



スパースコーディングを用いた相関学習

豊田 晴義*・石川 正俊**

* 浜松ホトニクス(株)中央研究所 〒434 浜北市平口 5000

** 東京大学工学部 〒113 東京都文京区本郷 7-3-1

(1992年10月26日受付, 1993年1月25日受理)

Correlation Learning by Using Sparse Encoding

Haruyoshi TOYODA* and Masatoshi ISHIKAWA**

* Central Research Laboratory, Hamamatsu Photonics K.K.,
5000, Hirakuchi, Hamakita 434

** Faculty of Engineering, University of Tokyo,
7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

(Received October 26, 1992; Accepted January 25, 1993)

A learning and recalling algorithm for optical associative memory based on the conventional correlation learning method with three effective improvements (sparse encoding method, constant activity method and binary memory) is proposed. It is shown that the algorithm matches for a bistable spatial light modulator (SLM) such as a ferroelectric liquid crystal SLM (FLC-SLM) which is available of high resolution and high response time. The results of theoretical analysis and computer simulation indicate that the algorithm realizes an associative memory system with large memory capacity. An example of optical system utilizing the algorithm is proposed by using optical components (LED arrays, photo detector array, lenses, and FLC-SLM). Effects of noises caused by the optical components on the system performance is evaluated by the simulation. The results show that the system is robust for some of the evaluated noises.

1. はじめに

光演算の持つ大規模並列性を利用して, 人間の脳に代表されるような並列演算機構(ニューラルネットワーク)を光学的に実現する試みが注目を集めている^{1,2)}.

われわれは, 光デバイスとして空間光変調管(micro-channel spatial light modulator: MSLM)を用いた実験を行い, ニューラルネットワークの学習により, 柔軟性のある光演算システムを実現し^{3,4)}, 手書き文字認識への応用を実験的に示した⁵⁾. この実験システムでは, MSLMの2次元アナログメモリ特性, 和および差の並列演算機能を用いた並列光演算によって, パターンの連想・想起が可能となった. いいかえれば, キーデバイスであるMSLMの特性と用いた学習アルゴリズム(直交学習法⁶⁾)の親和性が, 光システムの実現に際しての重要なポイントとなった.

本論文では, さらに大規模な(細胞数が1000以上)ニューラルネットワークシステムの光実現に焦点を当て, 光演算に適したアルゴリズムの提案を行う.

一般的に, 連想能力は記憶行列の大きさに比例する. つまり, 大規模なニューラルネットワークシステムの実現には, システムのキーデバイスとなる空間光変調器(SLM)が高解像度・高速である必要があり, さらにはそのSLMの特性に合った学習アルゴリズムが不可欠となる.

これまで, 光コンピュータの実現をめざし, 数多くのSLMの開発が行われてきた. その中で1000×1000以上の解像度, 1kHz以上の演算速度を達成するSLMの開発が切望されていた. 近年, その条件を満足するデバイスとして, 強誘電性液晶空間光変調器(ferroelectric liquid crystal SLM: FLCSLM)の開発が報告され^{7,8)}, 光計測等への応用が行われている⁹⁾. FLCSLMは高解

像度 (100 lp/mm 以上), 高速応答 (100 μs 以下) の特性を兼ね備し, 2 値ながらメモリ特性を持った光アドレス型のデバイスである。しかし, これまでに提案されているニューラルネットワークのアルゴリズムは, そのほとんどがアナログメモリを必要とするために, そのままでは FLCSLM を用いた光速想記憶に適應できない。つまり, 2 値メモリ特性に適し, 同時に, 光演算での実現可能性が高いアルゴリズムが必要となる。われわれは, このような, デバイスの特性を考慮したニューラルネットワークのアルゴリズムの開発を進めてきた。

本研究におけるアプローチの基本的な考え方を Fig. 1 に示す。この図は概念的な図であり, 実現可能性と性能を評価軸として考えている。実現可能性とは, 例えば, 単位面積当たりのニューロン数 (集積度, 結線の複雑さ) や学習の収束回数 (演算の複雑さ) 等を想定した。つまり, 用いる学習アルゴリズムの光実現のしやすさに対応する指標と考えた。縦軸は性能を評価する軸であり, ここでは連想能力を評価軸として考えている。図では, 多層の学習アルゴリズムとして幅広く用いられている誤差逆伝搬 (EBP) 法¹⁰⁾ と, 本研究で注目している相関学習法を比較した。EBP 法は, 汎化能力の高い学習法として, パターン認識や音声認識に應用されている。しかし, 複雑な学習演算を含んだ EBP 法を光演算で実現することは容易ではない。図中の左上がりの枠は, ニューロン数を増加した場合, 連想能力は高くなるが, 一方で実現可能性が損なわれることを意味している。ま

た, 相関学習法は一般に学習演算が極端にシンプルで実現可能性が非常に高いが, 性能はそれほどよくない。したがって, EBP 法と相関学習法を同じニューロン数で比較した場合には EBP 法を用いた方が高い処理能力が期待できる。しかし, 同じ光実現可能性で比較した場合には, 相関学習法が優位となる。この場合, 相関学習法は EBP 法よりも多くのニューロン数が実現できることになり, このことは図中で相関学習法の枠の傾きが, EBP 法に比べて大きく描かれていることに一致する。特に, 光演算に期待されている大規模なネットワークシステムを想定した場合には, この違いは大きくなる。

このような理由から, われわれは光演算による実現可能性を重要視して構成がシンプルな相関学習法に注目した。ここでは, この相関学習法に改良を加えることによって, FLCSLM に代表される 2 値メモリデバイスの特性に適應した新しいアルゴリズムを提案し, その連想能力についての評価・解析を行った。その結果, 実現可能性を維持したままでも性能を向上させることが可能であることがわかった。このことは, Fig. 1 に示すように実現可能なシステムで高い性能を得ようとするアプローチを意味している。

また, このアルゴリズムを用いた光システムを提案し, システムを構成する光素子の諸特性が連想能力に及ぼす影響についても評価を行った。

2. 学習アルゴリズム

2.1 相関学習法

m 個の学習パターンに対する相関学習ならびに想起アルゴリズムは以下の式で表される。

$$M = \sum_{p=1}^m (\mathbf{x}_p \mathbf{x}_p^T) \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \phi(M\mathbf{x}) \quad (2)$$

ここで M は記憶行列, \mathbf{x}_p は学習パターン, \mathbf{x} は入力パターン, \mathbf{y} は出力パターン, ϕ は出力関数を示す。また T は転置行列を表す。 ϕ は各要素ごとのしきい値処理出力関数であり,

$$\phi(x) = \mathbf{1}(x) = \begin{cases} 0 & (x < \text{threshold}) \\ 1 & (x \geq \text{threshold}) \end{cases} \quad (3)$$

などを行う。ここで, threshold はしきい値を表す。(1)式は自己想起型連想記憶に関するものであるが, 相互想起型の場合は, \mathbf{x}_p の前者を教師パターン \mathbf{t}_p に置きかえればよい。

相関学習法は, (1), (2)式に表されるように簡単な構成であるため, 光演算による実現可能性が高い。しか

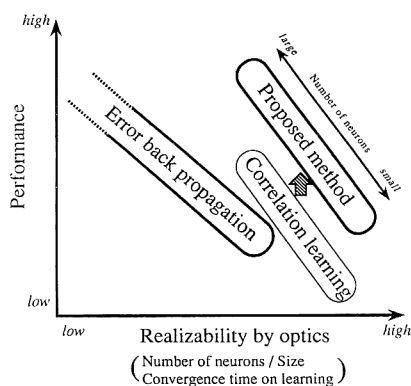


Fig. 1 Our concept of this paper. Our proposed algorithm has been improved the correlation learning method keeping the realizability by optics. From the viewpoint of the realizability by optics, the correlation learning is able to have more number of neurons rather than the error back propagation, and suits to optical implementation.

し、記憶パターン数に比例して干渉雑音が増加し、連想能力が大きく劣化する。そのため、他の学習方法に比較してパターンの分離度が低く、これまでほとんど利用されていなかった。われわれは、この学習法にいくつかの改良を試みた結果、良好な連想結果が得られることを確認した¹¹⁾。次節に相関学習法における改良点および本アルゴリズムの持つ連想能力を評価・解析した結果を示す。

2.2 相関学習法の改良

相関学習法にいくつかの改良を試みた結果、以下に示す3項目の改良が有効であることを確認した。

- 1) スパースコーディング法
(sparse encoding method; SEM)
- 2) トータルアクティビティ一定法
(constant total activity method; CAM)
- 3) メモリの2値化
(binary memory; BM)

スパースコーディング法は、Amariにより解析された方法で¹²⁾、パターンを構成する要素の大部分をゼロとし、1の要素の数を少なくするコーディング方法である。また、トータルアクティビティを一定にすることは、この1の要素の数を一定に保つことを意味する。いいかえれば、パターンの規格化を行う機構を付加することと等価である。メモリの2値化は(1)式の相関学習において記憶行列 M の要素の値を2値化することに対応する。

これらをまとめると、改良後の演算は以下のように書き直される。

$$M = \mathbf{1} \left\{ \sum_{p=1}^m (\mathbf{x}_p \mathbf{x}_p^T) \right\} \quad (4)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{1} (M\mathbf{x}) \quad (5)$$

ただし、 \mathbf{x} の要素 x_i 、 \mathbf{x}_p の要素 x_{pi} 、ならびに \mathbf{y} の要素 y_i に対して、

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_{pi} = \sum_{i=1}^n y_i = ns \quad (6)$$

である。ここで、 n は入出力パターンの要素数 (次元) を表す。また、 s はスパース度であり、トータルアクティビティ (1の要素の数) を入出力パターンの次元 n で割ったものである。

2.3 学習能力・連想能力の解析

相関学習法の記憶能力については優れた解析がなされており^{13,14)}、それらをもとに、ここではわれわれの提案した学習法の学習能力、連想能力と、各パラメータ (ニューロン数 n 、スパース度 s 、学習パターン数 m) との

関係を明らかにする。

今、ランダムな2値パターン \mathbf{x}_p を m 個学習したとする。学習されているパターン $\mathbf{x}_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$ を読みだした結果として、 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ が得られたとする。この時学習パターン \mathbf{x}_p の第 i 成分が正しく読みだされる確率を

$$P(y_i = x_{pi}) \quad (7)$$

とおく。トータルアクティビティ一定の機構により、(6)式が満たされており、記憶行列の2値化により、 M 、 \mathbf{x}_p 、 \mathbf{y} の各要素は1またはゼロの値をとる。想起パターン \mathbf{y} が学習済みのパターンのとき、 $M\mathbf{x}$ の第 i 番目の要素の期待値 E_i は、 $y_i = 1$ となるべき要素については、 \mathbf{x}_p の自己相関行列の要素が1であれば対応する記憶行列の要素は必ず1である。そのため、 $M\mathbf{x}_p$ の要素の和すなわちトータルアクティビティは、 \mathbf{x}_p のトータルアクティビティに一致するから

$$E_i = \sum_{i=1}^n x_{pi} = ns \quad (8)$$

となる。

また、 $y_i = 0$ となるべき要素に関しては、他の学習パターンすべてに対して記憶行列 M の対応する要素がゼロでなければならない。そのため、自分自身を除いた $(m-1)$ 個のパターンに関してすべてゼロである確率は、

$$(1-s^2)^{m-1} \quad (9)$$

で表され、学習パターン \mathbf{x}_p がランダムな2値パターンであるから、以下のような平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布となる。

$$\mu = ns \{1 - (1-s^2)^{m-1}\} \quad (10)$$

$$\sigma^2 = ns \{1 - (1-s^2)^{m-1}\} (1-s^2)^{m-1} \quad (11)$$

エラーが発生するのは、

$$E(y_i = 0) \geq E(y_i = 1) \quad (12)$$

となるときだから、誤差積分関数を用いれば、

$$P_{\text{error}} = \Phi\left(\frac{ns - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{ns(1-s^2)^{m-1}}{\sqrt{ns(1-(1-s^2)^{m-1})(1-s^2)^{m-1}}}\right) \quad (13)$$

となる。ここで用いた誤差積分関数は、

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx \quad (14)$$

と記述される。

この結果を **Fig. 2** に示す。この図は $n=1024$ とし、横軸に記憶パターン数 m をとって、スパース度 s の違いによるエラーの起こる確率を示している。したがって縦軸は(13)、(14)式に従って算出した誤差積分関数を示

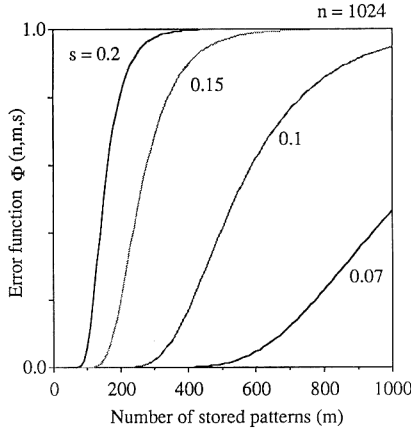


Fig. 2 Error function $\Phi(n, m, s)$. Φ suggests error on the recalling process.

している。この図に示されるように、 s の値が小さければエラーなしで記憶できるパターンが増加することがわかる。

さらに、ハミング距離が $2h$ (想起入力パターン x_i においてランダムに、ゼロの要素 h 点を 1 に変更し、1 の要素 h 点をゼロに変更) だけ離れたパターンを想起した場合の連想能力は、(14) 式の誤差積分関数を用いて、

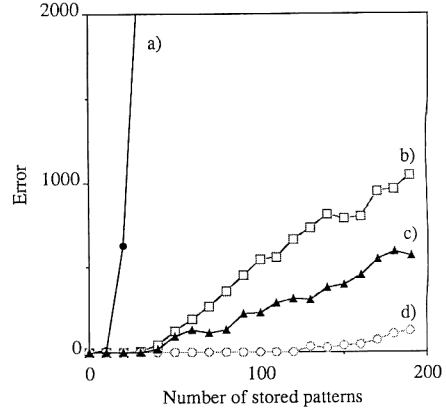
$$P_{\text{error}}(h) = \Phi\left(\frac{(ns-h)(1-s^2)^{m-1}}{\sqrt{ns(1-(1-s^2)^{m-1})(1-s^2)^{m-1}}}\right) \quad (15)$$

となる。

2.4 シミュレーション

2.2 節で示した三つの改良点のうち、スパースコーディングについては前節で理論的に示されたので、残りの二つの改良点の効果についてシミュレーションを行った。結果を **Fig. 3** に示す。学習用パターンは 1024 次元のランダムな 2 値パターンとした。連想能力の評価には用意した評価用パターンの想起エラーの総和を用いている。この評価用パターンとしては、任意の学習済みパターンからハミング距離が 10 (ゼロの要素 5 点を 1 に変更し、1 の要素 5 点をゼロに変更) のパターンをランダムに 20 パターン用意した。Fig. 3 の横軸は記憶パターン数であり、スパース度 s は 0.1 で固定している。シミュレーションは、トータルアクティビティ一定の機構に関しては、入力段のみに用いた場合と入出力段に用いた場合の比較を行い、性能の良かった入出力段に用いた場合について、記憶行列の 2 値化の効果調べた。

図の a) と b) の比較から、入出力段のトータルアクティビティ一定の機構が連想能力の向上に大きく影響することがわかる。また、b), c), d) の比較から、記憶行



	Constant activity	memory matrix
a)	input	analog
b)		
c)	input/output	0,1,2
d)		binary

($s = 0.1$)

Fig. 3 Memory capacity improvement by the constant activity method and the binary memory.

列を 2 値化することが有効である。最も性能の良い d) の場合には、ハミング距離 10 のパターンに対し、1024 ニューロンを用いて 100 パターン以上がエラーなしで想起可能であることがわかる。

3. 光システム

3.1 システム構成

Fig. 4 に、提案したアルゴリズムを光演算で実現するためのシステム概念図を示す。本システムでは、FLCSLM 等の 2 値メモリ機能を有する SLM の利用を想定しており、システム全体は、学習ユニットと想起ユニットの二つの部分からなっている。さらに、具体的な構成を、**Fig. 5** に示した。実現可能性を考慮して、システムは発光・受光素子として LED アレイと photo detector (PD) アレイを用いた光-電気ハイブリッドの構成とした。

想起ユニットは LED アレイ 1, FLCSLM, PD アレイ, シリンドリカルレンズ等から構成され、光学的にベクトルマトリックス演算を行う。入力パターンは LED アレイに提示され、シリンドリカルレンズ C1 によって縦方向に広げられる。広げられた光は、FLCSLM 上に記憶された記憶行列 M を読み出し、C2 により横方向の和が取られ、その結果が PD アレイに得られる。

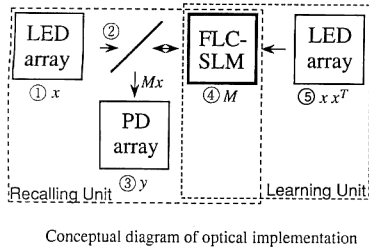


Fig. 4 Conceptual diagram of proposed system.

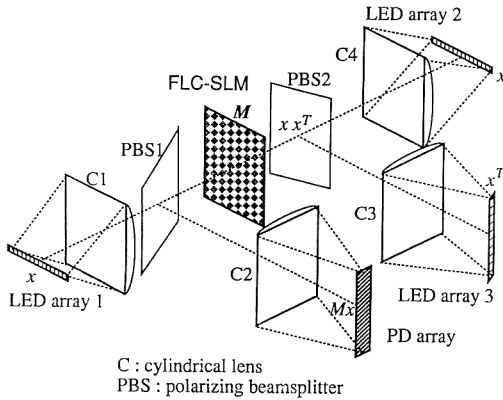


Fig. 5 Optical arrangement.

学習ユニットでは、学習信号となる自己相関関数 $x_p x_p^T$ を演算するために二つの直交関係に配置した LED アレイに学習パターン x_p と x_p^T を提示し、これを FLCSLM 上で AND 演算を行うことで(4)式の学習が実現できる。

トータルアクティビティ一定の機構は、図中には記述されていないが、入力段と出力段に設置される。トータルアクティビティ一定を光実現するためには、パターンの総光量が一定になるように、2値デバイスによるしきい値処理を行えばよい。

3.2 光学素子の特性が及ぼす影響

実際の光学システムでは、システムの連想能力は光学素子の特性により影響を受けることになる。そこで、以下にあげる素子特性について、これらが連想能力に及ぼす影響を2.4節と同様のシミュレーション実験により評価した。

- 1) LED アレイの強度の不均一性
- 2) シリンドリカルレンズの結像のクロストーク
- 3) PD アレイの受光感度の不均一性
- 4) FLCSLM のコントラスト
- 5) 学習用 LED アレイの強度の不均一性

その結果、2) および、3) のノイズは、Fig. 6 および

Fig. 7 に見られるような、連想能力への影響が存在し

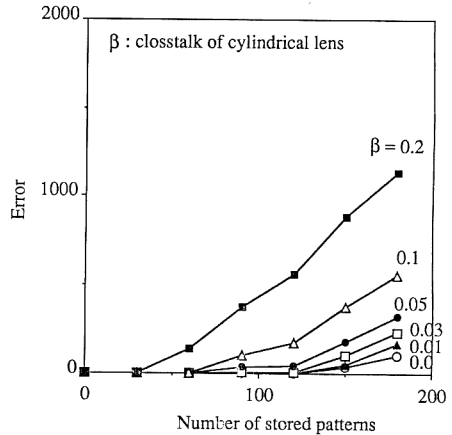


Fig. 6 Effect of crosstalk of cylindrical lens on memory capacity. When $\beta=0.1$, 10% lateral crosstalk is caused by a cylindrical lens on the SLM.

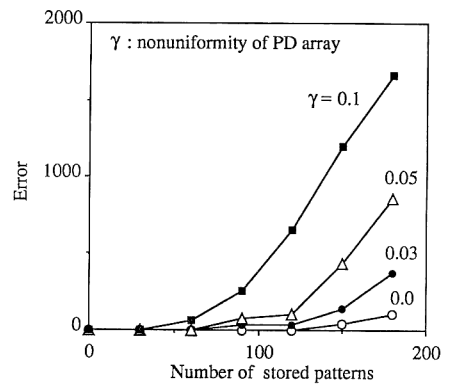


Fig. 7 Effect of nonuniformity of PD array on memory capacity. When γ is 0.1, a PD array has 10% random nonuniformity.

た。どちらの図も、縦軸・横軸に Fig. 3 と同じ評価関数を用いている。Fig. 6 では、クロストークの度合 β をパラメータとした。 β が 0.1 の時、FLCSLM 上でとなりどうしの要素間に 10% の結像のクロストークが存在することになる。また、Fig. 7 では、PD アレイの受光感度の不均一性の度合を γ とし、 $\pm\gamma$ の範囲でランダムな感度ムラを与えた。図に示すように、 $\beta=5\%$ 程度、 $\gamma=3\%$ 程度から、連想能力の低下が顕著となることがわかる。

一方で、1)、4)、5) のノイズに対しては、連想能力はほとんど影響を受けないことがわかった。つまり、本学習法が、いくつかのノイズを除去できる効果を持つことになる。これらの結果は、実際の光学システムを構築する場合の各光学素子への特性の指針となる。

4. ま と め

大規模光ニューラルネットワークシステムの実現をめざし、高解像度 SLM の特性を考慮した、新しい学習アルゴリズムの提案を行った。本アルゴリズムは、非常にシンプルな構成を持つために、光学的なシステムを考慮したとき、高い実現可能性をもつ。理論的解析ならびに計算機シミュレーションにより、本アルゴリズムが高い連想能力を持つことを確認した。

また、実際の光システムを想定して、それぞれの構成要素がもつ素子特性がシステムの連想能力に及ぼす影響を評価した。その結果、本アルゴリズムがいくつかのノイズに対してロバストであることを確認した。

最後に本研究の機会を与えて下さった、浜松ホトニクス(株)晝馬輝夫社長、鈴木義二中央研究所長に深謝いたします。また、熱心なご討議・ご助言をいただいた原勉、小林祐二、向坂直久の各氏に感謝いたします。

文 献

- 1) N. H. Farhat, D. Psaltis, A. Prata and E. Peak: "Optical implementation of Hopfield model," *Appl. Opt.*, **24** (1985) 1469-1475.
- 2) A. D. Fisher, W. L. Lippincott and J. N. Lee: "Optical implementations of associative networks with versatile adaptive learning capabilities," *Appl. Opt.*, **26** (1987) 5039-5054.
- 3) M. Ishikawa, N. Mukohzaka, H. Toyoda and Y. Suzuki: "Optical associatron: a simple model for optical associative memory," *Appl. Opt.*, **28** (1989) 291-301.
- 4) M. Ishikawa, N. Mukohzaka, H. Toyoda and Y. Suzuki: "Experimental studies on learning capabilities of optical associative memory," *Appl. Opt.*, **29** (1990) 289-295.
- 5) M. Ishikawa, H. Toyoda, N. Mukohzaka and Y. Suzuki: "Optical associative memory combining with optical preprocessing," *OPTICAL COMPUTING '90 Technical Digest* (1990) pp. 160-161.
- 6) T. Kohonen: "Correlation matrix memories," *IEEE Trans. Comput.*, **C-21** (1972) 353-359.
- 7) S. Fukushima, T. Kurokawa and S. Matsuo: "Bistable spatial light modulator using a ferroelectric liquid crystal," *Opt. Lett.*, **15** (1990) 285-287.
- 8) K. M. Johnson and G. Moddel: "Motivations for using ferroelectric liquid crystal spatial light modulators in neurocomputing," *Appl. Opt.*, **28** (1989) 4888-4899.
- 9) Y. Kobayashi, T. Takemori, N. Mukohzaka, N. Yoshida, T. Hori and S. Fukushima: "Displacement meter with FLC-SLM utilizing speckle photography," *SPIE Proc.*, **1720** (1992), to be published.
- 10) D. E. Rumelhart, G. E. Hinton and R. J. Williams: "Learning internal representations by error back propagation," *Parallel Distributed Processing*, eds. D. E. Rumelhart, *et al.* (The MIT Press, Cambridge, 1986) pp. 318-362.
- 11) 豊田晴義, 石川正俊: "スパースコーディングを用いた相関学習", 第52回応用物理学会学術講演会予稿集, 9 a-ZH-5 (1991) p. 829.
- 12) S. Amari: "Characteristics of sparsely encoded associative memory," *Neural Network*, **2** (1989) 451-457.
- 13) 甘利俊一: 神経回路網の数理 (産業図書, 1978) pp. 231-266.
- 14) 上坂吉則, 尾関和彦: "連想型記憶の二, 三の性質", 電子通信学会論文誌, **55-D** (1972) 323-330.