4.8.
- 3) J. Kudar: "Optical problem of the rotating prism cinematograph projector," Proc. Phys. Soc. London, **58** (1946) 598-605.
- 4) 久保田重夫, 岡美智雄, 大里 潔: "光ディスクにおけるアイ・パターンのジッター解析 2: タンジェンシャル・コマ, ラディアル・コマ, ディフォーカスの影響", 光学, **14** (1985) 137-139.
- 5) 久保田重夫, 大里 潔, 渡辺俊夫: "光ディスクにおけるアイ・パターンのジッター解析 4: 光ディスクの厚み誤差に起因する球面収差の影響", 光学, **14** (1985) 219-221.
- 6) 宮岡千里, 久保田重夫: "光ディスクシステムの技術課題: 光ディスクシステムにおける収差と電気信号の関係について", 光学技術コンタクト, **23** (1985) 449-455.
- 7) J. W. Goodman: *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1968) pp. 44-45.
- 8) 西脇青児: "グレーティングレンズの収差解析", 光学, **19** (1990) 310-318.
- 9) M. Born and E. Wolf (草川 徹, 横田英嗣訳): 光学の原理 (東海大学出版会, 東京, 1975) p. 689.
- 10) 三宅和夫: 幾何光学 (共立出版社, 東京, 1979) p. 105.
- 11) M. Born and E. Wolf (草川 徹, 横田英嗣訳): 光学の原理 (東海大学出版会, 東京, 1975) p. 691.
- 12) 西脇青児: "回転非対称な誤差に対する同心円集光グレーティングカプラーの収差解析", 光学, **20** (1991) 438-444.
- 13) 山中 豊, 広瀬 裕, 藤井宏明, 窪田憲一: "超解像による光ディスクの高密度記録 (II)", 第 49 回応用物理学会学術講演会予稿集, 4a-ZD-7 (1988) p. 839.
- 14) 高野雅晴: "CD がデジタル・ビデオ・ディスクへ飛躍", 日経エレクトロニクス, No. 528 (1991) 123-131.

付録A. 入射光の光振幅（点Pでの光振幅）

入射光の光振幅（すなわち点 P での光振幅）は点 W での光振幅とは一致しない。ここでは点 P での光振幅 u_P が点 W での光振幅 u_W とどう関係するかを示しておく。

$t_s = t_0$, $n_s = n_0$, $z_R = 0$ のときには $HK = f_0 - t_0/n_0$, KR

$= t_0$, $QS = R/\sin \theta - t_0/n_0 \cos \theta'$, $SR = t_0/\cos \theta'$ であり, また無収差の結像をなすことから,

$$HK + n_0 \cdot KR = QS + n_0 \cdot SR \quad (a)$$

の関係が成り立つ。したがって入射高 R は次式で表される。

$$R/\sin \theta = f_0 - t_0(n_0 - 1/n_0)(1/\cos \theta' - 1) \quad (b)$$

点 P での光の強度は点 W に比べ $r dr / R dR$ 倍である。

また, 入射光は平面波であり, 光の位相は点 P の位置によらず一定である。したがって式 (3), (b) より点 P での複素光振幅が次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_P(R) &= \{v(r)/\cos^2 \theta'\} [\{f_0 - t_0/n_0 \cdot (1 - \cos \theta/\cos \theta')\} \\ &\quad \{f_0 - t_0/n_0 \cdot (1 - \cos^3 \theta/\cos^3 \theta')\}] \\ &\quad \{f_0 - t_0/n_0 \cdot (n_0^2 - 1)(1/\cos \theta' - 1)\} \\ &\quad \{f_0 - t_0/n_0 \cdot (n_0^2 - 1)(1/\cos^3 \theta' - 1)\}]^{1/2} \end{aligned} \quad (c)$$

付録B. $f_{m,n}$, $F_{m,n}$ の計算例

本論で出てくる定積分 $f_{m,n}$, $F_{m,n}$ の主な計算結果を示しておく。

$$f_{-1,2} = (n_0/2)(I_{0,-1} - I_{1,-1}) \quad (d)$$

$$\begin{aligned} f_{-2,1} &= -(n_0^2/2) \ln |(1 - \sin^2 \beta/n_0^2)| \\ &\quad (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)| \end{aligned} \quad (e)$$

$$\begin{aligned} f_{-1,1} &= -n_0^2(1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{1/2} \\ &\quad + n_0^2(1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (f)$$

$$f_{0,1} = -(\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha)/2 \quad (g)$$

$$f_{0,2} = -(\cos^3 \beta - \cos^3 \alpha)/3 \quad (h)$$

$$f_{0,3} = -(\cos^4 \beta - \cos^4 \alpha)/4 \quad (i)$$

$$\begin{aligned} f_{1,1} &= -(n_0^2/3)(1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{3/2} \\ &\quad + (n_0^2/3)(1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{3/2} \end{aligned} \quad (j)$$

$$f_{1,2} = I_{0,1}/2n_0 \quad (k)$$

$$\begin{aligned} f_{2,1} &= -\cos^2 \beta/2 + (2 \cos^2 \beta - \cos^4 \beta)/4n_0^2 \\ &\quad + \cos^2 \alpha/2 - (2 \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha)/4n_0^2 \end{aligned} \quad (l)$$

$$F_{-1,2} = (n_0/2)(I_{1,-1} - I_{2,-1}) \quad (m)$$

$$\begin{aligned} F_{0,1} &= \cos^4 \beta/4 - \cos^2 \beta/2 - \cos^4 \alpha/4 \\ &\quad + \cos^2 \alpha/2 \end{aligned} \quad (n)$$

$$\begin{aligned} F_{-2,3} &= (n_0/2) \{(\sin^4 \beta - \sin^4 \alpha)/2 \\ &\quad + (n_0^2 - 1)(\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha) \\ &\quad + n_0^2(n_0^2 - 1) \ln |(1 - \sin^2 \beta/n_0^2)| \\ &\quad (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)|\} \end{aligned} \quad (o)$$

ただし $I_{m,n}$ は次式で定義される。

$$I_{m,n} = \int_{\sin^2 \alpha}^{\sin^2 \beta} x^m [x^2 - (n_0^2 + 1)x + n_0^2]^{n/2} dx \quad (p)$$

$I_{m,n}$ の主な計算結果は次のとおりである。

$$I_{0,-1} = \ln |2 \sin^2 \beta - (n_0^2 + 1)|$$

$$\begin{aligned}
 & + 2n_0 \cos \beta (1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{1/2} | \\
 & - \ln |2 \sin^2 \alpha - (n_0^2 + 1) \\
 & + 2n_0 \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{1/2}| \quad (q) \\
 I_{1,-1} = & (n_0^2 + 1) I_{0,-1}/2 \\
 & + n_0 \cos \beta (1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{1/2} \\
 & - n_0 \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{1/2} \quad (r) \\
 I_{0,1} = & -(n_0^2 - 1)^2 I_{0,-1}/8 \\
 & + n_0 \cos \beta (1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{1/2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \{2\sin^2 \beta - (n_0^2 + 1)\}/4 \\
 & - n_0 \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{1/2} \\
 & \bullet \{2\sin^2 \alpha - (n_0^2 + 1)\}/4 \quad (s) \\
 I_{2,-1} = & (3n_0^4 + 2n_0^2 + 3) I_{0,-1}/8 \\
 & + n_0 \cos \beta (1 - \sin^2 \beta/n_0^2)^{1/2} \\
 & \bullet \{2 \sin^2 \beta + 3(n_0^2 + 1)\}/4 \\
 & - n_0 \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha/n_0^2)^{1/2} \\
 & \bullet \{2 \sin^2 \alpha + 3(n_0^2 + 1)\}/4 \quad (t)
 \end{aligned}$$