

研究

エスケープ関数によるレンズ設計

一色 真幸・小野 広起・中橋 末三

東京工芸大学工学部 〒243-02 厚木市飯山 1583

(1995年3月7日受付, 1995年4月18日受理)

Lens Design with Escape Function

Masaki ISSHIKI, Hiroki ONO and Suezou NAKADATE

Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Polytechnics, 1583, Iiyama, Atsugi 243-02

(Received March 7, 1995; Accepted April 18, 1995)

Escape function is proposed to get out of the local minimum in lens design with 'DLS or damped least squares' method. This function increases the value of the merit function only around the local minimum in the design parameter space, so that the design process would naturally find a way to reach another solution. Thus this idea will provide a means for realizing global, or at least pseudo global, optimization. Experiments were made with models of merit function and the advantage of the proposal was ascertained. We planted this algorithm into OSLO SIX (lens design software by Sinclair Optics) by means of CCL (C-compatible language) and applied it to several actual problems to know the practical value of this method. The global search for solutions was performed in a completely self-regulating mode, and the efficiency of the software, which is still high at this beginning stage, would surely be increased with a few improvements suggested in this paper.

1. はじめに

コンピュータによるレンズ設計の最適化手法としては減衰最小自乗法 (DLS 法; damped least squares method) が広く用いられているが、これによって得られる解は設計の出発点で決まる局所解 (ローカルミニマム) の一つに過ぎない。この局所解が不満足なものである場合、もっと優れた解を求める手段として筆者らはエスケープ関数なるものを提案し、その効果を確かめてきた^{1,4)}。

光学系を設計するときに要求される条件には物理的なものと光学的なものがある。物理的条件とは系全体の大きさや、レンズの縁厚、間隔などに課せられる制約であり、光学的条件とは焦点距離、F 値、結像性能などである。これらの値をできるだけ目標値に近づけるのが設計の仕事である。そのために、DLS 法では单一の値をもつた評価関数 (メリット関数) として上に述べた諸量とその目標値との差の自乗和を定義し、この値を極力小さくしようとする。この評価関数の値を決める変数は、

光学系を構成する各面の曲率、面間隔、絞りの位置、光学材料の屈折率や分散 (アッペ数) などである。これらの値をうまく選んで目標とする光学系を設計するわけであるが、要求される光学系性能から設計変数の組合せを直接に求めることは不可能である。そこで、まず設計の出発点となる初期データを用意して光学系の性能を評価し、次に変数の値を少し変えてからまた評価をし直す。変数の変化に起因する収差またはエラー関数の変化を見て、好ましい変数の組合せを次々と探してゆくのである。このように試行錯誤の繰返しから良い性能をもつ変数の組合せを探し出すのがレンズ設計の一般的な手法である。これは主としてコンピュータの最適化ルーチンによってなされるが、それによって得られるのは変数空間内で評価関数が極小となる多くの局所解 (ローカルミニマム) のうち、たまたま設計出発点の近くにあるものに過ぎない。DLS 法ではいったん設計が局所解に陥るともうそこから動けないようになっている。後述のダンピングファクターが、設計がこの解から外れることを極力防ぐからである。

この局所解が設計要求を十分に満たさないとき、新たに別の解を見いだすには、①設計の出発点を変えるか、②各収差の重みやその目標値を変更することで評価関数を変形したり、③関数を構成する収差を追加したり削ったりする必要があった。いずれも言うは易くして実行は難しい。試行錯誤や設計者の経験や勘が必要とされることが多かった。さらに、手段②および③は局所解を避けるという目的のために本来の評価関数の内容を歪めてしまう。この評価関数がレンズ性能の評価よりも設計の道筋を変えるための手段に使われるわけで、これでは関数の名前を操舵関数 (steering function) とでもいう方が適当であろう。エスケープ関数は設計が自力で局所解を脱出し別の解を求めるように考案されたもので、本関数をコントロールすべき収差グループに追加することにより評価関数の地形は局所解の近傍で修正され、設計がこの地点に拘束されないようになるのである。本論文ではエスケープ関数が有効であることを複雑なレンズにおいても確認し、さらに本手法の改善の方法について検討した。

2. DLS 法とエスケープ関数の理論

2.1 DLS 法による最適化

レンズ設計は大まかなレンズ形状を決定する初期設計と、それを受けついで設計変数を変化させながら性能向上を図る設計の2段階に分けられる。ここでは第2段階をコンピュータを用いて自動的に行う手法について考えることにする。

光学系の結像性能評価には光線収差、スポットダイアグラムの平均的な拡がりを示す RMS 値、MTF、3 次や 5 次の収差係数などが用いられる。評価関数は選ばれたこれらの値とその目標値との差の 2 乗の荷重和である。この値が小さければ小さいほど良い設計ということになる。

光学系の要素でその値を変えることのできる変数（面の曲率、面間隔、その他）を

$$x_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

とし、収差などの評価関数を構成するエラー関数をその荷重をも含めて

$$f_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

とする。 f_i は当然変数 x_j の関数である。ここで、収差に目標値があるときは、収差と目標値との差を f_i と定義する。光学系の評価関数 ϕ は前述のように

$$\phi = \sum_{i=1}^m f_i^2 \quad (3)$$

で表されるが、この ϕ を極小にする変数の組を求めるのが最小自乗法による最適化の手法である。数学的には

$$\partial\phi/\partial x_j = 0 \quad (4)$$

となるような変数 x_j の組を求めるために帰着する。実際のレンズ設計では、評価関数を構成するエラー関数は非常に複雑な形をしているため、これらを出発点の近傍で1次近似して計算を進める。まず f_i をテイラー展開すると、

$$\bar{f}_i = f_{i0} + \sum_{j=1}^n A_{ij} \Delta x_j \quad (5)$$

が得られる。ただし、 f_{i0} は出発点におけるエラー関数の値で、 A_{ij} は変化係数

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

である。式(5)は f_i を線形近似したもので、これを式(3)に代入すると評価関数は x_j に関する2次の多項式となり、しかも x_j^2 の係数は正であるので必ず最小値が存在する。この評価関数の最小値における x_j の値は式(4)によって求められるが、この式は x_j に関する1次式になるので問題は結局多元連立1次方程式の求解に帰着する。解は簡単に求められるが、近似によって得られたものだから $|\Delta x_j|$ が大きくなると正確な解との誤差が無視できない。実際には、 $|\Delta x_j|$ があまり大きくならないように式(3)の評価関数にダンピング項と称するものを付け加えて次のようにする。

$$\tilde{\phi} = \bar{\phi} + \rho \sum_{j=1}^n (\Delta x_j)^2 \quad (7)$$

式(7)の第2項（ダンピング項）は $|\Delta x_j|$ が大きくなるとその自乗に比例して増大するため、設計が現地点から大きく移動することを防ぐ働きをもっている。この項にかかるべきは減衰因子（ダンピングファクター）というが、その値によってこの項の効きめが違う。 ρ の値が小さすぎると減衰が弱く設計は解に収斂しないし、また大きすぎると収斂の効率を悪くする。DLS 法では評価関数の動きを絶えず監視しながら減衰因子の値を自動的に調節する機能をもっているので、これにより解への接近はきわめて能率的に行われる。

2.2 エスケープ関数による局所解脱出

レンズ設計において局所解の存在は避けられない問題である。その局所解に捕まつたら最後そこから逃れることができないというのが DLS 法の宿命であるが、見方を変えればこれはまた長所でもある。それは局所解の一つがどこにあるか教えてくれるからである。その位置さえわかれば、その付近の地形のくぼみ（メリット関数の極小）を打ち消すように評価関数を変更することによ

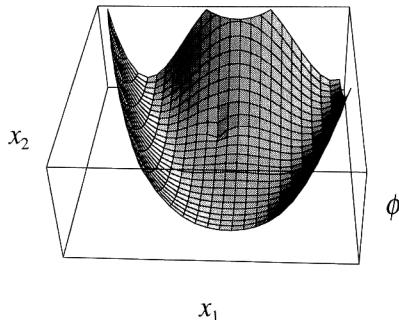


Fig. 1 Perspective view of the merit function for a 2-dimensional model. There is a local minimum near the center of the variable space.

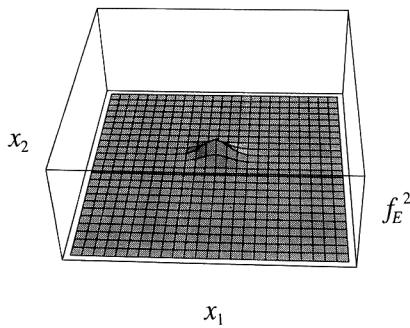


Fig. 2 Squared value of the escape function set up at the local minimum of the model. The effect of this function is confined only to the vicinity of the local minimum.

り、最適化プログラムは局所解を脱出して別の解を探すことができる。その手段として次式に示すようなエスケープ関数を定義し、この関数をDLSがコントロールするエラー関数の中に含ませることを考えた^{1,4)}。

$$f_E = \sqrt{H} \exp \left[-\frac{1}{2W^2} \sum_{j=1}^n (x_j - x_{jL})^2 \right] \quad (8)$$

ここに、 x_{jL} は局所解の位置であり、 H と W とは後述の意味をもったパラメータである。式(3)により当然のことながら評価関数には f_E^2 の項が加算される。式(8)は指數関数なのでこの加算される値は局所解の位置をある程度離れると実質上ゼロになってしまう。つまり、変数空間内の評価関数の値を、問題とする局所解の近傍でのみ大きくするのがエスケープ関数の役割である。

エスケープ関数の働きを図で簡単に説明しよう。いま、設計変数空間を2次元(x_1, x_2)であるとし、評価関数を次のような数学的モデルで定義すると、その鳥瞰図は Fig. 1 のようになる。

$$\phi = 10(x_2 - x_1)^2 + (1 - x_1)^2 + 5 - \frac{90}{A_1 A_2} \quad (9)$$

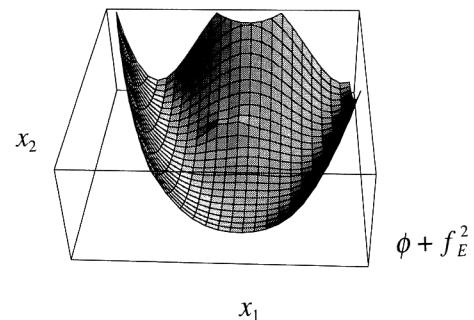


Fig. 3 Merit function with f_E^2 added. This newly shaped function enables the design to move from the local minimum for seeking another, hopefully better solution.

ただし、

$$A_1 = 1 + [(x_1 + 0.5)/0.3]^2$$

および

$$A_2 = 1 + [(x_2 - 3.5)/0.5]^2$$

である。

図のほぼ中央部にローカルミニマムがみられる。設計がそこに陥ったときは、その位置(x_{1L}, x_{2L})で式(8)のエスケープ関数を作りこれをエラー関数の中に含ませると、エスケープ関数の自乗 f_E^2 が評価関数に加わることになる。この付加部分 f_E^2 および総合された評価関数 $\phi + f_E^2$ をそれぞれ Fig. 2 および Fig. 3 に示すが、Fig. 3 では窪地が埋り、設計は新しい目標に向かって探索を開始することがわかる。

エスケープ関数のパラメータ H および W は局所解の窪みを埋める盛り土 (Fig. 2) の高さおよび幅を表すもので、その値は適当にコントロールされなければならない。前述のような2次元のモデルでは、ときに脱出のために微妙なコントロールが必要であった。しかし、3次元のモデルを作つて行った幾つかの実験ではそうした困難に陥らないで済んだ。次元の数が増えるほど解より脱出する抜け道の発見は容易になる。幸いにして実際の光学設計では多次元空間内を探索するため、 H および W のコントロールは相当粗雑であっても一応脱出には成功する。しかし実際の光学設計でコンピュータのパワーに頼ってグローバルな最適化を自動で行うには、やはり有効なコントロールが行われないと能率が悪い。これについては後に述べる。

3. エスケープ関数を使った実際の最適化

3.1 エスケープ関数のOSLO SIXへの実装

筆者らは Sinclair Optics 社の光学設計ソフト OSLO

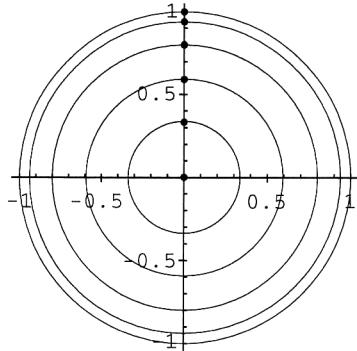


Fig. 4 Sampling points on the pupil of the system for on-axis object point.

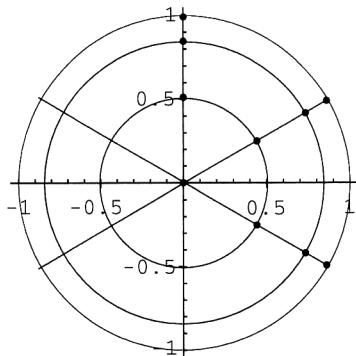


Fig. 5 Sampling points on the pupil of the system for off-axis object point.

SIX を選び、これにエスケープ関数を組み込んで局所解脱出の実験を行った。このソフトは CCL (C-compatible language) という C 言語のサブセットをもち、これによってユーザーが新しい手法の手順をプログラムで記述することができる。

OSLO では、評価関数の要素として用いる収差や物理的条件の設計目標となる数値のことを operand といふが、エスケープ関数はこれら operand の一つとして組み込まれる。設計の手順は次のとおりである。

1) 首先、評価関数に組み込まれたエスケープ関数を無効にしておく。 $H=0$ とすればよい。OSLO で最適化が完了すると局所解が得られる。

2) ここで、エスケープ関数がセットされ最適化手法は別の解を探索することになる。この関数には 2 つのパラメータ H, W があるが、これらの初期値としては比較的小さな値を指定する。

3) Operand 群にエスケープ関数を含めて最適化により解を求める。解が得られたとき、エスケープ関数を無

効にして再び最適化を行う。こうしてエスケープ関数に歪められない本来のメリット関数の地形での解が求められる。

4) 3) によって得られた解が元の解、またはすでに発見された解と同一の場合は、エスケープによる新しい解の発見が成功しなかったと見なし、 H および W の値を 2 倍にして再度ローカルミニマムよりの脱出を試みる。このプロセスを脱出成功まで繰り返す。

これらの手続き 1) → 4) の繰返しはすべて設計者の介入なく、自動的に行われる。

4) のステップについては若干の説明を必要とする。単にエスケープ関数を operand に含ませたり、無効にしたりしながら最適化を行うと、設計が複数の局所解を順番に回ってしまうような現象が起こり得る。これは局所解脱出に成功した後、メリット関数の歪を除くためにそのエスケープ関数を消去するために発生するのであって、最も簡単な例は局所解 A の次に局所解 B に、B の次にまた A にと堂々回りが起こるような場合である。これを防ぐために上述のように既知の独立した局所解はすべて記録しておき、新しいと思われる解を見ついたときには記録された全データと照合する必要がある。そのためにはまず、得られた解がすでに見つけた解とどれだけ異なっているかを示すために変数空間における 2 つの解の距離 D_p を次式で定義する。

$$D_p = \sqrt{\frac{1}{n} \left[\sum_{j=1}^n (x_j - x_{j0})^2 \right]} \quad (10)$$

ここに記号の意味は次のとおりである。

x_j : 解における設計変数の値

x_{j0} : 直前の解またはすでに見つけた解の設計変数

n : 設計変数の数

距離 D_p に適当な閾値 D_t を設定して、 $D_p > D_t$ ならば設計が前の解を脱出したと判断し、これを新しい解として採用する。そうでないときは脱出不成功と見なして、 H および W の値を変更の上、再度次の解を探求する。

3.2 最適化の実例

6 枚構成のレンズ系に対してエスケープ関数法を用い次のような仕様で最適化を行った。焦点距離 100 mm, F 値 2.8, 像高 21.6 mm, レンズ系のバックフォーカス 45 mm 以上 (一般的な 35 mm 一眼レフカメラ用のレンズを想定した)。

評価値として、像の中心と最大および 7 割の像高における光線横収差の RMS 値を用いた。追跡する光線の数を少なくするため、Lobatto の方式によりサンプル光線を選択する。すなわち、像の中心に対しては瞳の中心から

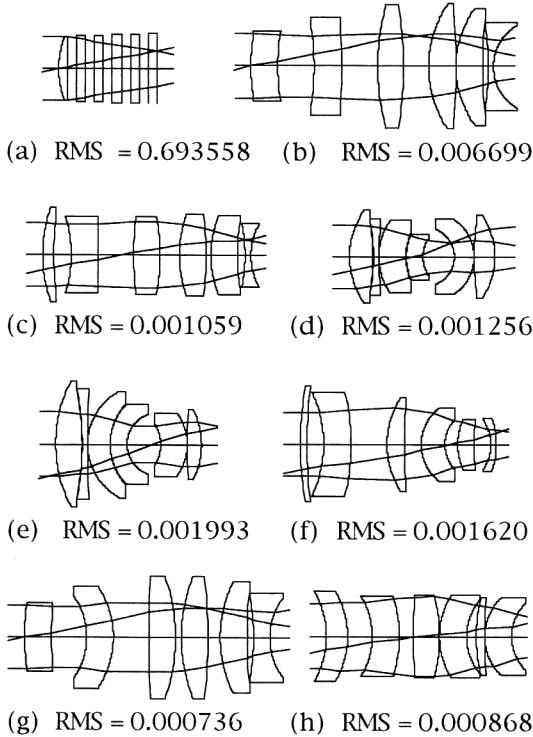


Fig. 6 Section diagram of the starting design (a) and the optimized one (b) with ordinary DLS method. From this local minimum the escape function released the design to get in a new solution (c), then to (d), (e), (f), (g), and (h).

縁まで半径方向に 5 本の光線を、中心以外では、瞳の中心から 3 つの半径方向にそれぞれ 4 本の光線を選んだ。瞳上の入射点の配置は Fig. 4, Fig. 5 に示される (Fig. 4 には 6 本の光線が示されているが、中心の 1 本は光軸そのものであるので、実際に追跡する必要はない)。これは OSLO のデフォルトであるが、こうすれば少ない数の光線で高精度の RMS 値が得られることは Forbes の論文³⁾に示されている。

光線収差の RMS だけでは歪曲収差が補正されないので、補助的に歪曲の 3 次収差係数も operand として加えた。変数は 25 個で、すべての面曲率、面間隔および絞りの位置である。ガラスの種類は固定した。

エスケープ関数を用いたグローバルな最適化手法によって、実験では 20 個の局所解が得られた（局所解の数はあらかじめ指定しておけばプログラムはその数だけの独立した解を求めて停止する）。得られた解の中からいくつかの光学系を選び、その断面図を Fig. 6 に示す。(a) はこの実験の初期設計データである。1 枚の平凸レ

ンズと 5 枚の平行平面硝子板の組合せよりなっている。エスケープ関数を使わないので求めた解が (b) である。ここでエスケープ関数をセットしてこの局所解を脱出し得られたものが (c) で、同様にして (d), (e), (f), (g), および (h) が次々に得られた。これらのうち、(d), (e), (f) はガウスタイプにいくぶん似たところがある。(b) は (g) と類似の外観をもっているが、(b), (g) それぞれに続く (c), および (h) は全く違ったタイプである。エスケープ関数は地形のわずかな変化により設計を違う方向に導くことがあり得る。今回の実験で得られた 20 個の解の中では (g) がもっとも RMS 値が良かった。

4. 考察 その他

4.1 パラメータの問題

エスケープ関数には高さ H と幅 W の 2 つのパラメータがある（両方とも値は正）。これら 2 つの値が不適切であると、局所解よりの脱出は成功しない。 $H=0$ の場合もちろん設計は局所解より動かないが、 $H=0$ であっても頑として動かないことがある。たとえばエスケープ関数を含む系の評価関数を $\phi + \phi_E$ （ただし、 $\phi_E = f_E^2$ ）とすると、局所解位置における ϕ_E の曲率 C_E は ϕ の曲率 C (C_E と付号が異なる) よりも強くなければならない。この場合、 C_E の値はパラメータ座標軸をどの方向に取っても同じであり、曲率の公式

$$C_E = \frac{\partial^2 \phi_E / \partial x^2}{[1 + (\partial \phi_E / \partial x)^2]^{3/2}}$$

より

$$C_E = -2H/W^2 \quad (\text{負})$$

となる。

C の値は方向によって異なるが、少なくともその最小のものより大きないと設計はローカルミニマムより動かない。この条件を式で示すと

$$|C_E| > C_{\min}$$

または

$$2H/W > C_{\min} \quad (11)$$

となる。

実験の結果によれば、多次元空間内の最適化で H, W の値のコントロールはかなり粗雑であっても脱出そのものは可能である。しかしながら、この手法を全自动で使う場合は、これら 2 つの値の初期設定やデフォルトコントロールの仕方が適當であれば、グローバルな最適化の能率は著しく向上する。つまり

- (1) 脱出可能でなるべく低い初期値を設定すれば、エスケープした後得られた解の質が良くなる確率が

高い。

- (2) 初期値の設定が適当であれば、解を求めるための繰返し計算が省略され探索時間が節約される。

などが期待される。適切なパラメータ値を決めるためには若干の理論的研究とローカルミニマムの地形に対する考察が必要である。多次元空間の評価関数地形をどのように整理するかが今後の問題であるが、これはできると思う。

4.2 閾値の問題

問題とする2つの解を異なる解と見なすか、実質的に同一であると見なすかはパラメータ空間距離 D_p の限界を決める閾値 D_t の大きさによる。 D_p は簡単な式(10)で定義されるが、この定義をこれ以上複雑にする必要はまずないと考えられる。 D_t の値を小さくすれば、領域内で選ばれる局所解の数が多くなり、中には類似性の強いものも含まれる。逆にこの値を大きくすると類似解はその一つで代表され、特色のある解のみが記録される。

実際には、設計をラフ・スクリーニングと最終最適化の2段階に分けるのが効率的であろう。つまり、初期の段階では閾値を大きくとって大雑把な地形の探索を行い、得られた局所解領域の中から有望なものを選ぶ。それから閾値を小さくしてさらに最適化を行い、最も優れた解を拾いあげるのが一つの方法である。

4.3 光学材料の問題

今回の実験では硝子をすべて固定した。現在のところ、最適化設計において取り扱われる硝子のパラメータは、普通d線の屈折率 n_d 、アッベ数 ν_d に限られる。これらは定められた領域内で離散的な値しかもらえない。また、最適化プログラムでは任意の波長 λ に対する屈折率を求めるとき、通常下記の Herzberger 分散式を用いているものと考えられる。

$$n_\lambda = 1 + (n_d - 1)(1 + B(\lambda) + A(\lambda)/\nu_d) \quad (12)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= -1.294878 + 0.088927\lambda^2 + \\ &\quad 0.37349/(\lambda^2 - 0.035) + 0.005799/(\lambda^2 - 0.035)^2 \\ B(\lambda) &= 0.00125 - 0.007068\lambda^2 + \\ &\quad 0.001071/(\lambda^2 - 0.035) - 0.000218/(\lambda^2 - 0.035)^2 \end{aligned}$$

である。

したがって、最適化の過程では式(12)に規定される典型的な常分散硝子しか使用できない。異常分散硝子はもちろんのこと、代表的正常分散硝子であるF2さえ、この式を用いたとき若干の屈折率誤差が生じる(Fig. 7 参照)。

また、硝子材料の屈折率や分散は離散的な値しか取り

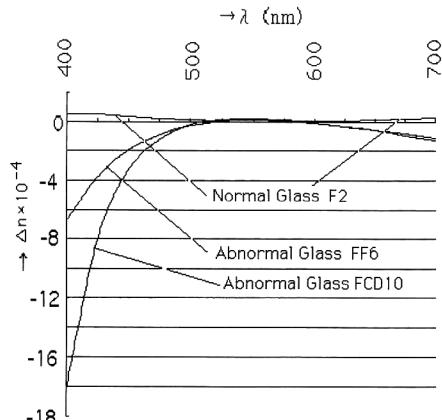


Fig. 7 Error caused with Herzberger's dispersion formula with respect to wavelength. Even the typical ordinary glass (F2) shows some discrepancies. Glass names and data are obtained from HOYA catalogue.

えない。こうした特殊事情を考慮すると、残存色収差の補正をも含めた硝種選択の手法にはまだ改善の余地が多いに残されている。

5. まとめ

DLS法において、operandにエスケープ関数を加えることにより局所解からの脱出を可能にし、グローバル（あるいは準グローバル）な最適化を実現することができた。この手法はDLS法を拡張することで実現されるので、従来の光学設計プログラムに組み込むのも比較的容易である。また、DLS法で長年積み上げられてきた実用的な諸手法³⁾のほとんどすべてがフルに生かされる。また、DLS法以外の最適化手法にあっても、それが単一評価尺度（メリット関数）を用いている限り、この脱出手法は適用できると考えられる。

グローバルな最適化による自動設計はもともと莫大な計算時間を喰うものとされてきた。本方法によれば次の解を探す時間はDSL法が局所解を求める時間とあまり変わらない。ごく簡単な収差が一つ増えただけの話である。

このエスケープ関数のパラメータ H, W の決定および制御についての改善が図られれば、本手法の実用的価値は飛躍的に高くなると考えられる。この問題を解決するには評価関数の地形に対する探究と整理が必要である。この地形は多次元空間内にあり、しかも複雑な様相を呈しているが、視点をローカルミニマム脱出の可能性のみに限定すれば何らかの有効な知見が得られるものと期待

している。

文 献

- 1) M. Isshiki, H. Ono and S. Nakadate: "Lens design: an attempt to use 'escape function' as a tool in global optimization," Opt. Rev., **2** (1995) 47-51.
- 2) G. H. Spencer: "A flexible automatic lens correction procedure," Appl. Opt., **2** (1963) 1257-1264.
- 3) G. W. Forbes: "Optical system assessment for design: numerical ray tracing in the Gaussian pupil," J. Opt. Soc. Am. A, **5** (1988) 1943-1956.
- 4) 一色真幸, 小野広起, 中橋末三: "レンズ設計の最適化手法(ローカルミニマムの処理)", 光学, **23** (1994) 98-99.