

# 解 説

## 偏心光学系の理論と応用

松 居 吉 哉

〒227 横浜市青葉区つつじが丘 13-15

(1995年7月31日受理)

### Theory of Decentred Optical System and Its Application

Yoshiya MATSUI

13-15, Tsutsujigaoka, Aoba-ku, Yokohama 227

#### 1. はじめに

通常の光学系を構成する個々の屈折面や反射面は、設計上では基準となる光軸の回りに回転対称に配置されているが、実際に製作された光学系でその条件を完全に満たしているものではなく、多かれ少なかれ回転対称軸からのずれを伴っている。この製作誤差が光学系の偏心にほかならない。そして、基準となるべき回転対称軸に対して側方にずれた屈折面や反射面をもつような光学系を一般に偏心光学系という。一方、最近は光学系の用途の拡大に伴って、装置の構造上の要求などから、内部にもともと回転対称軸をもたない特殊な構成の光学系も実用化が考えられるようになってきている。軸外し光学系や off-axial 光学系などと呼ばれているものがそれである。軸外し光学系とは、光学系の外部の空間に回転対称軸の存在するような構造のもの、また off-axial 光学系とは、結像の基準となる軸が通常折れ曲った形になっており、その軸に対して、曲率をもった屈折面や反射面が法線の傾いた状態で配置されているものをいう。これらの光学系はまだその歴史が比較的浅く、理論的にも未開拓な面が多いので、本稿の対象からは除外したい。

ところで、本稿の対象とする光学系の偏心に関連した問題にも

i) 偏心の定義

ii) 偏心量の測定

iii) 偏心によって発生する収差とその対策

が挙げられ、それぞれについてこれまでに多くの研究が行われている。しかし、光学系の設計や製品化と密接に関係してくるのはこのiii)の問題であるから、以下では

このiii)に話を絞ることにしたい。

#### 2. 偏心光学系の理論の概要

光学系の偏心によってどのような収差が発生するのかをはじめて明らかにしたのは Conrady<sup>1)</sup>であるが、これはあくまで定性的な理論で、実際の光学系に適用して計算できるようなものではなかった。偏心によって発生する収差を実際に計算する方法としては、これまでに光線追跡による方法<sup>2)</sup>や、微分補正法による方法<sup>3)</sup>なども試みられたが、光学設計の立場からみて最も有効なのは3次収差論の偏心光学系への適用である。この部類に属する先端的な研究として、わが国でも1947年から翌年にかけて発表された木内・石黒・三宅および荒・久保田の研究<sup>4,5)</sup>がある。これらの研究では、いずれも光学系を構成する各面は球面で、それら各面の曲率中心が本来の光軸上の位置から光軸に垂直な任意の方向にそれぞれ変位していると考え、それによって発生する収差を3次の冪級数の形で厳密に求めている。つぎにその概要を原図により説明しよう。

図1は光学系の中の任意の $\nu$ 面の前後の関係を $y$ 成分について示したもので、 $\omega_\nu$ ,  $\pi_\nu$ はそれぞれ物体平面、入射瞳平面を表し、これら平面上の座標は収差論の慣例に従って換算座標<sup>\*1</sup>により表されているものとする。いま光学系の物体平面上の1点から出た任意の光線が、これらの平面を通過する点の座標を $\nu$ 面の光軸を基準にした $\bar{y}_\nu$ ,  $\bar{z}_\nu$ ;  $\bar{r}_\nu$ ,  $\bar{t}_\nu$ によって表したとすると、 $\nu$ 面によって発生する光線の収差を表すのに従来<sup>3)</sup>の

\*1 換算座標については筆者の論文：光学, 23 (1994) 634-640を参照されたい。

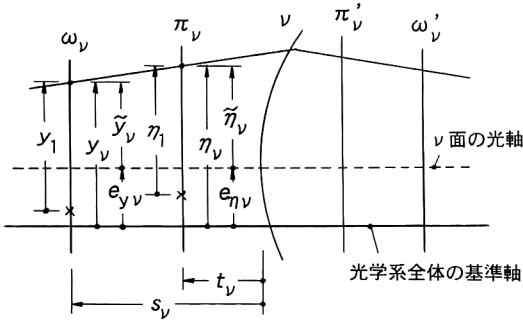


図1  $\nu$ 面の偏心と座標の関係

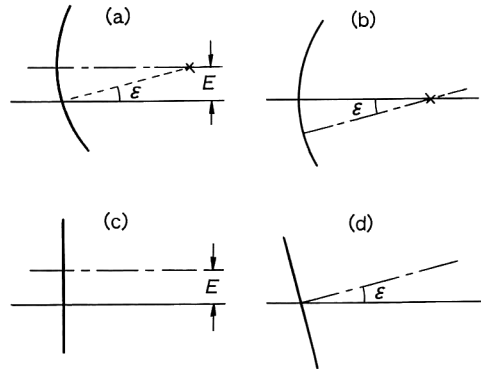


図2 偏心の2つの形 (横への変位  $E$  と傾き  $\epsilon$ )  
(a), (b): 面が球面の場合. (c), (d): 面が平面の場合.

表1 偏心による収差項の形とその内容

収差項の形	収差項を表す収差もしくは現象の内容
$\propto E$	像の横方向へのずれ
$\propto ER^2$	全画面一様に現れるコマ収差
$\propto ER\omega$	非対称な非点収差と像面の傾き
$\propto E\omega^2$	非対称な歪曲
$\propto E^2R$	全画面一様に現れる非点収差と像面の移動
$\propto E^2\omega$	非対称な歪曲
$\propto E^3$	像の横方向へのずれ

収差論の式がそのまま適用できる。つぎにその式の座標を光学系の基準軸に関する座標  $y_\nu, z_\nu; \eta_\nu, \tau_\nu$  に変換すると、 $\nu$ 面の偏心によって発生する収差を含む3次の収差式が求められる。こうして光学系の各面ごとに求めた3次の収差式を光学系全体について加え合わせる訳であるが、そのためには各面の座標  $y_\nu, z_\nu; \eta_\nu, \tau_\nu$  を光学系の物体空間からみた座標  $y_1, z_1; \eta_1, \tau_1$  に統一しなければならない。光学系の基準軸に関する  $\nu$ 面の座標  $y_\nu, z_\nu; \eta_\nu, \tau_\nu$  も光学系の物体空間からみた場合には、1面から  $\nu-1$ 面までの偏心の影響を受けるからである。各面の3次の収差式にこの変換を適用した上で光学系全体について加え合わせるにより、はじめて最終的な偏心光学系の3次の収差式が得られるのである。

こうして求められた偏心光学系の3次の収差式は、偏心の存在しないときの光学系本来の3次の収差式に偏心によって発生した1次と3次の項が加わった形に整理される。しかし、この偏心による付加項は数が多い上にその内容もきわめてわかりにくい形になっている。その原因は光学系の各面それぞれが任意の方向に偏心するとしたためである。そこで、ここでその詳細を述べることはやめて、その概略の内容がわかるような表にまとめることにした。表1がそれで、偏心による付加項を偏心量  $E$ 、画面角  $\omega$ 、入射瞳半径  $R$  の次数によって分類し、それぞれがどういう現象もしくは収差を表すかわかるよう

にした。この表をみれば偏心が結像性能に与える影響の概要を知ることができよう。

上に説明した偏心光学系の初期の研究は、それ以後偏心に関連した問題を考える上での基礎理論として重要な役割を果たしているが、実際にそれを応用する立場に立って考えるといくつかの問題を含んでいる。まず偏心には上記の研究で考えられているような光軸に対する横方向への変位という形のほかに光軸に対する傾きという形も考えられる。この問題を具体例で示したのが図2である。上記の研究で考えられているように面が曲率半径  $r$ の球面であるとする、図の(a)に示すように、 $E$ だけ横にずれるのと面の頂点を中心に  $\epsilon$ だけ傾くのは  $E \doteq r\epsilon$  という関係が成立するからほぼ同等とみなせる。しかし、面が  $r=\infty$ の平面の場合には、(c)に示した横への変位  $E$ が無意味になるのに対して(d)に示した傾き  $\epsilon$ は明らかに光学系に影響を与える。一方、面が球面の場合でも(b)に示したように曲率中心を中心にした傾きは何ら光学系に影響を与えない。また(a)のような場合でも、面が非球面である場合には横への変位と傾きとは明らかに光学系に与える影響が異なる。以上の例から明らかのように、偏心として光軸に対する横への変位だけを考えるのでは不十分で、光軸に対する傾きも併行して考える必要がある。そして後者の場合、光軸上のどの位置を中心傾かによって光学系に与える影響が異なる点も考慮する必要のあることがわかる。

さらにまた、理論導出の立場と結果を応用する立場の違いから出てくる問題もある。理論を導出する立場に立てば、光学系の偏心を個々の面ごとに考えた方が一般性があるし、それによって式が複雑になることもそれほど問題にならない。しかし、光学系の開発に理論を活用し

ようという立場に立てば、個々の面の偏心よりも複数の面で構成されたエレメント全体の偏心が問題になることの方がはるかに多い。また式もできるだけ簡潔であることが望ましく、そのためにはある程度の割り切りも必要ということになる。

### 3. 実用的な偏心光学系の理論

上に述べたように、偏心光学系の収差論を実際に活用できるようにするには、どうしても条件を限定して式をわかりやすい形に整理し直すことが不可欠である。以下は、そうした目的で筆者がまとめたもの<sup>6)</sup>の概要であるが、まとめる際に前提条件としたのは以下の通りである。

i) 偏心するのは光学系の中の1個のエレメントだけとする。ただし、そのエレメントは複数の面から成るものであっても1個の面であっても、さらにはGRINレンズ素子であってもよいものとする。

ii) エレメントの偏心は、光学系の基準軸に対して横に変位する形の偏心と傾く形の偏心の双方について考えることにするが、偏心によって発生する項は一応偏心量の1次に比例する項に限定する。

iii) 光学系の基準軸をX軸、これに垂直にY、Z軸をとることにし、エレメントの偏心はXY平面内で起るものとする。これに伴い、偏心による収差はY軸上の物点の結像に最も顕著に現れることから、物点もY軸上にとることにする。

iv) 光学系全体については、あらかじめ3次収差係数の計算に必要な物体近軸光線、瞳近軸光線の追跡が行われ、3次収差係数の値も求められているものとする。この場合の物体近軸光線とは、軸上物点から出て入射瞳の周縁に向って入射する光線に対応する近軸光線、また瞳近軸光線とは、軸外物点から出て入射瞳の中心に向って入射する光線(主光線)に対応する近軸光線をいう。偏心によって発生する収差を具体的な形で表すためには、偏心するエレメントの前後の空間でこれら2つの近軸光線が光軸となす角度 $\alpha$ ,  $\alpha'$ ;  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\alpha}'$ (上にbarを付した量は瞳近軸光線に関するものであることを示す)が3次収差係数と共に必要になるのである。

すでに述べたように、偏心光学系の収差は、偏心の存在しないときの光学系本来の収差項に偏心によって発生した収差項が加わった形になるので、以下では偏心によって発生する付加項に話を絞って説明したい。

まず光学系の基準軸に対して横に変位する形の偏心Eによって発生する像面上の収差成分 $\Delta Y(E)$ ,  $\Delta Z(E)$

は、物点の位置を表す画角を $\omega$ 、入射瞳上の光線の入射位置を表す極座標を $(R, \phi)$ とすると、つぎのような形で表される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y(E) &= -(E/2\alpha') \{ (\Delta E) + \tan^2 \omega \{ 3(VE1) - (VE2) \} \\ &\quad + 2R \cos \phi \tan \omega \{ 3(III E) + (PE) \} \\ &\quad + R^2 (2 + \cos 2\phi) (IIE) \} \\ \Delta Z(E) &= -(E/2\alpha') \{ 2R \sin \phi \tan \omega \{ (III E) + (PE) \} \\ &\quad + R^2 \sin 2\phi \cdot (IIE) \} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

これらの式の右辺にある $\alpha'$ は物体近軸光線の光学系の像空間における値、また $(\Delta E)$ ,  $(VE1)$ ,  $(VE2)$ ,  $(III E)$ ,  $(PE)$ ,  $(IIE)$ は偏心収差係数と呼ばれる光学系の構造によってきまる定数で、それぞれつぎのような性格の偏心による収差を表す。

$(\Delta E)$  : 像全体の横ずれ

$(VE1)$ ,  $(VE2)$  : 回転非対称な歪曲

$(III E)$ ,  $(PE)$  : 非対称な非点収差と像面の傾き

$(IIE)$  : 像面全体に一樣に現れるコマ収差

これら偏心収差係数の値に関係するのは光学系の中の偏心するエレメントとその後方に位置する部分で、偏心するエレメントより前方の部分は全く関係しない。そこで図3に示すように、光学系の中の偏心する部分をエレメントA、その後方の部分をエレメントBと呼ぶことにする。そうすると、偏心収差係数の値はエレメントAの前後の近軸追跡値とエレメントA, Bそれぞれの3次収差係数の値を用いてつぎにより求められる。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta E) &= -2(\alpha'_A - \alpha_A) \\ (VE1) &= \{ \alpha'_A V_B - \alpha_A (V_A + V_B) \} - \{ \bar{\alpha}'_A III_B - \bar{\alpha}_A (III_A + III_B) \} \\ (VE2) &= \bar{\alpha}'_A P_B - \bar{\alpha}_A (P_A + P_B) \\ (III E) &= \{ \alpha'_A III_B - \alpha_A (III_A + III_B) \} - \{ \bar{\alpha}'_A II_B - \bar{\alpha}_A (II_A + II_B) \} \\ (PE) &= \alpha'_A P_B - \alpha_A (P_A + P_B) \\ (IIE) &= \{ \alpha'_A II_B - \alpha_A (II_A + II_B) \} - \{ \bar{\alpha}'_A I_B - \bar{\alpha}_A (I_A + I_B) \} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

一方、基準軸に対して傾く形の偏心 $\epsilon$ によって発生する収差の場合、像面上の収差成分 $\Delta Y(\epsilon)$ ,  $\Delta Z(\epsilon)$ については式(1)の両辺の文字Eをすべて $\epsilon$ に置換すれば、そのまま偏心 $\epsilon$ について成立する式となる。しか

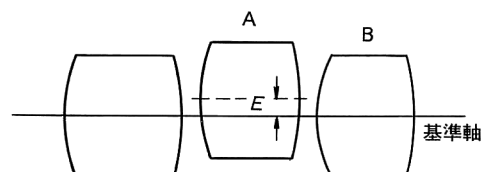


図3 偏心収差係数に関するエレメントAとB

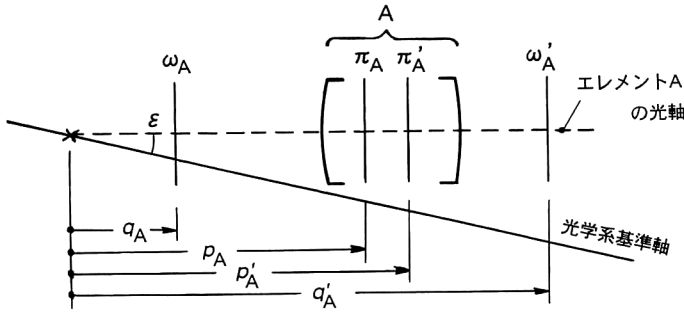


図4 エレメントAの傾きに関する  $p_A, p'_A; q_A, q'_A$   
 $\pi_A, \pi'_A$ : エレメントAの入射瞳面と射出瞳面,  $\omega_A, \omega'_A$ : エレメントAの物体面と像面.

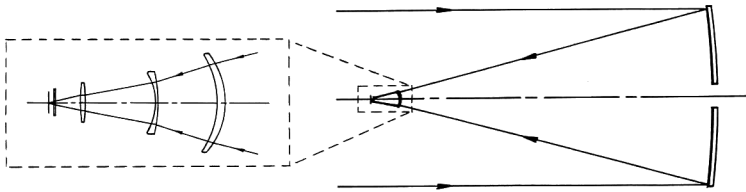


図5 “すばる”の主鏡と主焦点補正光学系の組合せ

し、偏心収差係数の計算式は式(2)とは若干異なり、エレメントAの傾きの中心位置に関する4個の量  $p_A, p'_A; q_A, q'_A$  を含んだつぎのような形になる。

$$\begin{aligned}
 (\Delta\epsilon) &= -2(\alpha'_A q'_A - \alpha_A q_A) \\
 (V\epsilon 1) &= \{\alpha'_A q'_A V_B - \alpha_A q_A (V_A + V_B)\} - \{\bar{\alpha}'_A p'_A III_A - \bar{\alpha}_A p_A (III_A + III_B)\} + (\bar{\alpha}'_A - \bar{\alpha}_A) \\
 (V\epsilon 2) &= \{\bar{\alpha}'_A p'_A P_B - \bar{\alpha}_A p_A (P_A + P_B)\} + (\bar{\alpha}'_A - \bar{\alpha}_A) \\
 (III\epsilon) &= \{\alpha'_A q'_A III_B - \alpha_A q_A (III_A + III_B)\} - \{\bar{\alpha}'_A p'_A II_B - \bar{\alpha}_A p_A (II_A + II_B)\} \\
 (P\epsilon) &= \{\alpha'_A q'_A P_B - \alpha_A q_A (P_A + P_B)\} + (\alpha'_A - \alpha_A) \\
 (II\epsilon) &= \{\alpha'_A q'_A II_B - \alpha_A q_A (II_A + II_B)\} - \{\bar{\alpha}'_A p'_A I_B - \bar{\alpha}_A p_A (I_A + I_B)\}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

図4は4個の量  $p_A, p'_A; q_A, q'_A$  がどういう量であるかを説明した図で、これらの値はエレメントAのデータとその前後の近軸追跡値から決定できる。

#### 4. 偏心光学系の理論の応用

##### 4.1 偏心許容量の検討

偏心光学系の理論が研究されるようになった当初の目的が製品としての光学系の性能保持にあったことは明らかで、その応用の第一に光学系の偏心許容量の検討が挙げられるのは当然であろう。最近の光学系は用途の拡大に伴ってその構造も複雑になってきており、目標性能達成のために必要な偏心許容量の検討も設計段階から行うのが当たり前になっている。その場合、上記の理論を用い

ると、個々のエレメントの前後の近軸関係やエレメント自体の3次収差係数と偏心によって発生する収差の関係を明確に結びつけることができる利点がある。

現在国立天文台が中心になってハワイのマウナケア山頂に有効径が8.2mの主鏡を中心にした大型望遠鏡“すばる”の建設が進められているが、筆者はその計画の初期の検討会に参加し、上に述べた理論を応用して偏心許容量の検討を行ったことがあるのでその一例を紹介する<sup>7)</sup>。図5は“すばる”の大型の主鏡と主焦点補正光学系と呼ばれる屈折系とを組み合わせた光学配置を示したもので、問題はこの主鏡に対する屈折系の偏心許容量である。この組合せの光学系の全視野は30'で、この視野内の星像の偏心による広がり許容値を視角で0.1'と定め、偏心の許容値を計算した。その結果、光軸に対する横への変位Eの許容値は偏心によって発生するコマ収差の条件できまり約±0.2mm、または傾きεについては傾きの中心の位置を偏心によるコマ収差の発生しない位置に選んだため、その許容値は偏心による像面の傾きの条件できまり約±40"となった。これらの結果については、図5の光学配置に偏心の存在しない場合と許容値に相当する偏心の存在する場合とについてスポットダイヤグラムを計算し、妥当性を確認している。その結果を示したのが図6である。この図から明らかに、偏心のような製作誤差の影響を検討する場合には、3次の近似理論でも定量的にかなり信頼できる結果が得られることがわかる。

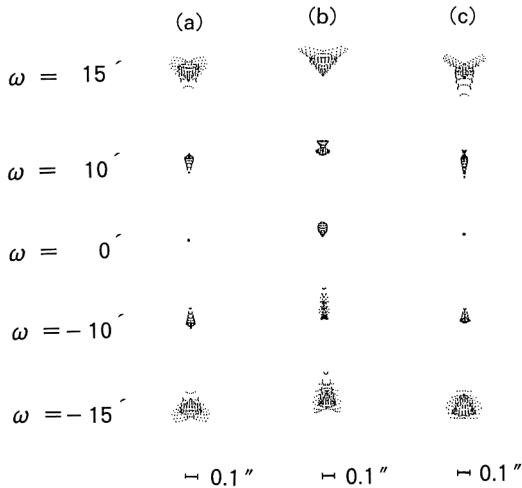


図6 偏心許容量のスポットダイアグラムによる確認  
(a)偏心のない場合, (b)偏心  $E=0.2\text{ mm}$  を与えた場合,  
(c)偏心  $\epsilon=40''$  を与えた場合.

#### 4.2 偏心の積極的な活用

光学系の偏心は本来好ましくないものであるが、上に述べた理論をとおして偏心の結像に与える影響とそのメカニズムが明らかになれば、それを光学系の機能の拡大に活用することも考えられる。一つの例として、今から30年ほど前のOTF (optical transfer function) の研究がはなやかだった頃、3次の収差がOTFに与える影響を調べるために筆者らが設計製作した収差合成器(図7)がある<sup>9)</sup>。この光学系は光軸上に球面収差、コマ収差、非点収差をある範囲で自由に变化させることができるようにしたものであるが、その中のコマ収差の発生に偏心の理論が利用されている。図の元素Eがそれである。

その後偏心を積極的に活用した具体的な例をみかけなかったが、つい最近になって、カメラの手ぶれ防止に偏心による像の横ずれの効果を活用する試みが行われるようになり<sup>9,10)</sup>、すでに製品化されたものもある。先に述べたように、光学系の中の1個の元素の偏心の影響は、偏心する元素の前後の近軸関係と、偏心する元素およびその後方に位置する元素それぞれの3次収差係数によって左右される。したがって、手ぶれによる像の横ずれを1個の元素の偏心で打ち消し、それに伴う収差変動の影響は隣接する元素ととの間の3次収差係数の関係を適切に選ぶことによってある程度打ち消すことができる理屈になる。しかし、実際には手ぶれによる像面上の像の横ずれは必ずしも小さくないから、手ぶれ防止に必要な元素の偏心量

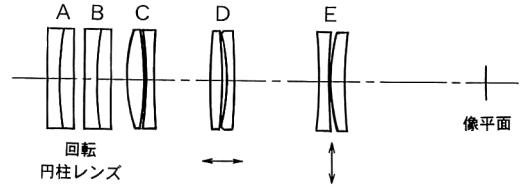


図7 収差合成器 (aberration synthesizer)

も若干大きくなり、それに伴って偏心の2次の項を考慮すること<sup>9)</sup>や、偏心する元素と他の元素との間の中心射影の条件のずれの影響を考慮すること<sup>10)</sup>なども必要になってくる。カメラなどの光学系のぶれの防止に偏心を利用する方法が今後どのように発展するか、その動向が注目される。

#### 5. おわりに

光学系の偏心は結像性能を損うものとして早くから注目されていたが、偏心と収差の関係がきわめて複雑であるために、その対策を考える拠り所となる偏心光学系の理論の確立からその実用化と応用に至るまで、長年にわたる関係者の努力の積み重ねが必要であった。本稿はそれらを一通りまとめてみたものである。偏心光学系の理論の応用に関しては、これまでそのほとんどが偏心許容量の検討に関連した事柄に終始していた。しかし、最近偏心の理論を応用した手ぶれ防止カメラが開発されたこともあり、今後偏心の応用にも新しい局面が開かれるのではなかろうか。

#### 文 献

- 1) A. E. Conrady: "Decentred lens-systems," Mon. Not. R. Astron. Soc., **79** (1918/19) 384-390.
- 2) A. Thomescheit: "Trigonometrische Durchrechnung von Strahlen bei dezentrierten optischen Systemen aus Sphärischen Flächen," Z. Instrmkde, **61** (1941) 201-208.
- 3) 村田和美, 松井弘之: "偏心光学系の収差に就て", 大工試季報, **4** (1953) 67-72.
- 4) 木内政蔵, 石黒浩三, 三宅和夫: "軸調整不良の共軸光学系の収差", 東大理工研報告, **1** (1947) 30-34.
- 5) 荒 哲哉, 久保田廣: "偏心光学系の収差", 応用物理, **17** (1948) 226-230.
- 6) 松居吉哉: 偏心の存在する光学系の3次の収差論 (日本オプトメカトロニクス協会, 1989).
- 7) Y. Matsui: "Application of aberration theory to the estimation of centering tolerances of Japanese national large telescope," Proc. SPIE, **1319** (1990) 604-612.
- 8) Y. Matsui and M. Takashima: "The aberration synthesizer," Jpn. J. Appl. Phys., **4**, Suppl. 1 (1965) 234-237.
- 9) 木村研一, 秋山健志, 浜野博之: "防振光学系への収差論の応用", 第19回光学シンポジウム予稿集 (1994) pp. 47-50.
- 10) 芝山敦史, 井村好男: "コンパクトカメラ用防振光学系", 第20回光学シンポジウム予稿集 (1995) pp. 33-36.