

## 研究

## 一対の格子を用いた単焦点レンズの焦点距離測定

—Rogers ダイアグラムによる理論解析—

中野善明

北海道薬科大学物理学教室 〒047-02 小樽市桂岡 7-1

(1993年4月13日受付, 1993年5月27日受理)

Measurements of Focal Length of Single Lenses  
Using Twin Gratings

—Theoretical Analysis by Rogers Diagram Method—

Yoshiaki NAKANO

Department of Physics, Hokkaido Institute of Pharmaceutical Sciences,  
7-1, Katsuraoka, Otaru 047-02

(Received April 13, 1993; Accepted May 27, 1993)

In this paper, we describe a method of theoretical analysis for measuring the focal length of lenses using twin Ronchi gratings. Difficult and tedious mathematics is sidestepped by using the Rogers diagram. The focal length is obtained in three ways, that is, the inclination angle of moire fringes, the moire period and the distance between two gratings.

## 1. はじめに

焦点距離はレンズの機能を代表する量である。そのため従来から種々の測定法が考案され、著者らもこれまでに Talbot 干渉計<sup>1)</sup>を基本光学系とした焦点距離測定法を報告してきた<sup>2)</sup>。本測定法は、格子ピッチの等しい一対の格子の第1の格子の直前に被検レンズを挿入し、これにコリメート光波を照射して変化したフーリエ像を発生させて、この得られたフーリエ像と第2の格子との重ね合わせで生じたモアレ縞の傾き角度の測定から焦点距離を求めるものである。この測定法の理論では、フレネル回折と光干渉理論が基礎として用いられ、被検レンズのある場合のフーリエ像、およびモアレ縞傾角と焦点距離との関係を導出している。

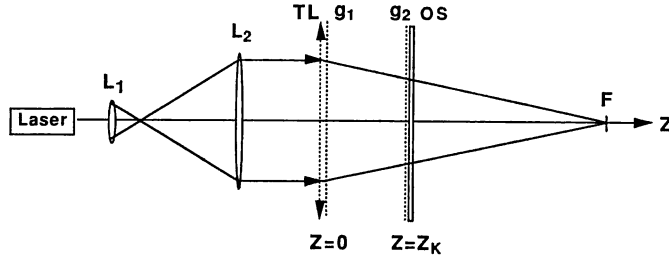
そこで本稿では、この一対の格子の直前に被検レンズを配置して行う焦点距離測定法の一理論解析法を、被検レンズを透過して照射された格子のフーリエ像を Cowley and Moodie<sup>3)</sup>の示した点光源照射によるフーリエ像の生成理論を参考にし、またモアレ縞解析については Rogers<sup>4)</sup>の示したベクトル表示によるダイアグラムを

採用して理論展開を試みたので報告する。

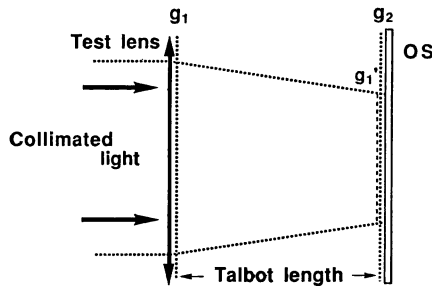
## 2. 理論

**Fig. 1** はレンズの焦点距離測定のための光学系の概略図を示す。L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> は、それぞれ顕微鏡対物レンズおよびコリメータレンズを、g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub> は等しい格子ピッチ  $p$  をもつロンキー格子を示し、この2格子は Talbot 長  $z_k$  の距離で配置されている。TL は被検レンズであり第1の格子 g<sub>1</sub> の直前に挿入する。OS はモアレ縞を観測する目的で第2の格子 g<sub>2</sub> に接して配置したスクリーンである。Z は光軸、光軸上の F は被検レンズの焦点である。

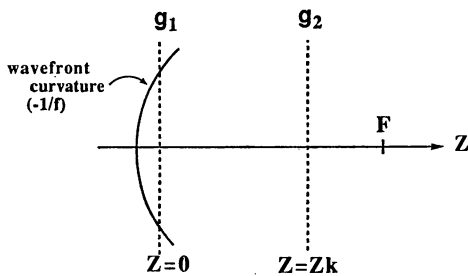
いま、波長  $\lambda$  のコリメート光を被検レンズ TL に入射させ、TL を通過した光波で格子 g<sub>1</sub> を照射すると  $z = z_k$  の Talbot 長距離の位置にピッチ  $mp (= (1 - z_k/f)p)$  の格子 g<sub>1</sub> のフーリエ像 g<sub>1</sub>' が生じる (**Fig. 2**: この場合の TL の焦点距離は  $+f$  とする)。ここで被検レンズ TL が格子 g<sub>1</sub> に対して十分接近して配置されるとすれば、この光学系は **Fig. 3** に示すような曲率  $-1/f$  の球面波照射による格子のフーリエ像の生成問題と仮定できる。このときの格子 g<sub>1</sub> のフーリエ像はつぎのように



**Fig. 1** Optical system of measuring the focal length of a lens. L<sub>1</sub>-L<sub>2</sub>: beam expander, TL: test lens, g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>: first and second gratings, Z<sub>k</sub>: Talbot length, OS: observing screen. The Z is the optical axis. The F is a focal point.



**Fig. 2** Optical arrangement for measuring the focal length.



**Fig. 3** Fourier image formation of a Ronchi grating produced by a spherical wavefront.

与えられる<sup>3)</sup>.

$$\frac{1}{z_k} - \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{kp^2}, \quad (k=1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

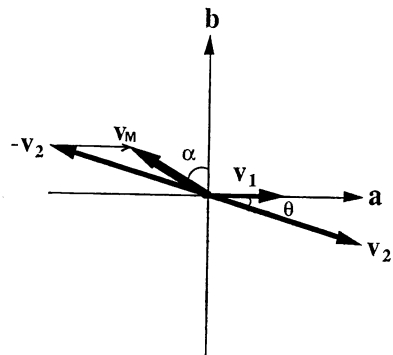
$$m = 1 - z_k/f, \quad (2)$$

$$z_k = kp^2 f / (\lambda f + kp^2) \quad (3)$$

となる。結果として格子 g<sub>1</sub> の後方 z<sub>k</sub> の位置に m 倍のピッチをもつフーリエ像が得られる。凸レンズの場合は 0 < m < 1 で、凹レンズの場合は m > 1 である。

**2.1 モアレ縞傾角 α による測定法**

いま z = z<sub>k</sub> の位置に格子 g<sub>1</sub> と全く同じ周期構造をもつ第2の格子 g<sub>2</sub> を互いの格子線に対して微小傾角 θ で配置すると大きく傾いたモアレ縞が生成される。このモ



**Fig. 4** Rogers diagram for measuring focal length.

アレ縞傾角は被検レンズの焦点距離の大きさに依存するが、この傾角の測定からその焦点距離を求めることができる。

ここでモアレ縞傾角 α と被検レンズの焦点距離 f の関係式を Rogers ダイアグラム<sup>4)</sup>を用いて導出する。

ピッチ mp および p のフーリエ格子像 g<sub>1</sub>' および格子 g<sub>2</sub> が、格子 g<sub>1</sub> の格子線と垂直方向の振幅がそれぞれ 1/mp および 1/p であるとする、これらのベクトル表示は

$$|V_1| = \frac{1}{mp}, \quad (4)$$

$$|V_2| = \frac{1}{p} \quad (5)$$

となり、これを図で表したものが Fig. 4 である。この図で座標 b, a はそれぞれ第1の格子 g<sub>1</sub> の格子線方向とそれと垂直方向である。ここでモアレビート周波数を得るために -V<sub>2</sub> とおいて (V<sub>1</sub> - V<sub>2</sub>) からモアレ V<sub>M</sub> を求める。Fig. 4 から

$$\begin{aligned} V_{Ma} &= V_1 - V_2 \cos \theta \\ &= (1/m - \cos \theta)/p \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V_{Mb} &= V_2 \sin \theta \\ &= \sin(\theta/p) \end{aligned} \quad (7)$$

よってモアレ縞は

$$\begin{aligned} V_M &= \sqrt{(V_{Ma}^2 + V_{Mb}^2)} \\ &= (\sqrt{m^2 - 2m \cos \theta + 1})/mp \end{aligned} \quad (8)$$

となる. モアレ縞傾角  $\alpha_k$  は

$$\begin{aligned} \tan \alpha_k &= V_{Mb}/V_{Ma} \\ &= \left( \frac{f}{f - z_k} - \cos \theta \right) / \sin \theta \end{aligned} \quad (9)$$

となり, したがってレンズの焦点距離  $f$  は

$$f = z_k \left( \frac{\sin \theta \tan \alpha_k + \cos \theta}{\sin \theta \tan \alpha_k + \cos \theta - 1} \right)$$

または

$$f = \frac{kp^2}{(\sin \theta \tan \alpha_k + \cos \theta - 1)\lambda} \quad (10)$$

と与えられ, 式(10)より  $k, \theta, \lambda$  および  $p$  をあらかじめ正確に設定しておけばモアレ縞傾角から焦点距離が求められる. 式(10)はわれわれが既に導出した(参考文献2)) 結果と一致している.

## 2.2 モアレ縞周期 $W$ による測定法

2枚の格子の格子線を平行としたとき, すなわち相対傾角  $\theta=0$  のとき, そのビートは

$$V_M = \frac{1}{p} \left| \frac{m-1}{m} \right| \quad (11)$$

で与えられる. よって, モアレ縞周期  $W$  は

$$W = \frac{1}{V_M} = p \left| \frac{z_k - f}{z_k} \right| \quad (12)$$

となり, 求める焦点距離  $f$  は

$$f = z_k \left| 1 - \frac{W}{p} \right| \quad (13)$$

または,

$$f = 2kp^2(1 - kpw)/\lambda \quad (14)$$

で与えられる.  $k, p$  および  $\lambda$  をあらかじめ正確に設定すればモアレ縞周期から焦点距離が求められる.

## 2.3 2格子間隔 $z_k$ による測定法

Fig. 1 の光学系で第1の格子  $g_1$  を固定し, 被検レン

ズ TL を格子  $g_1$  の直前に挿入する. 第2の格子  $g_2$  を光軸方向で前後に移動してモアレ縞のコントラストが最も最大となる位置をもとめる. このときの2格子間隔  $z_k$  が Talbot 長を示し, したがって式(3)を整理して

$$f = \{1/(1/z_k - \lambda/kp^2)\} \quad (15)$$

から他の2方法と同様に  $k, p$  および  $\lambda$  をあらかじめ正確に設定すれば, この2格子間隔  $z_k$  から焦点距離が求められる.

## 3. ま と め

一对のロンキー格子を利用し, 被検レンズを第1の格子の直前に配置する方式の焦点距離測定において, 理論解析を Rogers ダイアグラムの採用によって行った. 結果として, 焦点距離がつぎの3法によって測定できることが確認できた.

- 2格子の相対傾角が  $\theta$  のとき, モアレ縞傾角  $\alpha$  の測定から求める法.
- 2枚の格子の格子線が互いに平行になるように配置してモアレ縞の周期  $W$  から求める法.
- 2枚格子の間隔  $z_k$  (Talbot 長) から求める法.

最後に貴重なご意見や資料の提供を賜った九州工業大学横関俊介先生, 奈良県立医科大学魚里 博先生に対し心よりお礼申し上げます.

## 文 献

- S. Yokozeki and T. Suzuki: "Shearing interferometer using the grating as the beam splitter," *Appl. Opt.*, **10** (1971) 1575-1580.
- Y. Nakano and K. Murata: "Talbot interferometry for measuring the focal length of a lens," *Appl. Opt.*, **24** (1985) 3162-3166.
- J.M. Cowley and A.F. Moodie: "Fourier images; I—the point source," *Proc. Phys. Soc.*, **B70** (1957) 486-491.
- G.L. Rogers: "A simple method of calculating moire patterns," *Proc. Phys. Soc. (London)*, **73** (1959) 142-143.