

# 解 説

## 3次元運動のコンピュテーション

金 谷 健 一

群馬大学工学部情報工学科 〒376 桐生市天神町 1-5-1

(1992年6月12日受理)

### Computation of 3-D Motion

Kenichi KANATANI

Department of Computer Science, Gunma University,  
1-5-1, Tenjin-cho, Kiryu 376

### 1. 序 論

物体またはカメラが3次元剛体運動をするとき、得られた動画像から物体の形状および(物体またはカメラの)3次元運動を計算する問題は **shape from motion** または **structure from motion** と呼ばれ、Ullman<sup>38)</sup> によって基本的な定式化がなされて以来、コンピュータビジョンの重要な問題である。これは入力された動画像を単に解析するだけでなく、解析が容易になるようにカメラを意図的に移動すること(アクティブビジョン)により、自律ロボットの環境理解の手段としても利用できるからである。

有限運動の場合、2画像間で8個の特徴点の対応が与えられていれば解が解析的に計算できることは Longuet-Higgins<sup>18)</sup> および Tsai and Huang<sup>36)</sup> によって独立に発見された。Longuet-Higginsの方法は初等的なベクトル解析のみを用いているが Tsai and Huang の方法は特異値分解を含んだ複雑なものであった。これらはいろいろ変形され、総称して8点アルゴリズムと呼ばれている。しかし、これらはデータに誤差がないときに成立する理論的な関係に立脚しているので、それを満たしていない不正確なデータを用いると矛盾が生じる。矛盾の生じない“ロバストな”解法は Weng ら<sup>40)</sup>によって提案された。第2節では Weng ら<sup>40)</sup>の解法を洗練した算法を示す<sup>15,17)</sup>。物体が平面の場合は第3節で述べる。物体またはカメラの運動が微小であれば、画像上での対応関係は連続した流れを定義する。これをオプティカルフローと呼ぶ。これは理論的には瞬間的運動の速度場

として取り扱える。運動が小さいほど画像の誤差の影響が相対的に大きくなるので、解の信頼性が有限運動に比べて低下する。しかし、有限運動に対して特徴点を区別して追跡することは高度な推論を要する困難な問題であるのに対して、オプティカルフローは全画素に対する一様な画像処理によって計算できるという長所がある。

ただしフローの精度は画像の濃淡パターンに大きく依存する(濃淡変化が大きいほど検出が容易であり、濃淡がほぼ一定な領域では困難)。また何らかの拘束条件(フローの滑らかさ等)が必要で、精度は拘束条件にも依存する。しかし、検出したフローの信頼度を適切に評価し、それを重みとして画像全体に対する最適化手法を適用すれば信頼できる解が得られると期待できる。数年前まではオプティカルフローの検出は時間を要する困難な問題と思われていたが、今日ではワークステーションの普及によって計算能力が高まり、オプティカルフロー検出はコンピュータビジョンの基本的な処理とみなされつつある。

オプティカルフローの3次元解釈は古くから知覚心理学の問題であった。実際、“オプティカルフロー”という言葉は心理学者 Gibson<sup>4)</sup> によって使われ始めた。このため、オプティカルフローの初期の研究はほとんど知覚心理学の立場からのものであった。その後、工学的観点からいろいろの手法が提案されたが、何らかの探索が必要であった<sup>6,12)</sup>。探索を要しない解析的解法は田川ら<sup>33)</sup>によって提案された。第4節ではこれを洗練した算法を示す<sup>10,17)</sup>。物体が平面の場合は第5節で述べる。

## 2. 有限運動の3次元解釈

空間中の物体の特徴点を  $\{P_\alpha\}, \alpha=1, \dots, N$  とする。カメラのレンズの中心（視点）を始点とし、それらを指す単位ベクトルを  $\{\mathbf{m}_\alpha\}$  とする。これを特徴点のNベクトル<sup>15-17)</sup>と呼ぶ。Nベクトルはカメラの構造が既知であれば画像から計算できる。以下、カメラが物体に対して運動する場合を考える。カメラの運動を視点の周りの回転  $\mathbf{R}$  と並進  $\mathbf{h}$  とで指定し、 $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  を運動パラメータと呼ぶ。視点から各特徴点までの距離を運動前後についてそれぞれ  $\{r_\alpha\}, \{r'_\alpha\}$  とする。

カメラの運動によって各Nベクトル  $\mathbf{m}_\alpha$  が  $\mathbf{m}'_\alpha$  に変化するとき（図1），これを最初のカメラ系からみれば第2のカメラ系は  $\mathbf{R}$  だけ回転しているから  $\mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha$  に等しい。したがって図2の関係から、問題は「式

$$r_\alpha \mathbf{m}_\alpha - r'_\alpha \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha = \mathbf{h} \quad (1)$$

の関係を満たす運動パラメータ  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  と距離  $r_\alpha, r'_\alpha$  を求めよ」と述べることができる。

これから、並進  $\mathbf{h}$  と距離  $r_\alpha, r'_\alpha$  には“スケール不定性”があることがわかる。すなわち  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  と  $r_\alpha, r'_\alpha$  が解なら任意のゼロでない定数  $k$  に対して  $\{\mathbf{R}, k\mathbf{h}\}$  と  $kr_\alpha, kr'_\alpha$  も解である。これは遠くの大きな物体に対する大きな運動と近くの小さな物体に対する小さな運動とが区別できないことを意味する。観測データがNベクトル（＝視線の方向）という無次元量のみである以上、長さの次元を含む量を導けないのは当然である。

並進が  $\mathbf{h}=0$  であるかどうかの判定は容易であるから<sup>14, 15, 17, 40)</sup>、 $\mathbf{h} \neq 0$  と仮定し、 $\|\mathbf{h}\|=1$  なるスケールを探

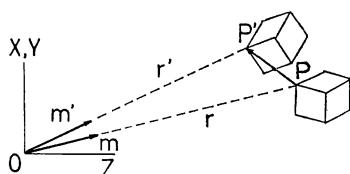


図1 Nベクトルの対応（カメラ系からみた記述）

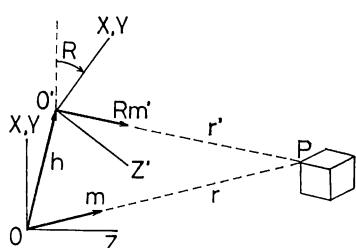


図2 運動パラメータ  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$ （物体からみた記述）

用する ( $\mathbf{h}=0$  なら  $\mathbf{R}$  は定まるが、何らの3次元情報も得られない<sup>14, 15, 17)</sup>)。図2の関係から解が存在する必要十分条件はベクトル  $\mathbf{h}, \mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha$  が“共面”であること、すなわちそれらのスカラ三重積がゼロとなることである。

$$|\mathbf{h}, \mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha| = 0 \quad (2)$$

ここで行列

$$\mathbf{G} = \mathbf{h} \times \mathbf{R} \quad (3)$$

を定義する（右辺は  $\mathbf{h}$  と  $\mathbf{R}$  の各列とのベクトル積）。すると式(2)は

$$(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}\mathbf{m}'_\alpha) = 0 \quad (4)$$

と書ける。 $((\cdot, \cdot)$  はベクトルの内積)。 $\mathbf{G}$  を基本行列、式(2)および(4)をエピ極線方程式と呼ぶ。 $\mathbf{G}$  の定義より  $\|\mathbf{G}\| = \sqrt{2}$  であることが直ちにわかる（ $\|\mathbf{G}\|$  は各要素の二乗和の平方根）。これから、解は次の方針で求まる。

1. 観測したNベクトル  $\{\mathbf{m}_\alpha\}, \{\mathbf{m}'_\alpha\}, \alpha=1, \dots, N$  に對してエピ極線方程式(4)が満たされるように基本行列  $\mathbf{G}, \|\mathbf{G}\| = \sqrt{2}$  を定める。
2. 得られた基本行列  $\mathbf{G}$  を式(3)のように単位ベクトル  $\mathbf{h}$  と回転行列  $\mathbf{R}$  に分解する。
3. 各特徴点までの距離を次のように定める。

$$r_\alpha = \frac{(\mathbf{h}, \mathbf{m}_\alpha) - (\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)(\mathbf{h}, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)}{1 - (\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)^2},$$

$$r'_\alpha = \frac{(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)(\mathbf{h}, \mathbf{m}_\alpha) - (\mathbf{h}, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)}{1 - (\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{R}\mathbf{m}'_\alpha)^2} \quad (5)$$

基本行列  $\mathbf{G}$  には9個の要素があるが、制約  $\|\mathbf{G}\| = \sqrt{2}$  があるから、ステップ1では少なくとも8個の特徴点が観測されれば一般には  $\mathbf{G}$  が一意的に定まる。これが“8点アルゴリズム”的名称の由来である。特徴点の個数が8個以上の場合は最小二乗法により固有値問題に帰着させて解析的にかつロバストに計算できる<sup>15, 17, 40)</sup>。ステップ2は“特異値分解”，“極分解”，“四元数”などを用いて解析的にかつロバストに計算できる<sup>15, 17, 40)</sup>。式(5)は式(1)から最小二乗法によって導かれたものであり<sup>15, 17)</sup>、これを運動視差方程式と呼ぶ。

運動パラメータ  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  に含まれる未知数は  $\mathbf{R}$ （回転行列）に3個<sup>14)</sup>、 $\mathbf{h}$ （単位ベクトル）に2個の合計5個であるから、本来は5個の特徴点で十分なはずである（ただし複数の解が得られる<sup>3)</sup>）。この食い違いはすべての行列が式(3)のように分解できるとは限らないことに起因する。そのように分解できる行列を分解可能行列<sup>9)</sup>と呼ぶ。行列  $\mathbf{G}$  が分解可能である必要十分条件はその特異値が 1, 1, 0 となることである<sup>9)</sup>。これは次式と同値である<sup>17)</sup>。

$$\det \mathbf{G} = 0, \quad \|\mathbf{G}\| = \|\mathbf{G}\mathbf{G}^T\| = \sqrt{2} \quad (6)$$

ステップ1では厳密にはこの3個の分解可能条件のもとで計算すべきであるが、これを無視しているのは計算の簡単化のためである。ただし、データ  $\{\mathbf{m}_\alpha\}, \{\mathbf{m}'_\alpha\}$  が厳密であればそれを無視しても、得られる解はそれを自動的に満たす。分解可能条件(6)を課せば解はもはや解析的には求まらず、数値的探索<sup>15,17,26,30,31)</sup>あるいは数式処理<sup>3,11)</sup>が必要になる。これを直接的探索解法と呼ぶ。これにより解が定まる特徴点の個数の最小値は5個である。ただし、数値的探索で極小値に落ち込まずに最適解に到達するようにするのは複雑な技術を要する。

画像に誤差があれば上の方法による解析解にせよ直接的探索解法にせよ、得られた解には統計的偏差が存在する<sup>26)</sup>。しかし、この偏差はくりこみ法と呼ぶ手法によって取り除くことができる。

ステップ1で基本行列  $\mathbf{G}$  の符号は不定である。ステップ2では基本行列  $\mathbf{G}$  に対して並進  $\mathbf{h}$  が符号を除いて一意的に定まる。その結果、合計4つとおりの解が得られるが、偽の解を除くのは容易である<sup>15,17,40)</sup>。したがって、基本行列  $\mathbf{G}$  が符号を除いて一意的に定まりさえすれば解は一意的である。

基本行列  $\mathbf{G}$  が定まらない唯一の例外はすべての特徴点が特殊な配置をしていて、ある  $\tilde{\mathbf{G}} (\neq \mathbf{G})$  に対して“偽のエビ極線方程式”( $\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}\mathbf{m}'_\alpha = 0$ )が恒等的に成立することである。そのような配置はカメラの移動前後の二つの視点を通るある2次曲面であることが容易に導ける<sup>17,19)</sup>。これを弱臨界曲面という。このとき上の解法では基本行列を定めることができないが、偽の基本行列  $\tilde{\mathbf{G}}$  が分解可能でなければ、分解可能条件(6)を課すことによって  $\mathbf{G}$  を定めることができる。あるいは直接的探索解法によても解が求まる。しかし  $\tilde{\mathbf{G}}$  が分解可能であれば真の解と区別することは原理的に不可能である。そのような曲面を(強)臨界曲面という。これは2次線織面であり、連結双曲面かその縮退であることが知られている<sup>8,17,22,24,25,28,29)</sup>。

### 3. 平面運動の3次元解釈

平面は縮退した双曲面でもあり、任意の平面は(強)臨界曲面でもある<sup>8,17,22,24,25,28,29)</sup>。したがって、すべての特徴点が同一平面上にあればその3次元解釈には必然的に多義性がある。これは知覚心理学では古くから知られていた事実でもある<sup>5)</sup>。解析的な解法も一般の運動とは別個に導かれている<sup>21,34,35,37)</sup>。

視点を通らない平面の(外向き)単位法線ベクトルを

$\mathbf{n}$  とし、視点から平面までの距離を  $d$  とするとき、ベクトル  $\mathbf{p} = \mathbf{n}/d$  を  $\mathbf{P}$  ベクトルと呼ぶ。これは向きが法線方向、長さが距離の逆数であるベクトルである。 $\mathbf{P}$  ベクトルを用いれば平面の方程式は  $(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = 1$  と書ける。

物体が平面であればその運動を画像面上に投影したものは画像面に射影変換(相称変換)を引き起こす。2次元射影変換は  $\mathbf{N}$  ベクトル (=同次座標) を用いればある正則行列  $\mathbf{A}$  により

$$\mathbf{m} = \pm N[\mathbf{A}^T \mathbf{m}] \quad (7)$$

の形に表せる<sup>15-17)</sup> ( $N[\cdot]$  は単位ベクトルへの正規化)。 $\mathbf{A}$  は定数倍の不定性があるから、 $\det \mathbf{A} = 1$  と正規化する。この射影変換の行列  $\mathbf{A}$  は運動パラメータ  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  と  $\mathbf{P}$  ベクトル  $\mathbf{p}$  によって

$$\mathbf{A} = \frac{1}{k} (\mathbf{I} - \mathbf{p}\mathbf{h}^T) \mathbf{R}, \quad k = \sqrt[3]{1 - (\mathbf{p}, \mathbf{h})} \quad (8)$$

と表せる<sup>15-17)</sup>。これから、解は次の方針で求まる。

1. 観測した  $\mathbf{N}$  ベクトル  $\{\mathbf{m}_\alpha\}, \{\mathbf{m}'_\alpha\}, \alpha = 1, \dots, N$  に対して式(7)を満たす射影変換の行列  $\mathbf{A}$ ,  $\det \mathbf{A} = 1$  を求める。
2. 得られた行列  $\mathbf{A}$  を式(8)のように運動パラメータ  $\{\mathbf{R}, \mathbf{h}\}$  と  $\mathbf{P}$  ベクトル  $\mathbf{p}$  に分解する。

行列  $\mathbf{A}$  には9個の要素があるが、正規化条件  $\det \mathbf{A} = 1$  があるから、ステップ1では少なくとも4個の特徴点の変位の  $x, y$  成分が与えられれば  $\mathbf{A}$  が一意的に定まる。特徴点の個数が4個以上の場合は最小二乗法により固有値問題に帰着させて解析的にかつロバストに計算できる<sup>15,17)</sup>。ステップ2は行列  $\mathbf{A}$  の“特異値分解”を用いて解析的に計算できる<sup>15-17,21)</sup>。

式(8)から直ちにわかるように、 $\{\mathbf{h}, \mathbf{p}\}$  が解であれば  $\{-\mathbf{h}, -\mathbf{p}\}$  も解である。この二つの解に対応する平面は視点に関して互いに鏡像の位置にある。そして、それぞれに対して運動後にそれを表、裏の両方からながめている二つの解釈が求まり、解は合計4個ある。しかし、もとの対応点の位置関係から面の表裏は定まるので、結局解は2個となる。並進方向が平面に直交するときは解は一意的である<sup>17,21)</sup>。

### 4. オプティカルフローの3次元解釈

レンズの中心(視点)が並進速度  $v$  で移動し、かつカメラがその周りに回転速度  $\omega$  で回転する瞬間的運動を考える。ある特徴点の  $\mathbf{N}$  ベクトル  $\mathbf{m}$  はカメラ系からみると速度  $\dot{\mathbf{m}}$  で変化する。これを  $\mathbf{N}$  速度と呼ぶ。 $\mathbf{N}$  速度  $\dot{\mathbf{m}}$  を  $\mathbf{N}$  ベクトル  $\mathbf{m}$  の関数とみなしたものをオプティカルフローと呼ぶ<sup>10,15-17)</sup>。視点  $O$  からオプティカル

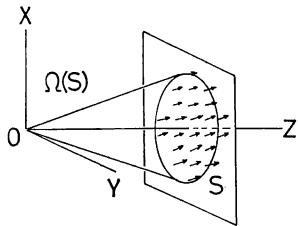
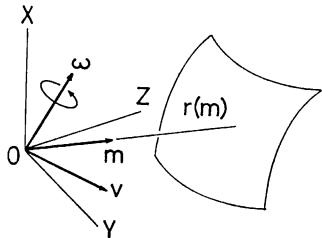


図 3 オプティカルフロー（カメラ系からみた記述）

図 4 運動パラメータ  $\{\omega, \mathbf{v}\}$  (物体からみた記述)

フローの定義されている領域  $S$  を見込む立体角  $\Omega(S)$  を視野と呼ぶ（図 3）。

有限運動の場合と同様に  $\{\omega, \mathbf{v}\}$  を運動パラメータと呼び、視点  $O$  から物体面までの距離を  $N$  ベクトル  $\mathbf{m}$  の関数とみなした  $r(\mathbf{m})$  を距離写像と呼ぶ（図 4）。有限運動と同様にオプティカルフローの 3 次元解釈にはスケール不定性があり、 $\{\omega, \mathbf{v}\}, r(\mathbf{m})$  が解なら任意のゼロでない定数  $k$  に対して  $\{\omega, k\mathbf{v}\}, kr(\mathbf{m})$  も解である。これはオプティカルフロー（= 視線の変化速度）の単位が  $1/s$  であり、長さの次元を含んでいないことから当然である。並進速度が  $\mathbf{v}=0$  であるかどうかの判定は容易であるから<sup>10, 14, 15, 17)</sup>、 $\mathbf{v} \neq 0$  と仮定し、 $\|\mathbf{v}\|=1$  なるスケールを採用する（ $\mathbf{v}=0$  なら  $\omega$  は定まるが、何らの 3 次元情報も得られない<sup>14, 15, 17)</sup>）。

解析解を得るために  $N$  速度  $\dot{\mathbf{m}}$  自身でなく、これを  $N$  ベクトル  $\mathbf{m}$  の周りに右ネジ方向に 90 度回転した  $\dot{\mathbf{m}}^*$  を考えると都合がよい。これをねじれフローと呼ぶ。さらに、運動パラメータ  $\{\omega, \mathbf{v}\}$  自身でなく  $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  を考えると都合がよい。ただし  $\mathbf{K}$  は次のように定義した対称行列である。

$$\mathbf{K} = (\omega, \mathbf{v}) \mathbf{I} - \frac{1}{2} (\omega \mathbf{v}^T + \mathbf{v} \omega^T) \quad (9)$$

$\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  を基本パラメータと呼ぶ。

ねじれフロー  $\dot{\mathbf{m}}^*$  が与えられたとき、それを生じるような距離写像  $r(\mathbf{m})$  が存在する必要十分条件はすべての  $\mathbf{m} \in \Omega(S)$  に対して次の式を満たす基本パラメータが存在することである<sup>10, 17)</sup>。

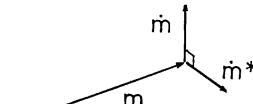


図 5 ねじれフロー

$$(\dot{\mathbf{m}}^*, \mathbf{v}) + (\mathbf{m}, \mathbf{Km}) = 0 \quad (10)$$

これをエビ極線方程式と呼ぶ。これから、解は次の方針で求まる。

1. 観測したオプティカルフロー  $\dot{\mathbf{m}}$  からねじれフロー  $\dot{\mathbf{m}}^*$  を計算し、式(10)のエビ極線方程式が満たされるように基本パラメータ  $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  を定める。
2. 得られた基本パラメータ  $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  を分解して、式(9)を満たす運動パラメータ  $\{\omega, \mathbf{v}\}$  を計算する。
3. 距離写像  $r(\mathbf{m})$  を次式によって計算する。

$$r(\mathbf{m}) = \frac{1 - (\mathbf{m}, \mathbf{v})^2}{|\mathbf{m}, \omega, \mathbf{v}| - (\dot{\mathbf{m}}, \mathbf{v})} \quad (11)$$

ステップ 1, 2 は最小二乗法により固有値問題に帰着させて解析的にかつロバストに計算できる<sup>10, 17)</sup>。式(11)も最小二乗法によって得られるものであり<sup>10, 15)</sup>、有限運動の場合と同様に運動視差方程式と呼ぶ。

任意の対称行列  $\mathbf{K}$  と単位ベクトル  $\mathbf{v}$  が与えられたとき式(9)を満たすベクトル  $\omega$  が存在するとは限らない。存在するとき  $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  は分解可能であるという。 $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  が分解可能である必要十分条件は次のように表せる<sup>10, 17)</sup>。

$$(\mathbf{v}, \mathbf{Kv}) = 0 \quad (12)$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2} \operatorname{tr} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{vv}^T) + \mathbf{K} \mathbf{vv}^T + \mathbf{vv}^T \mathbf{K} \quad (13)$$

ステップ 1 ではこの分解可能条件のもとで計算すべきであるが、これを無視しているのは計算の簡略化のためである。フロー  $\dot{\mathbf{m}}^*$  が厳密であればそれを無視しても、得られる解はそれを自動的に満たす。分解可能性を課せば解はもはや解析的には求まらず、数値的な直接的探索解法が必要となるが、極小値に落ち込まずに最適解に到達させるには複雑な技術を要する<sup>12)</sup>。

画像に誤差があれば解析解にせよ直接的探索解法にせよ、得られた解には統計的偏差が存在する<sup>10, 33)</sup>。しかし、この偏差はくりこみ法と呼ぶ手法によって取り除くことができる<sup>10)</sup>。

対称行列  $\mathbf{K}$  には独立な要素が 6 個あり、 $\mathbf{v}$  は単位ベクトルであるから基本パラメータ  $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$  は 8 個の未知数を含んでいる。したがって、上の解法は 8 画素だけのフローにも適用できる（“8 点アルゴリズム”）。分解可

能条件(12), (13)を課せば5画素でもよい。もちろんこれは理論上の話で、フローの精度を考えると非現実的である。信頼性の高い解を得るには視野 $\Omega(S)$ を広くとり、検出したフローの信頼度を適切に評価した重みつき総和を用いることが必要である。

エピ極線方程式(10)からわかるように、基本パラメータ $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$ の符号は不定である。このため回転速度 $\omega$ は一意的に定まるが並進速度 $\mathbf{v}$ の符号が不定となる。しかし、運動視差方程式(11)からわかるように $\mathbf{v}$ の符号を反転すると距離写像 $r(\mathbf{m})$ の符号も反転するので、これが正になるように正しい符号を選ぶことができる。したがって、基本パラメータ $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$ が符号を除いて一意的に定まりさえすれば解は一意的である。

基本パラメータ $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$ が定まらない唯一の例外は物体面が特殊な形状をしていて、ある $\{\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{v}}\} (\neq \{\mathbf{K}, \mathbf{v}\})$ に対して“偽のエピ極線方程式” $(\dot{\mathbf{m}}^*, \tilde{\mathbf{v}}) + (\mathbf{m}, \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{m}) = 0$ が恒等的に成立することである。そのような形状はカメラの視点を通るある2次曲面であることが容易に導ける。これを弱臨界曲面という。このとき上の解法では基本パラメータを定めることができないが、偽の基本パラメータ $\{\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{v}}\}$ が分解可能でなければ、分解可能条件(12), (13)を課すことによって $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$ を定めることができる。あるいは直接的探索解法によっても解が求まる。しかし $\{\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{v}}\}$ が分解可能であれば真の解と区別することは原理的に不可能である。そのような曲面を(強)臨界曲面という。これは2次線織面であり、連結双曲面かその縮退であることが知られている<sup>7,17,23,27</sup>。

本節の記述の流れは第2節の記述とほとんど同じである。これはオプティカルフローが有限運動の瞬間的極限であることから当然である。実際に確かめてみると、オプティカルフローのエピ極線方程式(10)は有限運動のエピ極線方程式(4)の微小運動の極限であることがわかる<sup>17</sup>。また、オプティカルフローの基本パラメータ $\{\mathbf{K}, \mathbf{v}\}$ は有限運動の基本行列 $\mathbf{G}$ の微小運動の極限であり、式(3)の極限が式(9)になる<sup>17</sup>。したがってオプティカルフローに関する分解可能条件(12), (13)は有限運動に関する分解可能条件(6)に対応している。さらにオプティカルフローに関する弱臨界曲面および(強)臨界曲面はそれぞれ有限運動に関する弱臨界曲面および(強)臨界曲面の瞬間的極限として得られることもわかる<sup>17</sup>。

## 5. 平面オプティカルフローの3次元解釈

平面は縮退した双曲面であり、有限運動の場合と同様に任意の平面は(強)臨界曲面でもあることが導けるか

ら、物体面が平面であればその3次元解釈には必然的に多義性がある。解析的な解法は Longuet-Higgins<sup>20</sup>, Subbarao and Waxman<sup>32</sup>, Kanatani<sup>13</sup> によって独立に提案された。Longuet-Higgins<sup>20</sup>の解法は行列の固有値の解析に基づくものであり、Subbarao and Waxman<sup>32</sup> の解法は方程式の直接的消去操作によるものであり、Kanatani<sup>13</sup> の解法は画像面の変換の群の既約表現から導かれる不変量を用いるものである。以下では Longuet-Higgins<sup>20</sup> の解法を变形したものを示す<sup>15-17</sup>。

式(7)の微小運動の極限をとると次式を得る。

$$\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{W}^\top \mathbf{m} - (\mathbf{m}, \mathbf{W}^\top \mathbf{m}) \mathbf{m} \quad (14)$$

ただし $\mathbf{W} = \dot{\mathbf{A}}$ である。正規化条件 $\det \mathbf{A} = 1$ は $\text{tr } \mathbf{W} = 0$ となる。行列 $\mathbf{W}$ をフロー行列と呼ぶ。式(8)の微小運動の極限をとれば、フロー行列 $\mathbf{W}$ を瞬間的運動パラメータ $\{\omega, \mathbf{v}\}$ と平面のPベクトル $\mathbf{p}$ によって次のように表すことができる。

$$\mathbf{W} = \omega \times \mathbf{I} + \frac{1}{3} (\mathbf{p}, \mathbf{v}) \mathbf{I} - \mathbf{p} \mathbf{v}^\top \quad (15)$$

これから、解は次の方針で求まる。

1. 観測したフロー $\dot{\mathbf{m}}$ に対して式(14)を満たすフロー行列 $\mathbf{W}$ を求める。
2. 得られたフロー行列 $\mathbf{W}$ を式(15)のように運動パラメータ $\{\omega, \mathbf{v}\}$ とPベクトル $\mathbf{p}$ に分解する。

フロー行列 $\mathbf{W}$ には9個の要素があるが、正規化条件 $\text{tr } \mathbf{W} = 0$ があるから、ステップ1では少なくとも4画素でのフローの $x, y$ 成分が与えられれば $\mathbf{W}$ が一意的に定まる。しかし、すでに指摘したように現実的には多数の画素について、フロー検出の信頼度によって重みづけした最小二乗法によってロバストに計算すべきである<sup>15,17</sup>。あるいはフローを検出しなくても、閉曲線の運動がエッジ検出によって追跡できれば、閉曲線の各点での法線方向への速度(法線フロー)からフロー行列 $\mathbf{W}$ が一般には決定できる<sup>39,41,42</sup>。ただし、この方法は単純な代数曲線の多く(例えば橍円、双曲線、放物線)には適用できないことが Bergholm<sup>11</sup> によって指摘され、そのようなあいまいな曲線は Bergholm and Carlsson<sup>21</sup> によって詳細に分類されている。

ステップ2は行列 $\mathbf{W}$ に関する固有値と固有ベクトルの解析によって解析的に計算できる<sup>15-17,20</sup>。式(15)から直ちにわかるように、 $\{\mathbf{v}, \mathbf{p}\}$ が解であれば $\{-\mathbf{v}, -\mathbf{p}\}$ も解である。有限運動の場合と同様に、この二つの解に対応する平面は視点に関して互いに鏡像の位置にある。それぞれに対して二つの解が求まるから、解は合計4個ある。しかし、そのうちの二つはカメラから見えない方

向にあるので、結局解は2個となる<sup>15,17,20)</sup>。平面の(外向き)単位法線ベクトルを  $\mathbf{n} = N[\mathbf{p}]$  とするとき,  $\{\mathbf{v}, \mathbf{n}\}$  が並進速度および平面の単位法線ベクトルと解釈できるなら, 他方の解釈は  $\{\mathbf{n}, \mathbf{v}\}$  である<sup>17,20)</sup>。特に並進方向が平面に直交するときは解は一意的である<sup>17,20)</sup>。

## 6. まとめ

計算機による画像処理を用いて3次元環境認識をめざすコンピュータビジョンの工学的観点から, 3次元運動を計算するアルゴリズムに関する最新の成果を解説した。まず2画像間に特徴点の対応関係が与えられている場合の特徴点までの距離とカメラの運動を計算するロバストな解析的解法を記述し, 基本行列の分解可能性, 解の一意性, 直接的最適化法, 臨界曲面について述べた。平面運動についても解析的解法を示した。次にオプティカルフローの3次元解釈のロバストな解析的解法を記述し, 基本パラメータの分解可能性, 解の一意性, 直接的最適化法, 臨界曲面, および有限運動のアルゴリズムとの関係について述べた。平面オプティカルフローについても解析的解法を示した。

## 文 献

- 1) F. Bergholm : "Motion from flow along contours: A note on robustness and ambiguous cases," Int. J. Comput. Vision, 4 (1989) 395-415.
- 2) F. Bergholm and S. Carlsson : "A "theory" of optical flow," CVGIP: Image Understanding, 53 (1991) 171-188.
- 3) O.D. Faugeras and S. Maybank : "Motion from point matches: Multiplicity of solutions," Int. J. Comput. Vision, 4 (1990) 225-246.
- 4) J.J. Gibson : *The Ecological Approach to Visual Perception* (Houghton Mifflin, Boston, MA, U.S.A., 1979); 古崎敬, 古崎愛子, 達敬一郎, 村瀬晃訳: 生態学的視覚論 (サイエンス社, 1985).
- 5) J.C. Hay : "Optical motions and space perception—An extension of Gibson's analysis," Psych. Rev., 73 (1966) 550-565.
- 6) D.J. Heeger and A.D. Jepson : "Subspace methods for recovering rigid motion I: Algorithm and implementation," Int. J. Comput. Vision, 7 (1992) 95-117.
- 7) B.K.P. Horn : "Motion fields are hardly ever ambiguous," Int. J. Comput. Vision, 1 (1987) 259-274.
- 8) B.K.P. Horn : "Relative orientation," Int. J. Comput. Vision, 4 (1990) 59-78.
- 9) T.S. Huang and O.D. Faugeras : "Some properties of the  $E$  matrix in two-view motion estimation," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 11 (1989) 1310-1312.
- 10) 岩崎利夫, 金谷健一: "くりこみ法によるオプティカルフローの3次元復元", 情報処理学会研究報告, 92-CV-80 (1992).
- 11) C. Jerian and R. Jain : "Polynomial methods for structure from motion," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 12 (1990) 1150-1165.
- 12) 梶浦義弘, 大西 昇, 杉江 昇: "回転探索法による運動物体の3次元運動パラメータ推定法", 電子情報通信学会論文集 D-II, J75-D-II-5 (1992) pp. 873-882.
- 13) K. Kanatani : "Structure and motion from optical flow under perspective projection," Comput. Vision Graphics Image Process., 38 (1987) 328-354.
- 14) K. Kanatani : *Group-Theoretical Methods in Image Understanding* (Springer, Berlin, FRG, 1990).
- 15) 金谷健一: 画像理解／3次元認識の数理 (森北出版, 1990).
- 16) K. Kanatani : "Computational projective geometry," CVGIP: Image Understanding, 54 (1991) 333-348.
- 17) K. Kanatani : *Geometric Computation for Machine Vision* (Oxford University Press, Oxford, U.K., 1992) (to appear).
- 18) H.C. Longuet-Higgins : "A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections," Nature, 293 (1981) 133-135.
- 19) H.C. Longuet-Higgins : "The reconstruction of a scene from two projections—Configurations that defeat the 8-point algorithm," Proc. 1st IEEE Conf. Artif. Intell. Appl. (Denver, CO, U.S.A., December 1984) pp. 395-397.
- 20) H.C. Longuet-Higgins : "The visual ambiguity of a moving plane," Proc. R. Soc. Lond., B-223 (1984) 165-175.
- 21) H.C. Longuet-Higgins : "The reconstruction of a plane surface from two perspective projections," Proc. R. Soc. Lond., B-227 (1986) 399-410.
- 22) H.C. Longuet-Higgins : "Multiple interpretations of a pair of images of a surface," Proc. R. Soc. Lond., A-418 (1988) 1-15.
- 23) S. Maybank : "The angular velocity associated with the optical flow field arising from motion through a rigid environment," Proc. R. Soc. Lond., A-401 (1985) 317-326.
- 24) S.J. Maybank : "The projective geometry of ambiguous surfaces," Phil. Trans. R. Soc. Lond., A-332 (1990) 1-47.
- 25) S.J. Maybank : "Ambiguity in reconstruction from image correspondences," Image Vision Comput., 9 (1991) 93-99.
- 26) 森尻智昭, 金谷健一: "3次元運動の不偏推定法と統計的誤差解析", 情報処理学会研究報告, 92-CV-77 (1992).
- 27) S. Negahdaripour : "Critical surface pairs and triplets," Int. J. Comput. Vision, 3 (1989) 293-312.
- 28) S. Negahdaripour : "Closed-form relationship between the two interpretations of a moving plane," J. Opt. Soc. Am. A, 7 (1990) 279-285.
- 29) S. Negahdaripour : "Multiple interpretations of the shape and motion of objects from two perspective images," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 12 (1990) 1025-1030.
- 30) A.N. Netravali, T.S. Huang, A.S. Krishnakumar and R.J. Holt : "Algebraic methods in 3-D motion estimation from two-view point correspondences," Int. J. Imaging Syst. Technol., 1 (1989) 78-99.
- 31) M.E. Spetsakis and J.(Y.) Aloimonos : "Optimal computing of structure from motion using point correspondences in two frames," Proc. 2nd Int. Conf. Computer Vision (Tampa, FL, U.S.A., December

- 1988) pp. 449-453.
- 32) M. Subbarao and A.M. Waxman : "Closed form solution to image flow equations for planar surfaces in motion," Comput. Vision Graphics Image Process., **36** (1986) 208-228.
- 33) 田川憲男, 鳥生 隆, 遠藤利生: "オプティカルフローを用いた閉形式の3次元剛体運動復元方式", 電子情報通信学会技術研究報告, IE 90-108/PRU 90-139 (1991) pp. 23-29.
- 34) R.Y. Tsai and T.S. Huang: "Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., **29** (1981) 1147-1152.
- 35) T.Y. Tsai and T.S. Huang: "Estimating 3-D motion parameters of a rigid planar patch III. Finite point correspondences and the three-view problem," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., **32** (1984) 213-220.
- 36) R.Y. Tsai and T.S. Huang: "Uniqueness and estimation of three-dimensional motion parameters of rigid objects with curved surfaces," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., **6** (1984) 13-27.
- 37) R.Y. Tsai, T.S. Huang and W.-L. Zhu: "Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch, II: Singular value decomposition," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., **30** (1982) 525-534.
- 38) S. Ullman: *The Interpretation of Visual Motion* (MIT Press, Cambridge, MA, U.S.A., 1979).
- 39) A.M. Waxman and K. Wohn: "Contour evolution, neighborhood deformation, and global image flow: Planar surfaces in motion," Int. J. Robotics Res., **4** (1985) 95-108.
- 40) J. Weng, T.S. Huang and N. Ahuja: "Motion and structure from two perspective views: Algorithms, error analysis, and error estimation," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., **11** (1989) 451-467.
- 41) K. Wohn and A.M. Waxman: "The analytic structure of image flows: Deformation and segmentation," Comput. Vision Graphics Image Process., **49** (1990) 127-151.
- 42) K.Y. Wohn, J. Wu and R.W. Brockett: "A contour-based recovery of image flow: Iterative transformation method," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., **13** (1991) 746-760.