

# 研究

## 位相シフト法による2次元複屈折分布測定

大谷 幸利・島田 卓也・吉澤 徹・梅田 優弘

東京農工大学工学部機械システム工学科 〒184 小金井市中町 2-24-16

(1992年3月4日受付, 1992年7月7日受理)

### Two-Dimensional Birefringence Measurement by Using a Phase Shifting Technique

Yukitoshi OTANI, Takuya SHIMADA, Toru YOSHIZAWA and Norihiro UMEDA

Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Technology,  
Tokyo University of Agriculture and Technology,  
2-24-16, Nakacho, Koganei 184

(Received March 4, 1992; Accepted July 7, 1992)

This paper describes measurement of two-dimensional birefringence distribution by using a phase shifting technique. Lineary polarized light goes through a Babinet-Soleil compensator (B-SC) and a sample. The interference fringe behind a linear polarizer is dependent on the birefringence of the sample and captured wholly as a two-dimensional image by a CCD camera. The data is analyzed into the phase information by the phase shifting technique using the B-SC. The phase changes sinusoidally in accordance with the rotation of a polarized azimuth of the incident light to the sample using a half-wave plate. Its amplitude and phase mean the relative retardation and azimuth angle respectively. Therefore both the relative retardation and azimuth angle can be obtained in this method. The resolution of this method is checked by a calibrated B-SC. Measurement was made a two-dimensional distribution of birefringence in the magnetic fluid caused by the magnetic field.

#### 1. はじめに

オプトエレクトロニクスの発展とともにガラスや透明プラスチックなどの光学部品および光デスクや薄膜などにおける残留応力歪による微小複屈折が問題になっており、その高精度な測定法が求められている。さらに、また電気光学効果や磁気光学効果によって生じる複屈折量をとらえたいという要求もある。複屈折の測定には大きさのみならず主軸方位（進相軸または遅相軸方位）の決定も要求されている。物質表面の複屈折の測定には古くからエリップソメータによる測定法がある<sup>1)</sup>。従来の物質内部の複屈折測定法には現在でも歪み計として使われているバビネ・ソレイユ補償器を用いた方法、あるいは1/4波長板によって偏光の補償を行うセナルモン法などの偏光補償法<sup>2)</sup>がある。しかしながら、これらの測定感度は数度程度と低く、再現性にも問題があった。さら

に、測定試料を回転させてあらかじめ主軸方位を測定器の主軸に合わせておく必要があった。その後、高分解能をもち自動的に複屈折を測定する手法として光弾性素子を用いた位相変調法<sup>3)</sup>や周波数安定化横ゼーマンレーザーを用いた光ヘテロダイイン法による測定法<sup>4)</sup>が報告されている。しかしながら、これらの手法はいずれもが点計測であるため2次元的分布をとらえるには試料または光学系を走査させなければならず装置が大きくなり、なおかつ測定時間を要するものであった。これらの問題を解決するために、最近になって複屈折の2次元分布の測定法がいくつか報告されている<sup>5,6)</sup>。

本研究では、こうした2次元複屈折分布の測定方法について提案を行う。具体的には、位相シフト法<sup>7)</sup>を2次元複屈折測定法へ適用し、複屈折によって生じる干渉縞の強度変化をCCDカメラでとらえて解析することによって2次元の複屈折分布の測定を行った。これによって

短時間の測定が可能とすることことができた。また、具体的適用例として磁性流体内に磁界により生ずる複屈折分布の測定を行った。

## 2. 測定原理

一般に複屈折性を持つ厚さ  $d$  の試料の軸方向に振動する二つの直交偏光の間には複屈折位相差  $\Delta$  が起こる。この関係は複屈折の大きさ  $\Delta n$ 、光源の波長  $\lambda$  とすると

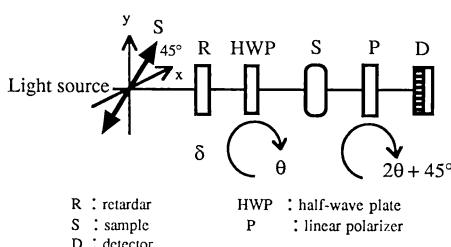
$$\Delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \Delta n \quad (1)$$

となる。

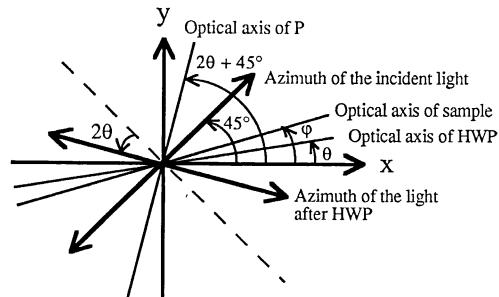
**Fig. 1** に複屈折測定用の光学素子の配置を示す。光源からの直線偏光が、**Fig. 1** に示す  $xy$  軸に対して  $45^\circ$  の方位でリターダ (retarder) に入射する。ここで、リターダは  $x$  軸方向 ( $0^\circ$ ) に主軸をもち、入射した光波の  $x$  成分と  $y$  成分の間に任意の位相差を与えることができる素子である。リターダを出た光波は半波長板に入射するが、半波長板を  $\theta$  回転させることによって試料への入射橿円偏光の主軸方位を  $2\theta$  変化させることができる。この光波が試料を透過することによって複屈折の影響を受け位相変化が生じる。さらに、半波長板によって回転した光波の橿円偏光の主軸方位と直交する方位に偏光子を設置して干渉させる。この干渉縞の位相差を検出するために、参照位相変化をリターダで与えることによって求める。各光学素子に対するミューラ行列<sup>8)</sup>をリターダ (R), 半波長板 (H), 測定試料 (X), 検光子 (P) のように表すと、

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\delta$  はリターダによる複屈折位相差、主軸方位は  $x$  軸方向 ( $0^\circ$ ) である。



**Fig. 1** Principle of the birefringence measurement using phase shifting technique.



HWP: half wave plate, P: linear polarizer

**Fig. 2** Illustration of the azimuth of laser beam, half-wave plate and analyzer.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 4\theta & \sin 4\theta & 0 \\ 0 & \sin 4\theta & -\cos 4\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta \sin 2\varphi \\ 0 & 0 & 1 & \Delta \cos 2\varphi \\ 0 & \Delta \sin 2\varphi & -\Delta \cos 2\varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $\theta$  は半波長板の回転角である。 $\varphi$  は試料の主軸方位、 $\Delta$  は試料の複屈折位相差でありかつ  $\Delta \ll 1$  が成り立つ程度に小さいとする。

検光子 P の主軸が試料への入射橿円偏光の主軸方位に対してつねに直交方向に保つようとする。このときの入射光、半波長板、試料および検光子の主軸方位の関係を **Fig. 2** に示す。試料への入射面の回転は半波長板によって行っているので、この回転角  $\theta$  を基準とする。半波長板の回転に対して入射橿円偏光の主軸方位は  $2\theta$  回転するので、検光子の方位は  $2\theta + 45^\circ$  回転させなければならない。したがって、検光子のミューラ行列は次のようにになる。

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\sin 4\theta & \cos 4\theta & 0 \\ -\sin 4\theta & \sin^2 4\theta & -\sin 4\theta \cos 4\theta & 0 \\ \cos 4\theta & -\sin 4\theta \cos 4\theta & \cos^2 4\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

リターダへの入射光は  $45^\circ$  直線偏光であるから、

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表され、得られる干渉縞強度を

$$S' = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

と表すと

$$S' = P \cdot X \cdot H \cdot R \cdot S \quad (8)$$

となる。

試料のリターディション  $\Delta$  が十分小さいときに得られる干渉縞は式(8)に(2)~(7)を代入して

$$I(\Delta, \varphi, \theta, \delta) = s_0 - \frac{1}{2} [1 - \cos(\Phi - \delta)] \quad (9)$$

$$\Phi(\Delta, \varphi, \theta) = \Delta \cos(4\theta - 2\varphi) \quad (10)$$

となる。

したがって、入射光の偏光方位を半波長板によって、光軸回りに回転させたとき、半波長板の主軸方位の回転角  $\theta$  と位相差  $\Phi(\Delta, \varphi, \theta)$  の関係は半波長板の1回転に対して4周期だけ正弦状に変化する。このとき入射権円偏光の主軸方位が試料の主軸と一致したときが最大の位相差になる。したがって、振幅の値が試料の複屈折位相差  $\Delta$  になり、初期位相の  $1/2$  が主軸方位  $\varphi$  になる。

位相  $\Delta$  と方位  $\varphi$  の検出には二段階の位相シフト法を用いる。まず半波長板の回転による  $\Phi$  の周期をゼロから  $2\pi$  の間で等間隔に  $M$  段階変化させて、この各々の場合の半波長板の主軸方位  $\theta$  における試料の複屈折による位相変化  $\Phi$  を測定する。リターダを位相変化  $\delta$  を与える位相シフタとして利用し、位相  $\delta$  をゼロから  $2\pi$  の間で等間隔に  $N$  段階変化させて位相シフトを行えば、式(9)の位相変化量  $\Phi(\Delta, \varphi, \theta)$  を求めることができる。

今、半波長板の主軸方位  $\theta$  およびリターダの位相変化  $\delta$  を

$$\left. \begin{aligned} \theta_j &= \frac{\pi}{2M} \cdot j \quad (j=0, 1, \dots, M-1) \\ \delta_i &= \frac{2\pi}{N} \cdot i \quad (i=0, 1, \dots, N-1) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

とし、

$$I_{ij}(\Delta, \varphi) = I\left(\Delta, \varphi, \theta_j, \frac{2\pi}{N}i\right) \quad (12)$$

とすると、

$$\Phi(\Delta, \varphi, \theta_j) = \Delta \cos(4\theta_j - 2\varphi) \quad (13)$$

とおいて、

$$\Phi(\Delta, \varphi, \theta_j) = -\tan^{-1} \frac{\sum_{i=1}^{N-1} I_{ij} \sin \delta_i}{\sum_{i=1}^{N-1} I_{ij} \cos \delta_i} \quad (14)$$

となる。  $\delta_i$  を変化させて  $I_{ij}$  を測定すれば  $\Phi(\Delta, \varphi, \theta_j)$  が求められる。

次に、 $\Phi(\Delta, \varphi, \theta_j)$  から  $\varphi$  と  $\Delta$  を求める。位相変化量  $\Phi$  は、半波長板の回転角  $\theta$  1回転に対し、4周期正弦状に変化する。したがって、この半波長板の主軸方位角  $\theta$

と位相変化量  $\Phi$  の関係はもう一度正弦フィッティングを行うことによって、式(16)に示すように複屈折の主軸方位  $\varphi$  および式(17)に示す複屈折位相差  $\Delta$ を得ることができる。ここで、

$$\Phi_j(\Delta, \varphi) = \Phi\left(\Delta, \varphi, \frac{\pi}{2M}j\right) \quad (15)$$

とすると、

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\sum_{j=1}^{M-1} \Phi_j \sin \theta_j}{\sum_{j=1}^{M-1} \Phi_j \cos \theta_j} \quad (16)$$

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{2}{M} \sum_{j=1}^{M-1} \Phi_j \sin \theta_j\right)^2 + \left(\frac{2}{M} \sum_{j=1}^{M-1} \Phi_j \cos \theta_j\right)^2} \quad (17)$$

となる。 $\theta_j$  を変化させて  $\Phi_j$  を測定すれば複屈折位相差  $\Delta$  および主軸方位  $\varphi$  が求められる。

### 3. 2次元複屈折の測定方法

**Fig. 3** に実験光学系を示す。リターダはバビネ・ソレイユ補償器（以下 B-SC）を使用した。光源は He-Ne レーザー（波長  $\lambda: 633 \text{ nm}$ ）を使用し、この直線偏光 B-SC の主軸に対して  $45^\circ$  の方位で入射する。測定試料に入射する際、半波長板によって入射権円偏光の主軸方向を回転させる。このとき検光子はつねに試料への入射権円偏光の主軸方向に対して直交する方位に設置する。半波長板により入射権円偏光の主軸方向は半波長板の回転角の2倍回転する。そのため検光子は半波長板の回転角の2倍回転させる。検光子を透過することによって生じた干渉縞の光強度分布を  $768 \times 493$  画素の CCD カメラによって検出し、フレームメモリによって  $256 \times 256$  画素 8 ビットの階調の画像データとしてコンピュータに取り込み演算を行う。

今回、2段階の位相シフト法はともに4ステップ法を用いた。半波長板の回転角に対して B-SC により参照位相を変化させ、4枚の画像から位相量を求める。これを4ステップの半波長板の回転角について行い、合計16枚の画像から式(14)および(16)、(17)より複屈折分布を得た。

### 4. 測定結果の校正

この測定系の精度および測定限界を確認するために、試料として校正されたバビネ・ソレイユ補償器（B-SC）によって複屈折位相差  $\Delta$  および主軸方位  $\varphi$  をおのおの変化させ、その結果について検討を行った。まず、主軸方位を一定 ( $0^\circ$ ) として、B-SC のマイクロメータによって複屈折位相差  $\Delta$  を変化させた。このときの本手法の

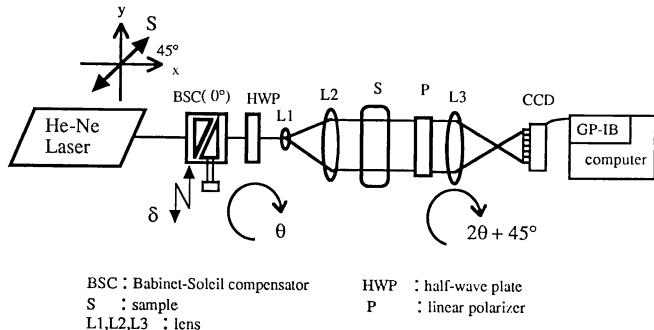


Fig. 3 Experimental setup for birefringence measurement.

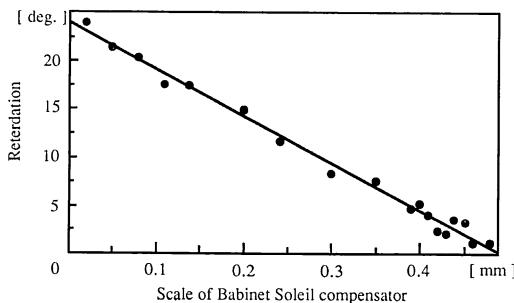


Fig. 4 Measured retardation in relation with the scale of Babinet Soleil compensator.

位相の測定結果の関係を Fig. 4 に示す。グラフの直線は B-SC の校正値を表し、●は本測定による測定結果である。複屈折位相差  $\Delta$  が 5 度以下については、このシステムの最小分解能を得るために B-SC のマイクロメータを  $10 \mu\text{m}$  ごとに送り測定を行った。この場合、 $\pm 1^\circ$  のばらつきが見られる。この原因は複屈折位相差  $\Delta$  の変化が B-SC のマイクロメータの機械的送りによって与えられることに起因すると考えられる。B-SC では複屈折位相差  $\Delta$  はくさび型結晶を移動させることによって結晶の厚みを変化させて与えている。この結晶の移動にガイドとマイクロメータヘッドによる機構が用いられており、 $10 \mu\text{m}$  オーダーの移動時に醉歩が起こり結晶の厚み変化、つまり複屈折位相差の変化が生じていると考えられる。同様なことは位相シフタとしての B-SC にも言えるので、総合的に再現性および分解能の点からも  $\pm 1^\circ$  程度の分解能になっていると考えられる。

同様に、主軸方位を求めた結果を Fig. 5 に示す。この場合も B-SC の校正値をグラフの直線で示し、測定値は ● で示す。この結果より主軸角の測定精度は  $\pm 1^\circ$  となった。

2 次元測定の例として、B-SC に  $x$  軸に対して  $30^\circ$  反時計回りの方向に主軸方位回転させ、そのときの複屈折

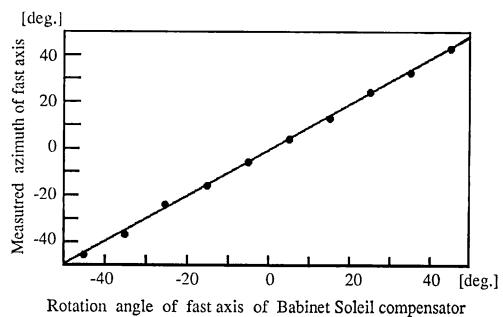


Fig. 5 Measured azimuth angle of the fast axis in relation with rotation angle of the fast axis of Babinet Soleil compensator.

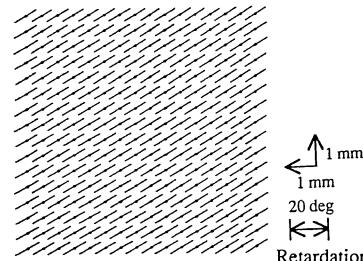


Fig. 6 Two-dimensional birefringence distribution of Babinet Soleil compensator caused by setting its azimuth as 30 degree.

位相差を約  $15^\circ$  としたときの分布の測定結果を Fig. 6 に示す。図の●は測定点を示し、線分の長さが複屈折位相差  $\Delta$  の大きさ、方向は主軸（進相軸）方位  $\varphi$  を表している。この場合の測定範囲は  $7 \text{ mm}$  角で、表示はサンプル数  $16 \times 16$  で行っているが、実際のデータはサンプル数  $256 \times 256$  の点の計測が可能となっている。これにより 2 次元測定が可能となっており、本手法の有効性がわかった。

## 5. 誤 差 解 析

本手法の誤差について理論的に検討する。すでに半波長板の位相誤差および検光子の初期方位の設定誤差については報告されているので<sup>4)</sup>、Fig. 1 における誤差の原因として、入射光の偏光方向、B-SC の方位、半波長板の方位ずれについて検討を行う。

### 5.1 入射光の偏光方向の誤差

入射光の偏光方向が  $xy$  軸に対して  $45^\circ$  から  $\epsilon$  ずれたときの誤差量を計算する。このときの入射光は次のように表される。

$$\begin{aligned} S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle \\ \langle |E_x|^2 \rangle - \langle |E_y|^2 \rangle \\ \langle 2|E_x||E_y|\cos\vartheta \rangle \\ \langle 2|E_x||E_y|\sin\vartheta \rangle \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -2\sin\epsilon\cos\epsilon \\ \cos^2\epsilon-\sin^2\epsilon \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18) \end{aligned}$$

ここで  $E$  は光波の振動成分で添え字の  $x, y$  はその振動方向を表し、 $\vartheta$  は相対位相差を表す。

これを(8)式に代入して計算すると

$$I = \frac{1}{2} [1 - (\cos^2\epsilon - \sin^2\epsilon) \cos \{\Delta \cos(4\theta - 2\varphi) - \delta\}] \quad (19)$$

となる。入射光の偏光方位のずれは干渉縞の光強度の変化は起こすが、位相量の変化は起こらない。しかしながら、この入射光のずれは、干渉縞のコントラストの変化につながるため位相シフトの量子化の誤差という別の問題が生じるが、あらかじめコントラストが最大になるように入射光の偏光方向を  $xy$  軸に対して  $45^\circ$  に設置することによって測定上問題は生じない。

### 5.2 バビニ・ソレイユ補償器(B-SC)の方位ずれ

B-SC の方位が  $\epsilon$  ずれたとすると B-SC のミューラ行列は次のように示される。

$$R = B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - (1 - \cos\delta)\sin^2\epsilon \\ 0 & (1 - \cos\delta)\sin 2\epsilon \cdot \cos 2\epsilon \\ 0 & \sin\delta \cos 2\epsilon \\ \\ 0 & 0 \\ (1 - \cos\delta)\sin 2\epsilon \cdot \cos 2\epsilon & -\sin\delta \cos 2\epsilon \\ 1 - (1 - \cos\delta)\cos^2 2\epsilon & \sin\delta \cos 2\epsilon \\ -\sin\delta \cos 2\epsilon & \cos\delta \end{bmatrix} \quad (20)$$

これを用いて式(8)を解くと、得られる干渉縞の光強度は

$$I = \frac{1}{2} \cos^2 2\epsilon \left[ 1 - \cos \left\{ \frac{\Delta}{\cos 2\epsilon} \cos(4\theta - 2\varphi) - \delta \right\} \right] \quad (21)$$

となる。つまり、B-SC の方位角のずれはコントラストの劣化とともに得られる複屈折位相差は実際の値の  $1/\cos 2\epsilon$  倍になる。しかしながら、B-SC の方位を  $\pm 1^\circ$  以内に設定することにより実用上問題はない。

### 5.3 半波長板の方位ずれについて

半波長板の方位にずれがあるとき、このずれ量を  $\epsilon$  とすると式(3)の半波長板のミューラ行列は次のように表される。

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(4\theta + \epsilon) & \sin(4\theta + \epsilon) & 0 \\ 0 & \sin(4\theta + \epsilon) & -\cos(4\theta + \epsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

これと式(8)の関係より干渉縞強度は

$$I = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \epsilon \cdot \cos \left\{ \frac{\Delta}{\cos \epsilon} \cdot \cos(4\theta - 2\varphi) - \delta \right\} \right] \quad (23)$$

となる。これは B-SC の方位ずれと同様に、式(23)によって得られる複屈折位相差は実際の値の  $1/\cos \epsilon$  倍になる。しかしながら、半波長板の方位も  $\pm 1^\circ$  以内に設定することによって実用上十分である。

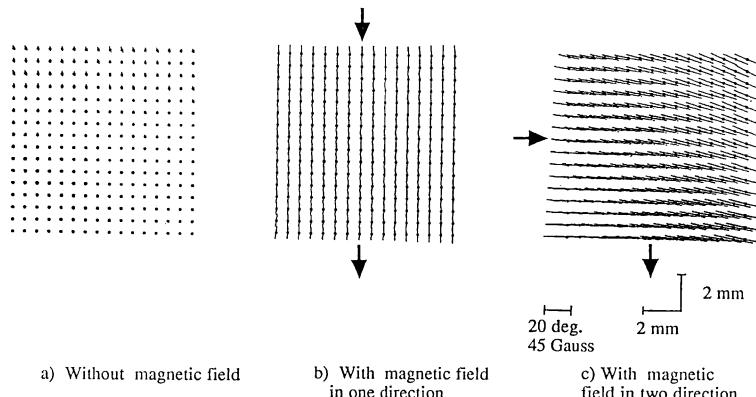
## 6. 磁性流体の磁場による複屈折分布

磁性流体は磁場の変化に対して複屈折性を示すため、これを用いた磁場測定などが行われている<sup>9,10)</sup>。実際の2次元分布測定に本手法を適用した例として、磁場による磁性流体に生じた複屈折分布の測定を行った。ここでは磁性流体を  $30 \mu\text{m}$  の薄膜状にして  $10 \text{ mm}$  角にガラスにサンドイッチしたものを用いた。この磁性流体に磁石を接近させたときの測定結果を Fig. 7 に示す。図中の線分の方向は複屈折の主軸方向  $\varphi$ 、その長さは複屈折位相差  $\Delta$  を表している。

a) は磁場を印加しないときの様子で、磁性流体およびガラスの複屈折位相差は見られない。

b) は矢印の上下方向に NS 極をもつ磁石を置き磁場を印加したときの様子である。磁場の方向に複屈折位相差が起こっている。この大きさは  $15^\circ$ 、磁場強度に直すと  $65 \text{ Gauss}$  で一定であった。この確認のために光ヘテロダインによる手法<sup>10)</sup>で点計測での複屈折量の測定を行ったところ一致した値が得られた。

さらに、c) では図中矢印に示すように2方向から矢印の方向に NS 極をもつ磁場を印加した。このとき磁石の近傍で最も大きく複屈折位相差が起り磁石から遠くなるほど小さくなることが示されている。以上から、本



**Fig. 7** Measured results of two-dimensional birefringence distribution of magnetic fluid in magnetic field.

手法と磁性流体とを組み合わせることによって2次元の磁場分布の測定も可能になる。

## 7. ま と め

直線偏光を光源としてバビネ・ソレイユ補償器および半波長板で構成される2種類の位相シフタによる位相シフト法を用いることによって、2次元の複屈折分布（進相軸方位および複屈折位相差）を測定することが可能となった。この分解能は複屈折位相差および進相軸方位とともに±1°となった。本手法の特長として

- 1) 複屈折の2次元分布測定が試料や光学系の移動を必要とせずに実現すること
  - 2) 2次元の画像計測のため複屈折の分布の様子が一目でわかり、また従来に比べて高速な測定を可能としたこと
- があげられる。

## 文 献

- 1) R. M. A. Azzam and N. M. Bashara : *Ellipsometry and Polarized Light* (North-Holland, 1987).

- 2) 鈴内順平：光学概論Ⅱ—波動光学—（朝倉書店, 1979） pp. 174-177.
- 3) 持田悦宏：“位相変調による複屈折測定と応用”，光技術コンタクト, 27 (1989) 127-134.
- 4) 梅田倫弘, 高和宏行：“横ゼーマンレーザによるガラスレーザディスクの残留応力分布の計測”，電子情報通信学会論文誌 C-I, J73-C-I (1990) 652-657.
- 5) 野口正人, 石川剛, 大野政博, 立原悟, 小川良太：“複屈折空間分布の測定法”，第52回応用物理学会学術講演会, 9 p-A-8 (1991).
- 6) K. Oka, T. Takeda and Y. Ohtsuka : “Optical heterodyne polarimeter for studying space- and time-dependent state of polarization of light,” J. Mod. Opt., 38 (1991) 1567-1580.
- 7) J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and D. J. Brangaccio : “Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surface and lenses,” Appl. Opt., 13 (1974) 2693-2703.
- 8) 高崎宏：“偏光の表示”，結晶光学，応用物理学会光学懇話会編（森北出版, 1975）pp. 137-162.
- 9) Y. Skibin, V. Chekanov and Y. Raizer : “Birefringence in a ferromagnetic liquid,” Sov. Phys. JETP, 45 (1977) 496-499.
- 10) 吉澤徹, 大谷幸利, 国部博行：“磁性流体を用いた磁場センサに関する研究”，第37回応用物理学関係連合講演会, 28 p-C-17 (1990).