最近の技術から

レンズ設計の最適化手法（ローカルミニマムの処理）

一色　真幸・小野　広起・中楯　末三

東京工芸大学工学部　〒243-02 厚木市飯山 1583

1. まえがき

光学系の仕様を与えられたとき，これを満足するような具体的な設計データを求めるのがレンズ設計の仕事である．つまりレンズ設計で最終的に欲しいものは光学系を形成する各面の曲率（非球面の場合はその形状を示すための情報），光軸上における面間隔，絞りの位置，光学材料の屈折率，色分散特性などである．

これらを設計パラメータと呼ぶことにすると，レンズ設計とは目的にあった設計パラメータを求める仕事であるといえる．これらが得られさえすれば，その光学系の性能は，系の公差解析などを含めて，計算により比較的簡単に求められる．計算機の発達のおかげである．

しかしこのパラメータを求める仕事は決して単純ではない．実際の手法としては，まず設計の出発点ともなるパラメータの初期データを作る必要がある．それには決まった方法があるわけではなく，設計者の過去の経験の蓄積や収差に関する解析力などが必要である．この初期データが与えられれば，あとは設計プログラムの最適化アルゴリズムを利用することによって，その性能を試行錯誤的に改善して，よりよい性能のパラメータセットを求めてゆく．つまりパラメータ空間内の最適の位置を求めるのがレンズ設計の最適化である．

ところが，現在最も広く用いられている最適化アルゴリズムによって得られる解は，局所的な最適解に過ぎない．許されるパラメータ空間全体のなかで最良のもの，つまりグローバルな解とは限らないのである．得られた解が受け入れ難いときは，その位置を脱出してもっと別の解を選びたい…そんな要求を満たすための一つの手段として我々はエスケープ関数なるものを導入することを考えた．

2. DLS 法と減衰因子

現在最も広く用いられている最適化の手法は DLS 法 (damped least squres method) である．その概要をごく簡単に述べると，まずレンズの収差などコントロールすべき量をエラー関数 f_i $(i=1, \cdots, m)$ とする．これらは前述の設計パラメータ x_j $(j=1, \cdots, n)$ の関数である．最適化とは次式のようなメリット関数 ϕ の値をなるべく小さくするような解を求める手段である．

$$\phi=\sum_i f_i^2 \tag{1}$$

ここに f_i はパラメータ x_j の関数であるから ϕ の最小値が求まれば次式が満足される．

$$\partial\phi/\partial x_j=0 \quad (j=1, \cdots, n) \tag{2}$$

上記 n 個の連立方程式を解いて n 個の x_j を求めれば良いのであるが，エラー関数 f_i は，複雑な形をしているため ϕ の偏微分を求めることはできない．そこで，これらの関数を設計出発点の近傍で線形近似をすると（2）式は x_j に関する線形連立方程式（最小自乗法の正規方程式と称するもの）となり，マトリックス手法を用いて簡単に解くことができる．かくして得られた解は近似解に過ぎないので，この位置を新しい出発点として再び上記の手続きを繰り返して近似度を高め，真の解に近づこうというのが最小自乗法（LS 法）による最適化手法である．

この方法が解に収敛するためには，減衰因子 (damping factor) というものが必要である．解の発散，振動を防ぐために，メリット関数に付加項として

$$D\sum_j(x_j-x_{j0})^2 \tag{3}$$

を加えるのである．この手法を減衰最小自乗法（DLS 法）といい，ここに，x_{j0} は各修正サイクルの出発点，D は減衰因子である．この値を適当に決めることにより修正サイクルにおけるパラメータ空間内の移動量を加減することができる．適切な D の値は，コンピュータが地形を見て自動的に決める場合が多い．

3. エスケープ関数

D の値をコントロールすることに成功したため DLS 法は最適化手法として定着した感がある．この手法はさ

らに境界条件，制約条件などの制御法や，設計者との対話的手法に磨きをかけ，現在ではほとんどの設計プログラムに使用されている．

しかしながらこれによって得られる解は上述のように局所解に過ぎず，しかも設計がいったんこの局所解に陥ったときは，D の自動コントロール手法は，この D 値をますます大きくして設計の動きを悪くし，局所解よりの脱出を不可能にしてしまう．

これを避けるために考案されたのがエスケープ関数である．これは

$$f_E = \sqrt{H} \exp\left\{-\frac{1}{2W^2}\sum_j (x_j - x_{jL})^2\right\} \qquad (4)$$

で表されるもので，x_{jL} はローカルミニマムの位置を示し，H, W は後述のようなコントロールファクターである．この関数を最小自乗法で修正するエラー関数の中に忍び込ませることによって，DLS 法がこのローカルミニマムを避けるような機能を持つことになる．つまりこの付加関数が設計の陥った局所的窪地を埋め合わせる役をするわけで，H はその埋め合わせ用の盛り土の高さ，W はその幅に相当する．

エスケープ関数の利点はローカルミニマムのごく近傍を除いてはメリット関数の地形をあまり歪めないこと，したがって局所解脱出後はより良い解を探す傾向が強いことである．また，簡単なエラー関数一つを追加するだけであるから，コンピュータの負担が少ないことも好都合である．他面において上記 H, W のコントロール手法は実地への適用を通じて確立する必要がある．

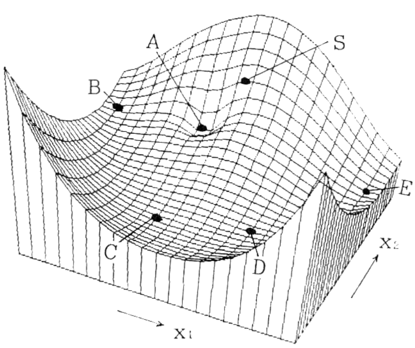

図 1　2次元メリット関数のモデル

4. モデル実験

現在，エスケープ関数はモデル実験の結果大きな渓谷内に点在する局所解に対しては有効に働くことが確認されている．**図 1** は簡単な代数関数を使った2次元モデルであるがSは設計の出発点，Aが $\phi=14.84$ のローカルミニマム，B，C，D，は文献[1]にその存在が予想されている，渓谷底部に散在する浅い局所解群 ($\phi=4.18$, 0.56, 0.35)，Eが最小解 ($\phi=0.0$) である．局所解に陥るたびごとにエスケープ関数を設定してS→A→B→C→D→Eの道筋を辿ることができた．この実験において W は適当な値に固定，H は始め小さな値を与えて2，3サイクルの修正後，脱出不可能なときはその値を倍にし，この操作を脱出が確認されるまで続けた．この例ではBよりの脱出が困難であったが，これはパラメータ空間の次元が少ないためで，実際の多次元空間では H, W のコントロールは比較的楽であると予想される．3次元モデルに関する実験では，このような困難には逢っていない．

5. む　す　び

レンズ設計において除去しようとするエラー関数に簡単なエスケープ関数を一つ加えることにより，設計のローカルミニマムを脱出することができた．この手法はモデルのような渓谷地形の斜面や底部に散在するローカルミニマムより脱出するには便利であるが，得られた解に満足できなくて，これとは全く別の渓谷にジャンプしようとするときは H, W の値を格段に大きくする必要がある．それには設計の地形がどのようなものかを設計実例で統計的に探索しておく必要がある．地形とは所詮設計者にとってブラックボックスなのであるが，適当な H, W を求めるという視点に立っての経験を通じてその特性を知ることがこれからの問題である．

文　　献

1) D. Sturlesi and D.C. O'Shea : "Future of global optimization in optical design," SPIE, **1354**, International Lens Design Conference (1990) pp. 54–68.

(1993年9月20日受理)