

研究

光学レンズ設計における ill-condition 時の最適化法

中村 栄士*・米澤 成二**・浅野 晃*・鈴木 裕*・横関 俊介*

* 九州工業大学情報工学部機械システム工学科 〒820 飯塚市川津 680-4

** (株)日立製作所中央研究所 〒185 国分寺市東恋ヶ窪 1-280

(1994年1月31日受付, 1994年4月11日受理)

Optimization Method on Ill-Condition in Automatic Lens Design

Eishi NAKAMURA,* Seiji YONEZAWA,** Akira ASANO,*

Hiroshi SUZUKI* and Shunsuke YOKOZEKI*

* Faculty of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology,
680-4, Kawazu, Iizuka 820

** Central Research Laboratory, Hitachi, Ltd.,
1-280, Higashikogakubo, Kokubunji 185

(Received January 31, 1994; Accepted April 11, 1994)

The solution sets of the optimization problem in automatic lens design may have extremely large values when the balance of parameters and aberrations is ill-conditioned. This situation prevents the process of the optimization. The ill-condition occurs when there exist correlations among the column vectors in the matrix of the partial differential coefficients. We propose a novel optimization method for the automatic lens design. Our method distinguishes the set of independent vectors from that of the dependent ones using Schmidt orthogonalization method. The method derives a relationship between the set of the independent solutions and that of the dependent ones. We propose a method to get reasonable solutions from the relationship using Lagrangian undetermined multipliers method. Simulational experiments are carried out to show the efficiency of our method.

1. はじめに

現在、ステッパーレンズ等にみられるように、波長単位まで収差を抑えるレンズが要求されるようになってきており、光学レンズ自動設計プログラムにおける最適化の役割がますます大きくなっている。しかし従来の最適化方法では、設定した変数や評価量に無理があると、レンズの形状として扱えないような値が得られたり、設定した評価量の値が収束しなかったり、収束しにくい場合がある。バランスよく変数や評価量を設定することは、熟練した設計者でも困難である場合が多い。ここで提案する最適化方法は、こういった設定した変数や評価量のバランスがよくない時に、従来の最適化方法のように設定した変数に手を加えたり変数を取捨選択することなく、すべての変数を用いて最適化を行う。そのため

は、線形近似した際の偏微分係数行列の列ベクトル間に存在する相関関係をグラム-シュミット直交化法を用いて判別して、独立列ベクトルと従属列ベクトルに分ける。そして、それらに依存する解の相関関係式を導き、この相関関係式を条件として、実用的な解を求める。

また、実際にレンズ設計プログラムに組み込んで、シミュレーションを行った結果も加えて報告する。

2. 最適化方法

2.1 従来の最適化アルゴリズム

現在、最もよく知られている最適化アルゴリズムとして、収差等の評価量と設定した目標値の差の2乗和を最小にする最小自乗法¹⁾ (least squares method, 以下 LS 法と略す) や最小自乗法の評価関数に解の2乗和をつけ加えて最小にする減衰最小自乗法¹⁻³⁾ (damped least

squares method, 以下 DLS 法と略す) がある。特に減衰最小自乗法は、多くの光学レンズ自動設計プログラムの最適化法として使われている。また各評価量に有限幅をもたせ、すべての評価量がそれらの領域内に入るような解を求める鈴木・米澤の方法⁴や、偏微分係数行列を特異値分解し有効な変数だけを判別して最適化を行う大木氏の方法⁵やグラツツェルの方法³、グレイの方法³といった最適化方法も光学レンズ自動設計プログラムで使われている。

2.2 線形関数

レンズの最適化をする場合、設計者がまず初めに、ある程度レンズとしての形状を確認できるぐらいの曲率、面間隔、屈折率等のレンズデータを入力する。そして入力されたレンズデータから変数として扱うものを選定する。つぎに収束させたい収差(以下、評価量と呼ぶ)を選び、その評価量を求める関数を作成する。しかし、この関数は非線形なので、このままで解を求める事は不可能である。そこで、この非線形関数を1次近似した線形関数に置き換える。この1次近似した線形関数を作成するために差分法を用いて勾配を求める。これらを式で表現するために、残存収差を $F(f_1, f_2, \dots, f_m)^T$ 、レンズデータを表す変数を $X(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ とする。ここで、変数 X を ΔX だけ変化させたとすると、残存収差 F を求める1次近似した線形関数は次のようになる。

$$F = A\Delta X + F_0 \quad (1)$$

$$A = \alpha_{ji} = (\partial f_j / \partial x_i) \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$j = 1, \dots, m$$

上式の A_{ji} は $m \times n$ 行列で、偏微分係数行列と呼ばるものであり、 j 番目の収差の i 番目の変数による偏微分で、差分法を用いて計算を行う。また F_0 は初期値の収差の値である。

このようにして求めた1次近似した線形関数を用いて、2.1で述べた各々の最適化アルゴリズムにおける評価関数を作成し、線形近似解を得る。求められた線形近似解の線形性がよければ、この解を新たな初期値として同じ行程を繰り返すことによって、理想的な解が得られるわけである。しかし、実際に得られる解は線形近似解であるので、この線形近似解を用いて、非線形の関数における実際の収差を求めなければならない。もし線形性がよければ実際の収差も収束するはずである。線形性がよくない場合は、線形近似で得られた収差と大きく異なる収差の値になる。また線形性がよいといえるのは、得られた線形近似解が初期の解と比べて十分小さいとみ

なせる値の時である。結局、得られる解は、初期に設定した変数の近傍でしか、求めることができないということになる。線形近似して解を求める方法は、現在まで確立されている多くの最適化アルゴリズムで使われており、設定した変数の近傍で、極小解を求めている。

2.3 III-condition

n 個の変数、 m 個の評価量を設定したとすると、(1) 式の偏微分係数行列は $m \times n$ 行列になる。ここで、変数と評価量の設定のバランスがよくないと、偏微分係数行列 A_{ji} の列ベクトル間に相関が存在することがある。相関が存在するということは、 A_{ji} の Rank が変化して、 A_{ji} の列ベクトルの間に、独立列ベクトルと從属列ベクトルが存在することを意味する。そうなると求める変数空間でも相関が存在することになり、独立した空間で解を求める事ができなくなる。このように列ベクトル間で、相関関係が存在すると求められる解の中に他の解より飛び抜けて大きな値を持つ解が求められる場合がある。解の中に大きな値を持つと初期設定した変数が、著しく変化してしまい、レンズの形状が大きく変化してしまう。また、初期設定した変数の近傍でしか線形性がよくないので、解の中に大きな値を持つと、収差が収束しなかったり、収束が遅い場合がある。そこで、このような大きな値を持つ解をもたせないために、DLS 法ではダンピングファクターを用いて、求められる解をより小さくしながら、評価関数を最小にしていく。しかし、ダンピングファクターを変化させることで解全体が小さくなるので、独立した変数まで小さくなってしまい、評価関数の収束が、著しく遅くなる。また、グラツツェルの方法は、設定した変数によって得られる解の中で最も大きな値を、ある値で割ることによって線形性をよくしている。大木氏の方法は、偏微分係数行列の Rank を変化させて、評価量を収束させるために有効な変数のみを用いて、線形性がわるくなることを防ぐ。グレイの方法は、解を求める際に変数の直交化を行うことによって、非線形性の問題を解決している。このように、変数に手を加えるということは、評価量の収束を遅らせる原因や本来到達しうる極小解とは異なった極小解に落ち込むことになり、評価量の収束性に影響を及ぼす。

そこで本研究では、偏微分係数行列を直交化し、相関関係を判別して独立列ベクトルに依存する解と從属列ベクトルに依存する解に分けて、それらの相関関係式を求める。この相関関係式を条件に解を最小にすれば、変数に手を加えないで、設定したすべての変数を用いて最適化を行うことが可能となる。よって、偏微分係数行列を

直交化し、独立列ベクトルと從属列ベクトルに分け、それらに依存する独立解と從属解の相関関係式を導き、各々の解を最小にする最適化アルゴリズムを提案する。

3. 本研究における最適化アルゴリズム

3.1 グラム-シュミット直交化法を用いた行列の相関判定

(1)式の偏微分係数行列を列ベクトルで表現し、評価量の目標値を F_{obj} とすると

$$(A_1, A_2, \dots, A_n) \Delta X + F_0 = F_{\text{obj}} \quad (3)$$

$$A_i = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ \vdots \\ a_{ni} \end{pmatrix}, \quad F_0 = \begin{pmatrix} f_{01} \\ \vdots \\ f_{0n} \end{pmatrix}, \quad \Delta X = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix}$$

となる。ここで、2.3で述べたように偏微分係数行列を独立列ベクトルと從属列ベクトルに分けるために、まずグラム-シュミットの直交化法を用いて、偏微分係数行列を直交化すると、(3)式の列ベクトル A_i は次のように表せる。

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = b_{11}G_1 \\ A_2 = b_{12}G_1 + b_{22}G_2 \\ \vdots \\ A_n = b_{1n}G_1 + b_{2n}G_2 + \dots + b_{nn}G_n \end{array} \right\} \quad (4)$$

ここで、 G_1, G_2, \dots, G_n は正規直交基底であり、 b は各正規直交基底に依存する成分である。またグラム-シュミットの直交化法は、次の計算によって行われる。

$i=1$ の時

$$G_1 = A_1/b_{11} \quad (5)$$

$$b_{11} = |A_1| \quad (6)$$

$i=2, \dots, n$ の時

$$G_i = \left(A_i - \sum_{j=1}^{i-1} b_{ji} G_j \right) / b_{ii} \quad (7)$$

$$b_{ji} = G_j^T A_i \quad (8)$$

$$b_{ii} = \left| A_i - \sum_{j=1}^{i-1} b_{ji} G_j \right| \quad (9)$$

$$j=1, 2, \dots, n$$

すなわち、偏微分係数行列を直交化すると(3)式は

$$GB\Delta X + F_0 = F_{\text{obj}} \quad (10)$$

となる。ここで、 G は $m \times n$ の正規直交行列、 B は $n \times n$ の上三角行列である。

ここまででは、相関が存在しない場合の直交化法である。次に、本題の、相関が存在する場合に偏微分係数行列を直交化し、各々の列ベクトルに依存する解の相関関係式を誘導するまでのアルゴリズムを示す。

偏微分係数行列 A の Rank が、 $\text{Rank } A = r (\leq n, m)$ であると仮定すると、列ベクトル A_n の間に相関が存在

することになる。すなわち r 個の独立列ベクトルと $n-r$ 個の從属列ベクトルが存在することになる。よって、偏微分係数行列 A を直交化すると(4)式は

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = b_{11}G_1 \\ A_2 = b_{12}G_1 + b_{22}G_2 \\ \vdots \\ A_r = b_{1r}G_1 + b_{2r}G_2 + \dots + b_{rr}G_r \\ A_{r+1} = b_{1,r+1}G_1 + b_{2,r+1}G_2 + \dots + b_{r,r+1}G_r \\ \vdots \\ A_n = b_{1n}G_1 + b_{2n}G_2 + \dots + b_{rn}G_r \end{array} \right\} \quad (11)$$

となる。この(11)式を用いて、(10)式を書き直すと次のようになる。

$$(G_1, G_2, \dots, G_r, 0_1, 0_2, \dots, 0_{n-r}) \left(\begin{array}{c|c} B_r & B_{12} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \Delta X_r \\ \Delta X_{n-r} \end{array} \right) + F_0 = F_{\text{obj}} \quad (12)$$

ここで

$$\begin{aligned} B_r &= \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1r} \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & b_{rr} \end{pmatrix}, \quad B_{12} = \begin{pmatrix} b_{1,r+1} & \dots & b_{1,n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ b_{r,r+1} & \dots & b_{r,n} \end{pmatrix} \\ \Delta X_r &= \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_r \end{pmatrix}, \quad \Delta X_{n-r} = \begin{pmatrix} \Delta x_{r+1} \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} \end{aligned}$$

とする。 B_r, B_{12} はそれぞれ独立列ベクトルに依存する要素、從属列ベクトルに依存する要素ごとに割り当てた行列である。また $\Delta x_r, \Delta X_{n-r}$ は、それぞれ ΔX を独立解、從属解として分けた列ベクトルである。次に

$$\left(\begin{array}{c|c} B_r & B_{12} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \Delta X_r \\ \Delta X_{n-r} \end{array} \right) = \begin{pmatrix} Y_r \\ Y_{n-r} \end{pmatrix} \quad (13)$$

と定義すると、(12)式は

$$(G_1, G_2, \dots, G_r, 0_1, 0_2, \dots, 0_{n-r}) \left(\begin{array}{c} Y_r \\ Y_{n-r} \end{array} \right) + F_0 = F_{\text{obj}} \quad (14)$$

となる。この(14)式を Y_r, Y_{n-r} について解くと

$$Y_r = (G_1, G_2, \dots, G_r)^T (F_{\text{obj}} - F_0) \quad (15)$$

$$Y_{n-r} = 0 \quad (16)$$

が得られる。よって、(13)式と(15)式より独立解 ΔX_r と從属解 ΔX_{n-r} の相関関係式

$$\Delta X_r = C - D \Delta X_{n-r} \quad (17)$$

$$C = B_r^{-1} Y_r \quad (18)$$

$$D = B_r^{-1} B_{12} \quad (19)$$

が得られる。

3.2 ラグランジュ未定乗数法による解の導出

(17)式より独立解と從属解の相関関係式が求められた。この相関関係式は、(3)式を直交化して偏微分係数

行列の列ベクトル間に存在する相関関係を判別し、(3)式を独立解と従属解について求めた関係式である。ゆえに、この相関関係式の条件を保持しつつ、独立解と従属解を線形近似の範囲内まで値を小さくできれば、変数に手を加えないで、設定したすべての変数を用いて最適化が可能となる。

そこで、実用的な範囲に入る独立解と従属解を求めるために、ラグランジュ未定乗数法を用いる。まず、実用的な範囲に入る解を導出するために、独立解と従属解の2乗和を最小にするための関数を(20)式のように表す。また、この独立解と従属解の取り得る条件として、(21)式の示すように(17)式の相関関係式とする。この(17)式の相関関係式を条件とすることで評価量が目標値に近づくことになる。

$$\text{Min}(\Delta X_r^T M_r \Delta X_r + \Delta X_{n-r}^T M_{n-r} \Delta X_{n-r}) \quad (20)$$

$$\text{Subject to } (\Delta X_r = C - D \Delta X_{n-r}) \quad (21)$$

$$M_r = \begin{pmatrix} \sqrt{b_{11}^2} & & & 0 \\ & \sqrt{b_{12}^2 + b_{22}^2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sqrt{\sum_{i=1}^r b_{ir}^2} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$M_{n-r} = \begin{pmatrix} \sqrt{\sum_{i=1}^r b_{i,r+1}^2} & & & 0 \\ & \sqrt{\sum_{i=1}^r b_{i,r+2}^2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sqrt{\sum_{i=1}^r b_{in}^2} \end{pmatrix} \quad (23)$$

ここで、 M_r 、 M_{n-r} は得られる解を正規化するための要素である。すなわち、得られる解の数値精度を均一にするための要素である。ラグランジュ乗数を Q として(20)、(21)式からラグランジュ未定乗数法により関数 g を

$$g = \Delta X_r^T M_r \Delta X_r + \Delta X_{n-r}^T M_{n-r} \Delta X_{n-r} - 2Q^T (\Delta X_r - C + D \Delta X_{n-r}) \quad (24)$$

のように定義する。この関数 g の極値を求めるこにより、評価量を目標値に収束させながら、実用的な範囲に入る解が求まる。そこで、関数 g を ΔX_r 、 ΔX_{n-r} 、 Q について偏微分を行うと

$$\partial g / \partial \Delta X_r = 0 \text{ より } \Delta X_r = M_r^{-1} Q \quad (25)$$

$$\partial g / \partial \Delta X_{n-r} = 0 \text{ より } \Delta X_{n-r} = M_{n-r}^{-1} D^T Q \quad (26)$$

$$\partial g / \partial Q = 0 \text{ より } \Delta X_r = C - D \Delta X_{n-r} \quad (27)$$

となる。この(25)～(27)式より

$$\Delta X_r = (I + DE)^{-1} C \quad (28)$$

$$\Delta X_{n-r} = E \Delta X_r \quad (29)$$

$$E = M_{n-r}^{-1} D^T M_r \quad (30)$$

となり、独立解 ΔX_r と従属解 ΔX_{n-r} が各々、求めることができる。そこで、ill-condition 時に実用的な解を求める能够性があるということで、本研究の最適化アルゴリズムを IC 法と呼ぶことにする。

4. シミュレーション結果

4.1 数値シミュレーション

3. で述べたように、偏微分係数行列を直交化し、独立列ベクトルと従属列ベクトルに分け、それらに依存する独立解と従属解の相関関係式を導くことによって、変数に手を加えることなく、設定したすべての変数を用いて解を求めることができた。そこで、この最適化アルゴリズムの有効性を確認するために、行列の列ベクトル間に相関が存在する簡単な方程式を用いて、シミュレーションを行った。

まず、次のような連立方程式を考える。

$$\left. \begin{array}{l} 1X_1 + 10X_2 = 11 \\ 10X_1 + 100.001X_2 = 111 \end{array} \right\} \quad (31)$$

この方程式をガウス消去法によって解を求める

$$X_1 = -9989, \quad X_2 = +1000$$

となり、解が大きな値を持つ。次に、IC 法を用いて計算を行うと、直交化したときの各成分の値は

$$b_{11} = \sqrt{101}, \quad b_{12} = 1010.01 / \sqrt{101},$$

$$b_{22} = 0.995037 \times 10^{-4}, \quad G_1 = 1 / \sqrt{101} (1 \ 10)^T$$

となる。ここで b_{22} は 0.0 とみなせるほど十分小さいので、 b_{22} を 0.0 とおくと、(31)式の 2×2 の係数行列 A は Rank $A = 1$ となる。よって(17)式の相関関係式は

$$X_1 = (1121/101) - (1010.01/101)X_2$$

と表すことができる。ゆえに、求められる解は、 $M_1 = M_2 = 1.0$ の場合

$$X_1 = 0.109889, \quad X_2 = 0.109890 \times 10$$

$$XX = 0.121966 \times 10, \quad RR = 0.987924 \times 10^{-2}$$

となる。ここで XX は得られた解の2乗和であり、 RR は得られた解を(31)式の左辺に代入して得られた値と右辺の数値の差の2乗和である。また解を正規化した

$$M_1 = \sqrt{1^2 + 10^2}, \quad M_2 = \sqrt{10^2 + 100.001^2}$$

の場合、得られる解は

$$X_1 = 0.100899 \times 10, \quad X_2 = 0.100899 \times 10$$

$$XX = 0.203613 \times 10, \quad RR = 0.988102 \times 10^{-2}$$

となる。これらの解をガウス消去法によって得られた解と比較してもわかるように、IC 法で得られる解が、非常に小さくなっていることがわかる。また、ガウス消去法で得られた解を用いて計算した RR は、当然の如く

0.0 になるわけであるが、IC 法で得られた解を用いて計算した RR も、十分に小さいとみなすことができる範囲に収束していることがわかる。

4.2 光学設計におけるシミュレーション

前節では、簡単な方程式を用いてシミュレーションを行ったが、この節では、実際に光学設計におけるシミュレーション結果を示すこととする。まず初めに、光学設計における IC 法の有効性を確かめるためにテッサー型レンズ（4枚レンズ、 F 値=2.8、焦点距離=50.0）を用いて、シミュレーションを行った例を示す。与えた変数は曲率、面間隔 7 個ずつの計 14 個、設定した評価量は、収差、焦点距離等を含めて 23 個である。また、このテッサー型レンズを用いたデータは、LS 法では収束しないような初期値、変数、評価量を与えてある。このデータによって得られる偏微分係数行列を直文化した時の上三角行列の対角成分 b_{ii} ($i=1, 2, \dots, 14$) は、Table 1 のようになる。この対角成分が、4.1 で示したように列ベクトルの相関を判別するために重要な要素になる。例えば、(3)式の偏微分係数行列を直文化した時の対角成分が、0.0 ないし 0.0 に近い値であるとすると、0.0 と認められた対角成分を 0.0 とおくと、下位の対角成分および他の成分は (12) 式に示すように計算上 0.0 となる。すなわち設計者自らが偏微分係数行列 A の Rank を変更するわけである。よって 0.0 と認められた対角成分より下位の対角成分に依存する列ベクトルは從属列ベ

Table 1 Diagonal elements b_{ii} , ratio D_i of b_{ii} and $b_{i-1, i-1}$ and normalized elements N_i , when the matrix of partial differential coefficients is orthogonalized before optimization of Tessar lens.

i	b_{ii}	D_i	N_i
1	872.32076	0.00000	100.00000
2	532.28621	0.61020	61.01955
3	319.31126	0.59989	36.60480
4	136.96638	0.42894	15.70138
5	41.93809	0.30619	4.80765
6	18.61743	0.44393	2.13424
7	23.13262	1.24252	2.65185
8	0.07132	0.00308	0.00818
9	0.10963	1.53724	0.01257
10	0.01439	0.13126	0.00165
11	0.00449	0.31196	0.00051
12	0.00869	1.93665	0.00100
13	0.00137	0.15791	0.00016
14	0.00254	1.85112	0.00029

クトル、0.0 と認めた対角成分より上位の対角成分は、独立列ベクトルとみなして、3. で示したアルゴリズムを用いて最適化を行うことになる。Table 1 では、 b_{88} 以降の対角成分が十分 0.0 とみなせるような値になっていい。また別の視点から相関判定を行うため、対角成分を正規化した要素を

$$N_i = b_{ii}/b_{11} \times 100, \quad (32)$$

また、ある対角成分の値が一つ前の対角成分の値と比べて、数値的にどれだけ違いがあるかを表した値を

$$D_i = b_{ii}/b_{i-1, i-1} \quad (33)$$

として計算した結果も Table 1 に示す。 N_i は対角成分の中に大きい値を持つ成分が存在する場合に、対角成分を正規化することによって、容易に相関判定が行えるという利点を持ち、 D_i を計算することによって、より相関判定が正確に行われる。このテッサー型レンズの最適化例では、Table 1 に示すように b_{ii}, D_i, N_i のどれを用いても b_{88} 以降を従属、すなわち b_{88} 以降の対角成分を 0.0 とするのが、妥当であるといえる。よって、 b_{88} 以降の対角成分および他の成分をそれぞれ 0.0 とおいて、3. で示したアルゴリズムを用いて最適化を行う。このようにして最適化が 1 回終了するごとに逐次、相関判定を行いながら評価量を目標値に近づけてゆくのである。

このテッサー型レンズを最適化したシミュレーション結果を、縦軸に目標値と評価量の差の 2乗和として Φ 、横軸に繰り返し回数をとり、Fig. 1 に示す。また Fig. 1 には、(22)、(23) 式を用いて解を正規化しながら、最適化を行った例と解を正規化しないで、最適化を行った例の 2 種類を示した。どちらの例も最適化が 1 回終了す

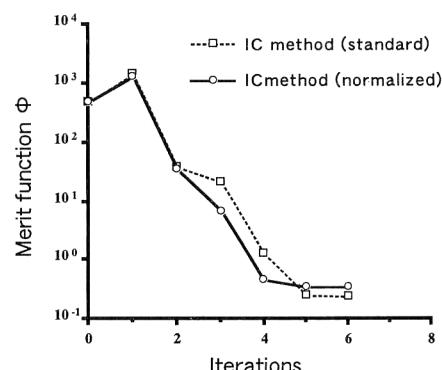


Fig. 1 Example of optimization by standard IC method and normalized IC method (Tessar lens: F number=2.8, $FL=50.0$, 14 parameters, 23 aberrations).

Table 2 Diagonal elements b_{ii} , ratio D_i of b_{ii} and $b_{i-1,i-1}$ and normalized elements N_i , when the matrix of partial differential coefficients is orthogonalized before optimization of Gauss lens.

i	b_{ii}	D_i	N_i
1	2018.79026	0.00000	100.00000
2	394.88925	0.19561	19.56069
3	156.53808	0.39641	7.75405
4	163.96072	1.04742	8.12173
5	55.46396	0.33828	2.74739
6	145.50278	2.62338	7.20742
7	31.52517	0.21666	1.56159
8	17.47534	0.55433	0.86563
9	3.54920	0.20310	0.17581
10	2.34231	0.65995	0.11603
11	0.03877	0.01655	0.00192
12	0.00215	0.05532	0.00011
13	0.02409	11.22233	0.00119
14	0.02316	0.96139	0.00115
15	0.01755	0.75785	0.00087
16	0.00074	0.04207	0.00004
17	0.00210	2.84832	0.00010
18	0.00032	0.15105	0.00002
19	0.00141	4.43762	0.00007
20	0.00056	0.39906	0.00003

るたびに逐次, b_{ii} , D_i , N_i を用いて相関判定を行ったが, すべての繰り返し回数において, 最適化前の相関判定と同じ b_{88} 以降を従属とみなすのが, 妥当であった. また収束性の結果は, Fig. 1 に示すように収束性がほぼ同じで, 繰り返し回数も変わらないことがいえる.

次に, 対角成分が 0.0 とみなせる値で相関判定を行った最適化例と対角成分を正規化して相関判定を行った最適化例を示す. このシミュレーションに用いたデータは, 変形ガウス型写真レンズ (6枚レンズ, F 値=1.7, 焦点距離=32.0) で, 与えた変数は曲率, 面間隔とともに 10 個ずつの計 20 個, 評価量 25 個を設定した. また, それぞれの最適化に際して, 解を正規化しながら最適化を行った. このデータを用いて得られた偏微分係数行列を直交化した時の対角成分 b_{ii} および, D_i , N_i ($i=1, 2, \dots, 20$) を Table 2 に示す. Table 2 より対角成分 b_{ii} と対角成分を正規化した値 N_i による相関判定は, それぞれ次のように行った. $b_{11,11}$ 以降の対角成分を十分, 0.0 とみなすことができるので, $b_{11,11}$ 以降の対角成分を 0.0 とおいた. また, N_{99} 以降を 0.0 とみなし, N_{99} 以降を 0.0 とおいた. このように, それぞれの判定方法を用いて最適化が 1 回終了するごとに逐次, 相関判定を

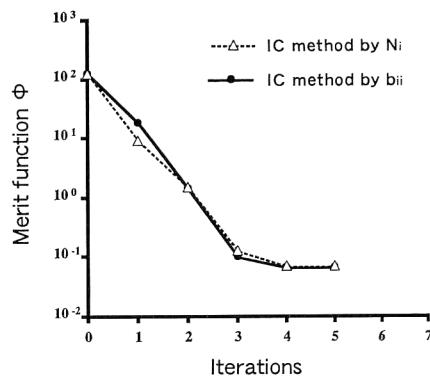


Fig. 2 Comparison of the optimization by normalized IC method using the distinction by b_{ii} and N_i (Gauss lens: F number=1.7, $FL=32.0$, 20 parameters, 25 aberrations).

行いながら, 変形ガウス型写真レンズを最適化した結果を Fig. 2 に示す. Fig. 2 に示すように, どちらの判定方法を用いても, ほぼ同じ結果が得られている. すなわち, ある対角成分が, 上位の対角成分と比較して十分, 小さい値の時, その対角成分以降を従属とみなして最適化を行うと, Φ が収束する傾向にあることがいえる.

最後に, IC 法と他の最適化方法との収束性を比較した最適化例を Fig. 3 に示す. 比較対象とした最適化方法には, IC 法とアルゴリズム的に性質の全く異なる DLS 法を用いた. このシミュレーションに用いたレンズデータは, 顕微鏡対物レンズ^⑤ (9枚レンズ, F 値=0.9, 焦点距離=98.54) で, 変数を曲率のみで 16 個, 評価量 17 個を設定した. また, IC 法における最適化の相関判定として, 対角成分を正規化した要素 N_i を用い, 最適化に際しては, (22), (23)式を用いて解を正規

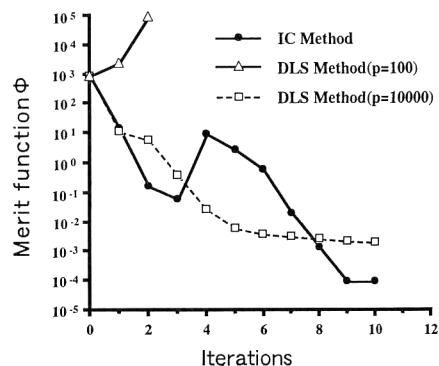


Fig. 3 Comparison of the optimization by IC method and DLS method at $p=100, 10000$ (Microscope objective lens: F number=0.9, $FL=98.54$, 16 parameters, 17 aberrations).

化した。このFig. 3に示すように、DLS法では、ダンピングファクターで解を抑制しなければ、収束しないことがわかる。しかし、IC法では、繰り返し回数4回目以降に急激に収束し、DLS法($\rho=10000$)よりも収束性がよいことがいえる。またIC法の繰り返し回数4回目以降に φ が増加しているが、これは、繰り返し回数4回目以降に相関判定の値を変えたため、従属とみなす対角成分の位置が変化し、評価量自体のバランスが変化したのであろう。

5. ま と め

光学設計における最適化において、変数、評価量のバランスがよくない状態の時、変数に手を加えることなく、すべての変数を用いて最適化するために、偏微分係数行列の相関関係を判定し、独立解と従属解の相関関係式を導き、その関係式を条件として、ラグランジュ未定乗数法を用いて実用的な範囲に入る解を各々求める方法を提案した。

そして、シミュレーション結果から、偏微分係数行列を直文化することにより、実際に、対角成分を0.0とみなせる値が存在し、その対角成分以降を0.0とおくことによって最適化することができた。また対角成分を正規化して相関判定を行っても同様のことがいえた。さらに、評価量の収束性に対しても、ある一定の相関判定値で収束させて、その判定値で評価量の収束がある程度おさまったら、相関判定値を変更することによって、偏微分係数行列のRankを変更し、さらに評価量を収束さ

せることが可能であることもいえた。

この最適化方法の特徴は、偏微分係数行列を直文化したことの対角成分によって相関関係を判定するため、設計者が自在に偏微分係数行列のRankを変更することによって最適な相関判定ができる、より良好な収束を得ることができるところにある。また、偏微分係数行列のRankを変更しても設定した変数に影響を及ぼさないので、繰り返し回数が少なくてより深い極小解に落ち込むことができる。

このように偏微分係数行列を分解して、相関関係を正しく判定することは、現在の光学設計で最も多く使われている線形近似を用いた最適化方法において、非常に有効な手段であると思われる。

文 献

- 1) 中村莊一, ほか: 実用光学系設計技術—重要ポイント・留意点— (技術情報協会, 東京, 1991) pp. 63-68.
- 2) 小瀬輝次, 斎藤弘義, 田中俊一, 遠内順平, 波岡 武編: 光工学ハンドブック (朝倉書店, 東京, 1986) pp. 444-449.
- 3) 久保田広, 浮田祐吉, 會田軍太夫編: 光学技術ハンドブック 増補版 (朝倉書店, 東京, 1975) pp. 544-550.
- 4) T. Suzuki and S. Yonezawa: "Automatic lens design by the system of nonlinear inequalities," J. Opt. Soc. Am., **56** (1966) 677.
- 5) 大木祐史: "レンズ設計における特異値分解の応用", 光学, **13** (1984) 490-496.
- 6) W.J. Smith, Genesee Optics Software, Inc.: *Modern Lens Design* (McGraw-Hill, Inc., New York, 1992) p. 264.