

収束の保証されたブラインドデコンボリューション法

高城 洋明*・高橋 徹**・黒木 洋光*

*九州工業大学工学部電子工学教室 〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1

**大分工業高等専門学校電気工学科 〒870-01 大分市牧 1666

A Blind Deconvolution Method with Assurance of Its Convergence

Hiroaki TAKAJO,* Tohru TAKAHASHI** and Hiromitsu KUROKI*

* Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology, 1-1, Sensui, Tobata-ku, Kitakyushu 804

** Department of Electrical Engineering, Oita National College of Technology, 1666, Maki, Oita 870-01

We propose a method for retrieving the original image from a measured image blurred by a point spread function. This method consists of two types of the iterative Fourier transform algorithms, and assures the convergence to the original image.

1. はじめに

点像応答関数によって乱された1枚の観測像から原像を分離するブラインドデコンボリューションの技術が古くから研究されてきた。これを実現しようとする従来の代表的な方法には、観測像のZ変換におけるゼロ点分布すなわち zero sheet を分離することによって原像を得ようとする解析的方法¹⁾と、像の非負性などの拘束条件をフーリエ変換を利用したアルゴリズムの中で繰り返し課すことによって原像を分離しようとする繰返し型のブラインドデコンボリューション法²⁾とがある。前者はノイズの影響を受けやすいという欠点を有する。後者は原像に対する先験的知識をアルゴリズムに簡単に取り込めるといふ長所を有するものの、得られる解の一意性および収束の可能性がまだまだ明らかにされていない。したがって、アルゴリズムの信頼性が完全ではない。本論文では少なくとも観測像にノイズが存在せず求めるべき原像のサポートがわかっているときには収束の保証されたアルゴリズムが実現できることを示す。すなわち像のフーリエ振幅またはフーリエ位相の情報が得られているときに他方を回復するための手法としてすでにその収束性が確立されている方法を組み合わせることによって、原像への収束の保証されたブラインドデコンボリューションを実現する手法を構築する。

2. 原理

観測像 $c(\mathbf{x})$ は、原像 $f(\mathbf{x})$ と点像応答関数 $g(\mathbf{x})$ とのたたみこみ：

$$c(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * g(\mathbf{x}) \quad (1)$$

として表されるものとする。 \mathbf{x} はサンプル点の座標である。このとき、 $c(\mathbf{x})$ から $f(\mathbf{x})$ を分離することが本論文の目的である。ただし $f(\mathbf{x})$ 、 $g(\mathbf{x})$ 自身が別の2つ以上の信号のたたみこみとして表されることはないものとする。また、 $f(\mathbf{x})$ 、 $g(\mathbf{x})$ は非負の実数値を取るものとする。したがって $c(\mathbf{x})$ も非負の実数値である。さらに、本論文では $f(\mathbf{x})$ のサポートは既知であるものとする。これを $s_f(\mathbf{x})$ と表す。ただし、このサポートは $f(\mathbf{x})$ に外接する長方形サポートでよい。なお、このサポートの知識は必ずしも既知である必要はなくアルゴリズムの中で推定可能であると筆者らは考えている。このことについては本論文の最後に議論する。

$c(\mathbf{x})$ から $f(\mathbf{x})$ を分離する方法は、以下に示す前処理と3つのステップの処理によって構成される。この処理の流れを Fig. 1 に示す。

(前処理)

$c(\mathbf{x})$ のフーリエ変換 $C(\mathbf{u})$ を得る。 $C(\mathbf{u})$ は

$$C(\mathbf{u}) = F(\mathbf{u})G(\mathbf{u}) \quad (2)$$

となり、 $f(\mathbf{x})$ と $g(\mathbf{x})$ の各々のフーリエ変換の積とな

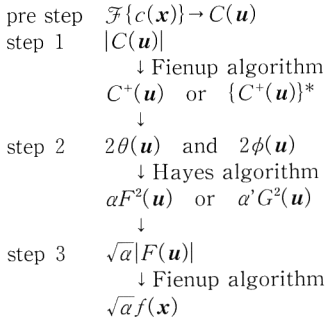


Fig. 1. Procedure of the proposal method.

る。 \mathbf{u} は空間周波数である。このとき、 $C(\mathbf{u})$ はオーバーサンプリングされているものとする。すなわち各々の軸方向に $s_f(\mathbf{x})$ の 4 倍の広さ、したがって最大で $c(\mathbf{x})$ の各々の軸方向の最大幅の 4 倍の広さをサンプル空間とする。ただし、地上からの天体観測などの場合のように、 $s_f(\mathbf{x})$ よりも $g(\mathbf{x})$ のサポート $s_g(\mathbf{x})$ ($g(\mathbf{x})$ に外接する長方形サポート)の方が広いことがわかっている場合には、 $c(\mathbf{x})$ のサンプル空間は $c(\mathbf{x})$ の広がり の 2 倍の広さで十分である。

(ステップ 1)

$c(\mathbf{x})$ のフーリエ振幅 $|C(\mathbf{u})|$ から、Fienup によって提案されたフーリエ反復法³⁾を用いて解を求める。このフーリエ反復法は、像のフーリエ振幅が得られているときにフーリエ位相を回復する方法であり、フーリエ変換を用いて像領域とフーリエ領域の拘束条件を繰り返し適用して解を得る手法である。このとき用いるサポートは $c(\mathbf{x})$ に外接する長方形サポート $s_c(\mathbf{x})$ である。通常のフーリエ反復法の用い方ではフーリエ振幅にノイズが存在していない場合にも時として回復すべき解以外の像に停滞するという問題を生じるが、すでに以前の報告で示したようにフーリエ反復法のひとつである hybrid input-output algorithm (HIO) をそのフィードバック定数を 1 に比べて十分小さい値にして単独で実行することによって停滞問題を生じることなく解を得ることができる⁴⁾。本論文では $f(\mathbf{x})$ および $g(\mathbf{x})$ は他の信号のたたみこみとして表すことができないとしているので、 $F(\mathbf{u})$ および $G(\mathbf{u})$ は既約関数である。したがって、 $|C(\mathbf{u})|$ に対してフーリエ反復法を用いた場合、 $F(\mathbf{u})G(\mathbf{u})$, $F(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})$, $F^*(\mathbf{u})G(\mathbf{u})$, および $F^*(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})$ の 4 通りの解が存在する。このことを積極的に利用する。ただし添字の*は複素共役を表す。すなわち、乱数値分布の像を初期像としてフーリエ反復法を実行することによって、これらを得ることができる。 $F(\mathbf{u})G(\mathbf{u})$ は

$C(\mathbf{u})$ そのものであり、 $F^*(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})$ は $C^*(\mathbf{u})$ であって $c(\mathbf{x})$ の反転像のフーリエ変換である。したがって、 $F(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})$ または $F^*(\mathbf{u})G(\mathbf{u})$ が新たに得られることになる。ここで $C^+(\mathbf{u})$ を

$$C^+(\mathbf{u}) = F(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u}) \quad (3)$$

とおくと、得られた $C^+(\mathbf{u})$ と $C(\mathbf{u})$ との積

$$C(\mathbf{u})C^+(\mathbf{u}) = F^2(\mathbf{u})|G(\mathbf{u})|^2 \quad (4)$$

の位相から、 $F(\mathbf{u})$ の位相 $\theta(\mathbf{u})$ の 2 倍の位相 $2\theta(\mathbf{u})$ を得ることができる。ただし、 $f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x})$ が未知の段階で $|C(\mathbf{u})|$ から得られる解が $C^+(\mathbf{u})$ であるか $\{C^+(\mathbf{u})\}^*$ であるかを判断することは不可能である。もしも後者が回復されていた場合、式(4)に代って、

$$C(\mathbf{u})\{C^+(\mathbf{u})\}^* = |F(\mathbf{u})|^2 G^2(\mathbf{u}) \quad (5)$$

が得られる。したがってこのとき式(5)から得られる位相は $G(\mathbf{u})$ の位相 $\phi(\mathbf{u})$ の 2 倍の位相 $2\phi(\mathbf{u})$ である。いずれにしても $2\phi(\mathbf{u})$ または $2\theta(\mathbf{u})$ が得られるが、一方が得られれば他方は $C^2(\mathbf{u})$ の位相との差を取ることによって得ることができる。すなわちステップ 1 では観測像のフーリエ振幅から原像と点像応答関数の各々のフーリエ位相の 2 倍の位相が得られる。ここで、得られた位相のどちらが原像に対応するものであるかをこの時点で判断することはできない。

(ステップ 2)

$2\theta(\mathbf{u})$, $2\phi(\mathbf{u})$ から Hayes によって提案された繰返し法⁵⁾を用いて $\alpha F^2(\mathbf{u})$ を得る。ただし α は任意の正の実定数である。Hayes の方法は、像のフーリエ位相が得られているときにフーリエ振幅を回復する方法であり、Fienup の方法と同様に、フーリエ変換を用いて像領域とフーリエ領域の拘束条件を繰り返し適用して解を得る手法である。このときサポートは $f(\mathbf{x})$ のたたみこみ像のサポート $s_{f^*f}(\mathbf{x})$ を用いる。すなわち既知のサポート $s_f(\mathbf{x})$ を各々の軸方向に 2 倍した広がりをサポートとすればよい。 $s_f(\mathbf{x})$ が $s_g(\mathbf{x})$ を含む場合 ($s_f(\mathbf{x})$ の広がり がどの方向にも $s_g(\mathbf{x})$ の広がりよりも大きい場合)を除いて、 $2\phi(\mathbf{u})$ と $s_f(\mathbf{x})$ の両方の拘束条件を満たす解は存在しないので、 $2\phi(\mathbf{u})$ に対して Hayes の方法を用いても収束することができない。したがって $2\theta(\mathbf{u})$ と $2\phi(\mathbf{u})$ の両方に対して回復を実行することによって、その一方のみが収束して $\alpha F^2(\mathbf{u})$ を得ることができる。 $s_f(\mathbf{x})$ が $s_g(\mathbf{x})$ を含む場合には、サポートとして $s_g(\mathbf{x})$ を用いて解を求める。このときは $2\phi(\mathbf{u})$ を用いたときのみ収束して $\alpha' G^2(\mathbf{u})$ を得ることができる。この $\alpha' G^2(\mathbf{u})$ と $C^2(\mathbf{u})$ から $\alpha F^2(\mathbf{u})$ を求めることができる。すなわちいずれの場合にも $\alpha F^2(\mathbf{u})$ を得ることができる。こうして

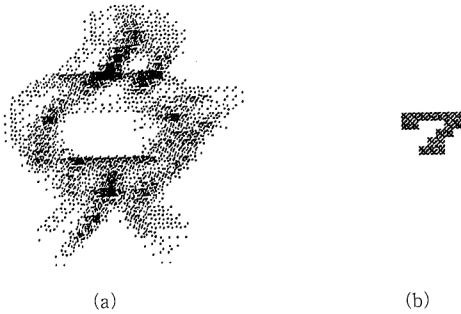


Fig. 2. (a) Blurred image, (b) Deconvolved image.

得られた $aF^2(\mathbf{u})$ からその振幅を求めることによって原像のフーリエ振幅 $|F(\mathbf{u})|$ の定数倍が得られる。すなわちステップ2においては、 $2\theta(\mathbf{u})$ と $2\phi(\mathbf{u})$ から原像のフーリエ振幅の定数倍が得られる。

(ステップ3)

得られた $|F(\mathbf{u})|$ の定数倍からステップ1と同じフーリエ反復法を用いて $f(\mathbf{x})$ の定数倍を求める。サポートは $s_f(\mathbf{x})$ を用いる。 $c(\mathbf{x})$ の情報から $f(\mathbf{x})$ のエネルギーそのものを知ることはできないので、 $f(\mathbf{x})$ の定数倍の任意性は避けられない。

以上の3つのステップを組み合わせることによって $c(\mathbf{x})$ から $f(\mathbf{x})$ を分離することができる。すなわち各々のステップに解への収束が保証されたアルゴリズムを用いており、したがって原像を確実に得ることができる。その例を Fig. 2 に示す。 Fig. 2(a) が観測像であり Fig. 2(b) が原像として得られた回復像である。今回、観測像が 32×32 の規模までのシミュレーションを行ったが、そのすべてに対して原像を得ることができた。

3. 考 察

本論文で提案した方法は、原像に外接する長方形サポートの知識が必要である。この知識は以下のようにして得ることができる。

ステップ2において、最初に観測像を各々の方向へ2倍した広がりをもつサポートを用いて実行する。次に徐々にサポートを狭くしてゆく。これをアルゴリズムが収束しなくなるまで繰り返す。この処理によって、 $aF^2(\mathbf{u})$ または $a'G^2(\mathbf{u})$ を最終的な収束解として得ることができ、したがって $s_f(\mathbf{x})$ および $aF^2(\mathbf{u})$ を得ることができる。この一連の処理を自動的に行う手法について現在検討中である。

本手法は、観測像にノイズが加わっていないときのみ原像への収束が保証された方法である。ノイズが存在する場合の収束の可能性、またそのとき得られる解の妥当性は今後の検討課題である。

文 献

- 1) R. G. Lane and R. H. T. Bates: "Automatic multidimensional deconvolution," J. Opt. Soc. Am. A, **4** (1987) 180-188.
- 2) G. R. Ayers and J. C. Dainty: "Iterative blind deconvolution method and its applications," Opt. Lett., **13** (1988) 547-549.
- 3) J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison," Appl. Opt., **21** (1982) 2758-2769.
- 4) 高城洋明, 高橋 徹: "位相回復におけるハイブリッドインプットアウトプット・アルゴリズムの能力について", 光学, **22** (1993) 419-427.
- 5) M. H. Hayes: "The reconstruction of a multidimensional sequence from the phase or magnitude of its Fourier transform," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., **ASSP-30** (1982) 140-154.