

最近の技術から

光学的フラクタル図形生成法

谷 田 純

大阪大学工学部応用物理学科 〒565 吹田市山田丘 2-1

1. ま え が き

フラクタル図形は非常に複雑な形状を有するが、ある種の写像変換の反復的適用により容易に生成することができる。この写像変換の組は iterated function system (IFS) と呼ばれ、一見複雑なフラクタル図形を少数のパラメータで表現できることから新しい画像圧縮技術として注目されている。しかし、この演算は膨大な計算を必要とするため、効率の良い処理方法の開発が不可欠である。最近、光学的に写像変換を実行させる手法が提案され、この問題を解決し得る新しい方法として注目されている。ここでは、光学的手法によるフラクタル図形生成法について紹介する。

2. IFS によるフラクタル図形生成

フラクタルは、Mandelbrot により名付けられた従来幾何学では取り扱うことのできない図形・形状の総称である¹⁾。フラクタルは、図形の一部分がその図形全体と相似関係にある自己相似性を特徴として持つ。この性質を利用して、Barnsley は IFS と呼ばれる縮小写像群を定義し、図1に示すように、反復的な写像によりフラクタル図形が生成できることを示した²⁾。

いくつかの写像変換が IFS として利用できるが、そ

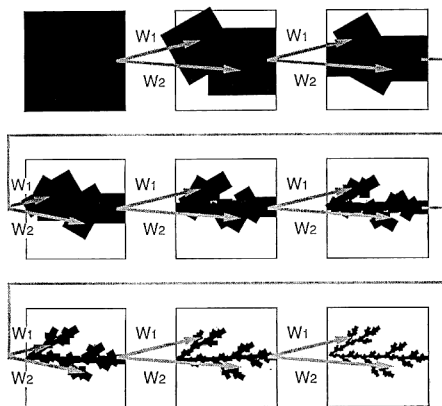


図1 IFS によるフラクタル図形生成の原理²⁾

の中で最も簡単なものは縮小アフィン変換である。縮小アフィン変換は、一次変換に平行移動を加えた形で表現でき、図形の縮小・回転・移動により実現される。一つのアフィン変換は六つのパラメータで表されるが、実際の IFS は複数のアフィン変換で構成されるため、IFS の情報量は (アフィン変換数)×6 となる。このアフィン変換群のパラメータは IFS コードと呼ばれ、一つのフラクタル図形を記述する。

IFS コードからフラクタル図形を生成するアルゴリズムとしては、(1)決定論的アルゴリズムと(2)ランダム反復アルゴリズムが提案されている。(1)はすべてのデータに対して直接的にアフィン変換を行うもので、アルゴリズム自体は簡単であるが、計算量が非常に多くなる欠点を持つ。そこで、確率の概念を取り入れて計算量を減らす工夫をした(2)が開発され、広く用いられている。ただし、この場合でも計算量はかなり多く、ワークステーションクラスのコンピュータでは荷が重たい。したがって、より効率的な演算方式の開発が望まれている。

3. 光学的フラクタル図形生成

アフィン変換を構成する縮小、回転、移動は、結像レンズ、像回転プリズム、偏向鏡などの光学素子により実現できる。いずれの処理も画像上のすべての点に対して並列に実行できるため、決定論的アルゴリズムの利用により、並列光演算技術の演算能力を効果的に引き出すことが期待される。

ただし、フラクタル図形を生成するためには、複数のアフィン変換を反復的に実行する必要がある。すべての処理を光学系だけで行うことは現状の光デバイスの性能から考えて困難である。しかし、簡便な方法として CRT と TV カメラを用いる TV フィードバックが利用できる。TV フィードバックは、ビデオレートにより処理速度が制限される欠点を持つが、信号の増幅・接続が容易に行える利点から魅力的な方法である。

TV フィードバックを利用したシステムとしては、CRT と TV カメラを正対させ、カオス状態を発生させ

る報告がなされている³⁻⁶⁾。これは、CRT と TV カメラの間に座標回転を加えたり、コンポリューション光学系を挿入したりした上で、フィードバック時に非線形処理を行い、さまざまなカオス状態を2次元平面上に生成するものである。いずれの方式に対しても、詳細な系の解析が行われている。

IFS の考えに基づいた光学的フラクタル図形生成法としては、図2に示す光フラクタル合成器が提案されている⁷⁾。2組のアフィン変換光学系がそれぞれ独立に入力画像に対するアフィン変換を行い、TV フィードバック系が変換結果を次段の処理へ送る。そして、反復処理の収束結果として図3に示すようなフラクタル図形が出力される。このシステムでは、たかだか数秒程度でフラクタル図形を得ることができ、同様の演算を SPARKStation 2 で実行させた場合と比較しても、数十倍高速に処理を実行できる。

なお、IFS の並列性に着目し、同様なシステムをニ

ューラルネットワークで実現しようとする研究も報告されている⁸⁾。この方式を光ニューラルネットワークに適用することにより、別のアプローチによる光フラクタル図形生成法も考えられる。

4. む す び

IFS に基づいたフラクタル図形生成法は、簡単な原理と高い演算能力を持つため、新しい光学情報処理技術としての発展が期待される。ワークステーションによる方法に比べて、便利性・柔軟性の点では劣るが、その高速性は注目に値する。ただし、現状では利用できる光学素子のサイズ、実装技術などの制限により複雑な IFS の取り扱いが難しい。今後、光学系のコンパクト化に対する積極的な研究が望まれる。また、画像圧縮技術として応用するためには、原画像の IFS コードへの符号化の研究も不可欠である。この処理にはトライ・アンド・エラー的な最適化処理が要求されるが、並列光演算技術が何らかの形で寄与できるものと期待される。

文 献

- 1) B. B. Mandelbrot: *The Fractal Geometry of Nature* (W. H. Freeman and Company, New York, 1983) Chap. 3.
- 2) M. Barnsley: *Fractals Everywhere* (Academic, London, 1988) Chap. 3.
- 3) J. P. Crutchfield: "Space-time dynamics in video feedback," *Physica*, **10 D** (1984) 229-245.
- 4) G. Häusler, G. Seckmeyer and T. Weiss: "Chaos and cooperation in nonlinear pictorial feedback systems. 1: Experiments," *Appl. Opt.*, **25** (1986) 4656-4663.
- 5) G. Häusler, G. Seckmeyer and T. Weiss: "Chaos and cooperation in nonlinear pictorial feedback systems. 2: Stability," *Appl. Opt.*, **25** (1986) 4664-4667.
- 6) G. Häusler, G. Seckmeyer and T. Weiss: "Chaos and cooperation in nonlinear pictorial feedback systems. 3: Quantized feedback systems," *Appl. Opt.*, **25** (1986) 4668-4672.
- 7) J. Tanida, A. Uemoto and Y. Ichioka: "Optical fractal synthesizer: concept and experimental verification," *Appl. Opt.* (in printing).
- 8) J. Stark: "Iterated function systems as neural networks," *Neural Networks*, **4** (1991) 678-690.

(1992年8月26日受理)

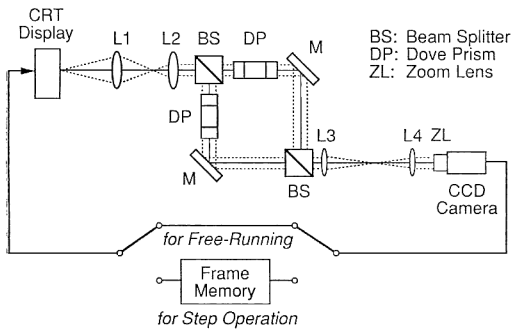


図2 光フラクタル合成器のシステム構成図⁷⁾

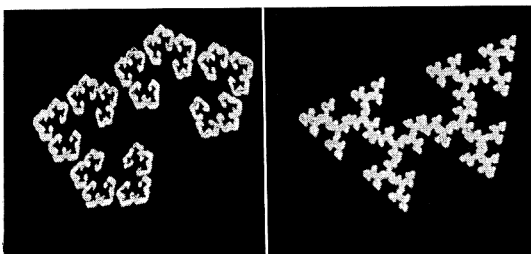


図3 光フラクタル合成器によるフラクタル図形の出力例