

最近の技術から

フラクタルを用いた画像圧縮

鶴岡 建夫・山田 秀俊

オリンパス光学工業(株)基礎研究部 〒192 八王子市久保山町 2-3

1. ま え が き

フラクタルに基づく画像圧縮は、80年代の中期から研究が行われてきた。初期の研究では、中点変位法¹⁾ やヤードスティック法²⁾等のフラクタル補間に基づく手法が主であった。その後、iterated function system (IFS) 理論³⁾が提案され、静止画像で 1/1000 以上の圧縮率が可能という点で注目された。しかし、IFS 理論を自然画像に直接適用することは処理時間の点から問題が多い。本報では、まずフラクタル補間と IFS 理論に基づく圧縮法の説明を行う。その後、高速処理を目的とし、IFS 理論を相互結合型ニューラルネットワーク上に展開する手法に関して紹介する。

2. フラクタル補間に基づく圧縮法

図1に、中点変位法を示す。これは、主に線図形に関して適用される。まず、原図形を粗くサンプリングし、多角形近似による概略図形を作成する。この多角形の各辺ごとに、原図形の複雑度を示すパラメータとしてフラクタル次元 D を求める。保存する情報は、多角形の角の位置と次元 D である。再生時には、各辺を中点変位法により、フラクタル次元で示される複雑度を有する曲線に置き換える。中点変位法は、小三角形で再帰的に置換する操作により曲線を発生させる。ここで、小三角形

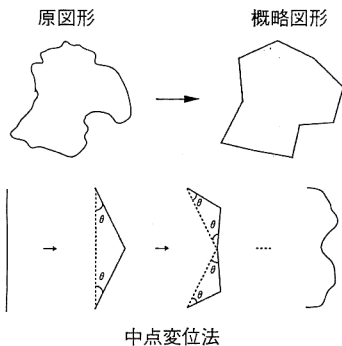


図1 中点変位法による線図形の圧縮

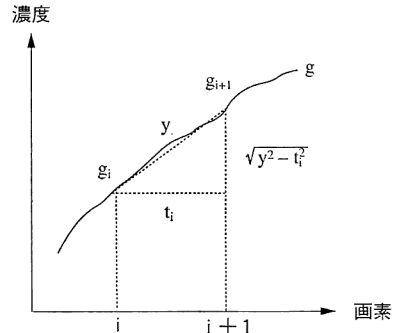


図2 ヤードスティック法の概念図

の辺の角 θ と次元 D との関係は、(1)式で示される。

$$\theta = \cos^{-1}(2^{1-D}) \quad (1)$$

ヤードスティック法は、フラクタル補間を多値画像に適用したものである。画像を1次元走査し、図2に示されるように濃度値を縦軸とする濃度曲線 g を作る。この曲線 g を長さ y のヤードスティックで走査していく。 i 番目の走査で、ヤードスティックがカバーする水平方向の長さを t_i とする。 t_i の値とヤードスティックの一端の位置 g_i が既知であるなら、もう一端の位置 g_{i+1} は

$$g_{i+1} = g_i + s_i(y^2 - t_i^2)^{1/2} \quad (2)$$

により定まる。ここで、 s_i は ± 1 を意味する。よって保存する情報は、 t_i と s_i になる。

3. IFS 理論に基づく圧縮法

IFS 理論は、少数の縮小写像 f_i ($i=1, \dots, n$) と確率 p_i により複雑な画像の生成を可能とする。一例として、Sierpinski triangle (ST) 画像を生成する縮小写像 f_i と確率 p_i を以下に示す。

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= (x/2, y/2) & p_1 &= 1/3 \\ f_2(x, y) &= (x/2+1/2, y/2) & p_2 &= 1/3 \\ f_3(x, y) &= (x/2, y/2+1/2) & p_3 &= 1/3 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで(3)式で表される $f_i(x, y)$ は、一般的な関数ではなく縮小写像の演算子を意味する。図3は、 256×256 の解像度で(3)式から ST 画像を生成する過程を示す。任意の点、例えば $(0, 0)$ を設定し確率 p_i に基づき一つ

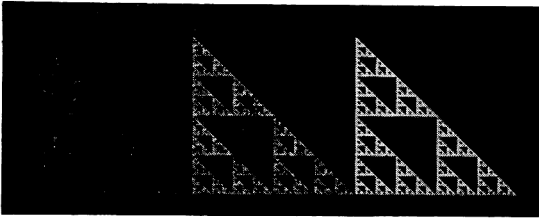


図 3 IFS 理論による ST 画像の生成
(左)1,000, (中)5,000, (右)20,000 回反復.

の縮小写像 f_i を選択する. 選択された縮小写像を f_3 と仮定するならば, $(0, 1/2)$ に点が打たれる. 次に $(0, 1/2)$ に対し, 同様の操作を行う. 上記過程を多数反復することで画像が生成される. 本手法は, 画像の解像度を無限に高めることが可能である. (3)式に示されるパラメータに対し, 256×256 の解像度で $1/780$, 512×512 で $1/3120$ の圧縮になる.

このような縮小写像は, 原画像をその縮小コピーにより充填する操作から導かれる. ST 画像に関しては, 原画像を x, y 方向に $1/2$ に縮小し, これを平行移動しながら原画像を被覆する. この場合, 三つの縮小コピーにより被覆される. このような過程を表す変換が, (3)式である. 原画像を被覆するには他の方法もあるが, 圧縮の観点からは少数の縮小コピーにより充填することが望まれる. なお, 確率 p_i は縮小コピーが覆う領域と原画像の濃度比として定まる. しかし, 任意の自然画像に対し, その縮小コピーにより全体を適切に充填することは困難である. 図 4 は, 原画像を約 100 の領域に分解し, 各領域ごとに IFS 理論を適用した場合の再生画像を示す. この場合の圧縮率は $1/70$ 程度であり, SUN4 ワークステーションを用いて圧縮処理に 110 時間, 再生処理に 4 時間を要した.

4. ニューラルネットワークによる IFS 理論の実施

IFS 理論を自然画像に用いるには, 多くの問題がある. ここでは, より高速な再生処理を目的に, IFS 理論を相互結合型ニューラルネットワーク上で実施する. い

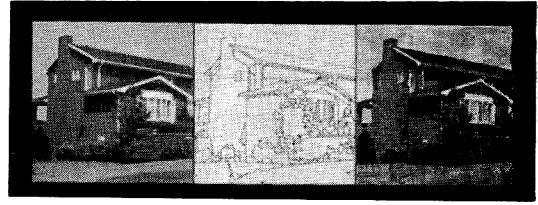


図 4 IFS 理論による自然画像の圧縮
(左)原画像, (中)領域分割画像, (右)再生画像.

ま, S 個のニューロンからなるネットワークを想定する. 一つのニューロンを N_j , ネットワークの結合係数行列を W_{jk} ($j, k=1, \dots, s$) とする. 行列 W_{jk} は

$$W_{jk} = \sum p_i g(i, j, k) \quad (4)$$

$$g(i, j, k) = 1 \text{ if } f_i(N_k) = N_j$$

$$g(i, j, k) = 0 \text{ if } f_i(N_k) \neq N_j$$

となり, ネットワークの状態更新式は

$$N_j^{(l+1)} = \sum W_{jk} N_k^{(l)} \quad (5)$$

となる. ここで, l はネットワークの更新回数を意味する. (3)式を(4), (5)式に従いネットワーク上に展開し, 画像を作成してみた. 256×256 の規模で, 数十回の状態更新で図 3 (右)の画像が生成された. これは, 従来の数万回の反復を要していた手法に比べ 3 桁の高速化が可能になることを意味する.

5. む す び

フラクタルに基づく画像圧縮は, 10 年程度の歴史しか持たない新しい分野であるが, 従来の圧縮技術で成し得ない高圧縮が期待できる. また, 従来技術との組み合わせや, 動画画像圧縮への対応も期待される分野である.

文 献

- 1) 安居院猛, 宮田一乗, 中島正之: “フラクタル次元に基づいたデジタル図形の疑似符号化”, テレビジョン学会誌, **39** (1985) 979-987.
- 2) E. Walach and E. Karnin: “A fractal based approach to image compression,” ICASSP 86 Tokyo (1986) pp. 529-532.
- 3) M. F. Barnsley: *Fractal Everywhere* (Academic Press, New York, 1988).

(1992年8月26日受理)