



光通信アンテナの波面収差と中心近傍での点像強度分布

渋谷 真人

(株)ニコン光学本部第2光学部第4光学課 〒140 東京都品川区西大井 1-6-3

(1991年5月16日受付, 1991年10月7日受理)

Wavefront Aberration of Optical Communication Antenna and Intensity Distribution of Point Image in the Vicinity of Center

Masato SHIBUYA

Optical Designing Department, NIKON,
1-6-3, Nishi-Ohi, Shinagawa-ku, Tokyo 140

(Received May 16, 1991; Accepted October 7, 1991)

For space optical communication, it is required that the signal is sufficiently received when the receiver is located in the circle whose radius is about 30% of diffraction limited disk. Therefore, it seems to be effective if the intensity at about 30% of diffraction limited disk is higher, even with a little lower value at the center. It is concluded, however, that the aberration free system is the best for transmitter antenna of optical communication, since no wavefront aberration gives such intensity distribution.

1. 序

衛星間光通信は数百から数万 km の距離 (静止衛星高度は 36,000 km) でおこなわれるため, 光通信アンテナ (大口径望遠鏡) から射出する波面が良い指向性を持つことが要求されている。たとえば, 口径 300 mm, 波長 $0.8 \mu\text{m}$ とすると, 36,000 km 先での拡がり, は 234 m ϕ となる。一般に, 受信側のアンテナが送信ビーム回折拡がりの約 3 割以内にあるときに十分な信号を得ることが要求されている¹⁾。それゆえ, 中心での強度を多少悪くしても, 回折拡がりの 3 割での強度を強くすることの方が実用的といえる。本論文では, このような強度分布を与える波面収差がないかを, 理論およびシミュレーションによって検討した。

点像強度分布の中心強度は, 波面収差が小さければ波面収差の RMS (root mean square) より次式で与えられることはよく知られている²⁾。

$$I=1-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot (\text{RMS})^2 \quad (1)$$

この公式を拡張して, 波面収差の小さいときに点像の中心近傍での強度分布を波面収差の RMS より求める新公式をまず導く。この新公式を光通信アンテナに適用し, 上述した回折拡がりの 3 割での強度を高めるような波面収差がないか検討する。さらに, そのような強度分布の可能性をシミュレーションで確認してみた。

2. 波面収差が小さいときの中心近傍での点像強度分布

波面収差の小さいときの点像中心強度は (1) 式で与えられるが, ここでは像平面内での強度分布を与える式を導出する。計算の座標を Fig. 1 に示す。 ξ, η は瞳座標であり, 光線の方向余弦である^{3,4)}。 x, y は像面の座標である。像面上の振幅 $U(x, y)$ は, 波面収差を $W(\xi, \eta)$ とすると

$$U(x, y)=\iint d\xi d\eta \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{W(\xi, \eta)+(\xi x+\eta y)\}\right] \quad (2)$$

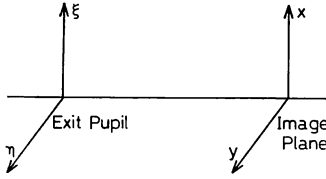


Fig. 1 Coordinates for calculating intensity distribution of point image.

と表される. 式の簡略のため, 像中心からのずれに対応する項 $\xi x + \eta y$ を $W(\xi, \eta)$ のなかに入れて強度 $I(x, y)$ を求めると

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= |U(x, y)|^2 \\
 &= \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \\
 &\quad \cdot \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{W(\xi_1, \eta_1) - W(\xi_2, \eta_2)\}\right] \\
 &= \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \\
 &\quad \cdot \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{\Delta W(\xi_1, \eta_1) - \Delta W(\xi_2, \eta_2)\}\right]
 \end{aligned} \quad (3)$$

となる. ここで $\Delta W(\xi_1, \eta_1)$ は波面収差の平均波面からのずれである. 波面収差が小さい場合の像中心近傍について考えているので, \exp 関数を ΔW の2乗の項まで展開すれば良い近似であり,

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \\
 &\quad + i\frac{2\pi}{\lambda} \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \\
 &\quad \cdot [\Delta W(\xi_1, \eta_1) - \Delta W(\xi_2, \eta_2)] \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \\
 &\quad \cdot [\Delta W(\xi_1, \eta_1)^2 + \Delta W(\xi_2, \eta_2)^2 \\
 &\quad - 2\Delta W(\xi_1, \eta_1)\Delta W(\xi_2, \eta_2)]
 \end{aligned} \quad (4)$$

となる. ここで, 第2項の積分および第3項の積分の3番目の項は明らかにゼロとなる. これらを用い, さらに無収差の中心強度 $I_0(0, 0)$ で規格化すれば,

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= I(x, y)/I_0(0, 0) \\
 &= 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W(\xi, \eta)^2 \rangle
 \end{aligned} \quad (5)$$

と表される. ここで, $\langle \rangle$ は瞳内平均を意味し,

$$I_0(0, 0) = \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2$$

である.

(5)式は従来知られている中心強度を与える公式(1)

式と同じ形であるが, 波面収差の内に像中心からのずれの項 $(\xi x + \eta y)$ が入っているので, それを再び波面収差 $W(\xi, \eta)$ と区別して表す. 瞳の重心を瞳座標の原点 ($\xi = \eta = 0$) とすれば, $\xi x + \eta y$ の平均はゼロとなり, さらに像面の中心 ($x = y = 0$) での平均波面からのずれを $\Delta W_0(\xi, \eta)$ とすれば,

$$\Delta W(\xi, \eta) = \xi x + \eta y + \Delta W_0(\xi, \eta)$$

と表される. よって

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta W(\xi, \eta)^2 \rangle &= x^2 \langle \xi^2 \rangle + y^2 \langle \eta^2 \rangle \\
 &\quad + 2xy \langle \xi \eta \rangle \\
 &\quad + 2x \langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle \\
 &\quad + 2y \langle \eta \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle \\
 &\quad + \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle
 \end{aligned} \quad (6)$$

となる. ここで, 光学系は一般に回転対称なので第3項の $\langle \xi \eta \rangle$ はゼロであり, (6)式を変形すると,

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta W(\xi, \eta)^2 \rangle &= \langle \xi^2 \rangle \left\{ x + \frac{\langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \xi^2 \rangle} \right\}^2 \\
 &\quad - \frac{\langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle^2}{\langle \xi^2 \rangle} \\
 &\quad + \langle \eta^2 \rangle \left\{ y + \frac{\langle \eta \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \eta^2 \rangle} \right\}^2 \\
 &\quad - \frac{\langle \eta \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle^2}{\langle \eta^2 \rangle} \\
 &\quad + \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle
 \end{aligned} \quad (7)$$

となる. さらに, 像面座標 (xy 座標) 原点で強度が最大となるように座標移動すると, 新しい座標原点における平均波面からのずれ $\Delta W_0'(\xi, \eta)$ は座標移動による波面収差発生により

$$\begin{aligned}
 \Delta W_0'(\xi, \eta) &= -\frac{\langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \xi^2 \rangle} \xi \\
 &\quad - \frac{\langle \eta \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \eta^2 \rangle} \eta + \Delta W_0(\xi, \eta)
 \end{aligned}$$

となる. それゆえ

$$\begin{aligned}
 \langle \xi \Delta W_0'(\xi, \eta) \rangle &= -\frac{\langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \xi^2 \rangle} \langle \xi^2 \rangle \\
 &\quad - \frac{\langle \eta \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle}{\langle \eta^2 \rangle} \langle \xi \eta \rangle + \langle \xi \Delta W_0(\xi, \eta) \rangle \\
 &= 0
 \end{aligned} \quad (8)$$

同様に

$$\langle \eta \Delta W_0'(\xi, \eta) \rangle = 0 \quad (9)$$

となる. (7), (8), (9)式より, 新座標における波面収差の表現から'をとると

$$\begin{aligned}
 \langle \Delta W(\xi, \eta)^2 \rangle &= x^2 \langle \xi^2 \rangle + y^2 \langle \eta^2 \rangle \\
 &\quad + \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle
 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。よって、(10)式を(5)式に代入して、

$$I(x, y) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (\langle \xi^2 \rangle x^2 + \langle \eta^2 \rangle y^2) \quad (11)$$

を得る。第2項は従来知られている中心強度分布の変動を示す項であり²⁾、第3項は波面収差とは関係なく中心からのずれによって決まる項である。波面収差が小さければ、点像中心強度だけでなく中心近傍での強度も波面収差 RMS によって決まることとなる。それゆえ、意図的な波面収差を発生させて、回折拡がりの3割付近での強度を高めることはできず、光通信アンテナの波面収差は無収差が最適であることがわかる。

円形瞳の場合には

$$\langle \xi^2 \rangle = \langle \eta^2 \rangle = \frac{1}{\pi NA^2} \iint r dr d\theta r^2 \cos^2 \theta = NA^2/4$$

となるので、(11)式は

$$I(x, y) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle - \left(\frac{\pi NA}{\lambda}\right)^2 (x^2 + y^2) \quad (12)$$

となる。これが、波面収差の小さいときの、円形瞳における点像中心強度分布の式である。

光アンテナの場合には無限遠像を考えることになる。

Fig. 2 に示すように光アンテナから物点までの距離を L として、

$$\begin{aligned} \sin(\theta_x) &\doteq \theta_x \doteq x/L, \\ \sin(\theta_y) &\doteq \theta_y \doteq y/L, \\ D/2 &= NA \cdot L \end{aligned} \quad (13)$$

が成立するので、(13)式を(12)式に代入して、

$$I(\theta_x, \theta_y) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle - \left(\frac{\pi D}{2\lambda}\right)^2 (\theta_x^2 + \theta_y^2) \quad (14)$$

となり、無限遠における強度分布の式が求まった。ここ

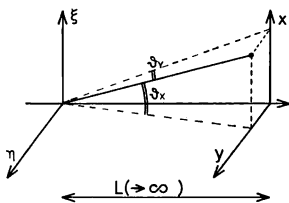


Fig. 2 Coordinates for calculating intensity distribution of infinite point image.

で ξ, η は瞳の実寸を表す。

中心遮蔽のある場合には、中心遮蔽率（中心遮蔽部の直径と開口径の比）を α として

$$\langle \xi^2 \rangle = \langle \eta^2 \rangle = \frac{NA^2}{4} (1 + \alpha^2)$$

となるので、

$$I(x, y) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle - \left(\frac{\pi NA}{\lambda}\right)^2 (1 + \alpha^2) (x^2 + y^2) \quad (15)$$

となる。(12)式、(15)式を比較することにより、中心遮蔽があると中心近傍での強度の低下が急になることがわかる。すなわち、光通信アンテナでは中心遮蔽はできる限り小さい方がよい。

3. 波面収差のシミュレーション

光通信アンテナでは回折拡がりの3割程度の範囲内での強度が高いことが重要であるが¹⁾、(11)式に示されるように、波面収差の RMS によって中心および中心近傍での強度が決まってしまう。それゆえ、波面収差の RMS を良くすることが光通信アンテナの性能を決め、無収差が最も良いこととなる。しかしながら、あくまでこれらの式は波面収差が小さいときの中心近傍での近似式であるので、シミュレーションによって中心を犠牲にしても回折拡がりの3割付近での強度を強めることができないう確認してみた。

球面収差を与え、デフォーカス量の最適化によって回折拡がりの3割の強度を強くした。球面収差として3次、5次の球面収差などを与えたが、円錐状の球面収差を与えたときが比較的良くなった。円錐状の球面収差を **Fig. 3** に模式的に示す。瞳面の波面が円錐状になっている。子午面内での射出波面は無収差ならば光軸上 O に向かうが、円錐状球面収差では光軸外 O' に向かい、光線もすべて O' に向かうこととなり、スポットダイアグ

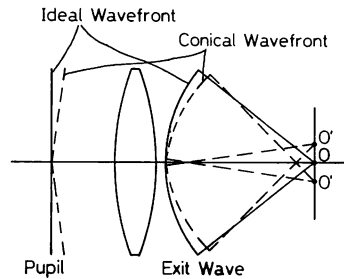


Fig. 3 Wavefront of conical spherical aberration is drawn schematically.

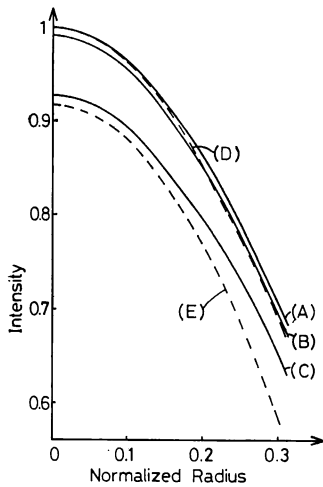


Fig. 4 Intensity distribution of point image.

ラムは完全な輪帯となる。このような円錐状の波面であれば、幾何光学的には、その集光点付近で強度が強くなる。なお、円錐状球面収差は0次の球面収差ということができるであろう。

シミュレーション結果を Fig. 4 に示す。横軸に中心からの距離を AiryDisc 半径によって規格化して示し、縦軸に強度を理想中心強度で規格化して示した。実線で示したのが(3)式に基づき数値回折積分した結果であり、(A)が無収差の場合、(B)は O' が回折拡がりの1/2となる場合、(C)は O' が1.5倍となる場合である。中心だけでなく回折拡がりの3割付近でも、無収差(A)の強度が最も強く、収差を発生させることによる効果がないことが示された。幾何光学的には効果が予想されても、回折によって強度分布がならされるため、収差発生による強度分布の最適化はできないと考えることができる。波面収差をかなり与えれば、中心強度に対する回折限界の3割付近の強度の比を高くすることはできるが、全体レベルが下がってしまい有効とはならない。3次球面収差、5次球面収差を与えてみても円錐状球面収差よりも悪い結果しか得られなかった。

点線で示したのが(12)式または(14)式で計算したものであり、(D)が無収差の場合で(A)に対応し、(E)は像中心での波面収差 RMS が $\lambda/22$ のときで(C)に対応する。回折限界の3割程度までは(A)と(D)および(C)と(E)はよく一致しており、近似公式(11)式が中心近傍で成立していることが確認された。

4. 製造誤差評価

光通信アンテナの波面収差は無収差が最適であり、意図的に波面収差を発生させることは効果がないことがわかった。ところで実際に製造されたものは誤差があり、面精度による波面収差の評価をする必要がある。点像の中心近傍での振舞いを表す(11)式は、波面収差が小さいと仮定しているが、波面収差のランダム性は仮定していない。ランダム性を仮定するならば、面精度評価の1次近似として表面粗さによる光の散乱計算を適用することができる⁶⁾。すなわち、波面収差の乱れによりある割合のエネルギーが像面上に一樣に散乱され、残りのエネルギーが無収差の分布となると考えることができ、中心から離れたところまで、強度分布が(1)式で示されるような割合で減少することになる。

減少の割合が(1)式で示されることを以下に示す。

$G(\xi, \eta)$ をアポダイゼーションを含めた瞳関数として、強度 $I(x, y)$ は

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |U(x, y)|^2 \\ &= \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 G(\xi_1, \eta_1) G^*(\xi_2, \eta_2) \\ &\quad \cdot \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{(\xi_1 x + \eta_1 y) - (\xi_2 x + \eta_2 y)\}\right] \\ &\quad \cdot \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{\Delta W_0(\xi_1, \eta_1) - \Delta W_0(\xi_2, \eta_2)\}\right] \end{aligned}$$

となる。ここで*は複素共役を意味する。さらに ΔW_0 のランダム性を仮定すると、

$$\begin{aligned} I(x, y) &= I_0(x, y) \\ &\quad \cdot \left\langle \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta W_0(\xi_1, \eta_1) - \Delta W_0(\xi_2, \eta_2))\right] \right\rangle \\ &= \left\{ 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle \Delta W_0(\xi, \eta)^2 \rangle \right\} \cdot I_0(x, y) \end{aligned}$$

となり、(1)式で強度の減少が表せることが示された。ここで、 $I_0(x, y)$ は、製造誤差のないときの強度分布であり

$$\begin{aligned} I_0(x, y) &= \iiint d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 G(\xi_1, \eta_1) G^*(\xi_2, \eta_2) \\ &\quad \cdot \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\{(\xi_1 x + \eta_1 y) - (\xi_2 x + \eta_2 y)\}\right] \end{aligned}$$

である。

光通信のゲイン計算は、(1)式で十分な見積りができると考えられ^{1,5)}、光アンテナの波面収差性能は RMS

では評価できるといえる。なお、波面収差分布をガウス分布と仮定したときに、瞳面内での相関を考慮した点像強度分布計算が報告されている⁷⁾。また、最終評価として、強度分布を厳密に回折積分で求めることは意味がある¹⁾。

5. ま と め

光通信では、受信アンテナが送信ビーム拡がりの3割以内で十分な信号を得ることを想定しているが、そのために、意図的に発生させる有効な波面収差がないかを検討した。ランダム性は仮定しないが、波面収差が小さいとして、回折強度分布の近似公式を導いたが、中心近傍の強度分布は波面のRMSで決まることがわかった。すなわち、光通信アンテナにとって波面収差RMSを小さくすることが最適であり、意図的に発生させる有効な波面収差は存在しない。実際に、シミュレーションし

ても無収差が最も良く、また近似公式がよく成立していることが確認された。

文 献

- 1) M. Detaille and P. Houmault: "Telescope considered as a very high gain antenna," Proc. SPIE, **1218** (1990) 160-168.
- 2) M. Born and E. Wolf: 光学の原理(草川, 横田訳, 東海大学出版会, 1974) 9.1.3 章.
- 3) H. H. Hopkins: "Aberration theory and lens design," Jpn. J. Appl. Phys., **4**, Suppl. I (1965) 31-35.
- 4) 渋谷真人: "不遊条件と OTF の計算", 光学, **13** (1984) 40-48.
- 5) P. Henneberg and H. Schubert: "A new telescope concept for space communication," Proc. SPIE, **1218** (1990) 153-159.
- 6) 鶴田匡夫: 光の鉛筆(新技術コミュニケーションズ, 1985) p. 43.
- 7) J. Ruze: "Antenna tolerance theory—A review," Proc. IEEE, **54**, No. 4 (1976) 633-640.