

# ブラインド・デコンボリューションのためのフーリエ反復アルゴリズムにおける非負拘束条件の検討

竹田 元・小松 進一

早稲田大学理工学部応用物理学科 〒169 東京都新宿区大久保 3-4-1

## Examination of Nonnegativity Constraint of Fourier Iterative Algorithm for Blind Deconvolution

Hajime TAKEDA and Shinichi KOMATSU

Department of Applied Physics, School of Science and Engineering, Waseda University, 3-4-1, Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo 169

We propose several new procedures for imposing nonnegativity constraint of Ayers and Dainty's blind deconvolution algorithm. These procedures are simpler than the original one proposed by Ayers and Dainty. We have confirmed by computer simulation that some of the present procedures have brought about better results than the original one. We have also applied them to real astronomical speckle data of a binary star to obtain fairly improved results as expected from the results of the computer simulation.

### 1. はじめに

ぼけ画像は、多くの場合、元の物体画像とぼけの原因となる点像分布関数 (psf) のコンボリューションとして解析することができ、光学系においてもこのように近似できる場合が多い。そこで、ぼけ画像とぼけの原因となる psf が既知である場合には、それらを用いて元の物体画像を求めることが可能である。しかし、実際のぼけ画像において、ぼけの原因と考えられる psf が既知である場合は多くない。このような状況での物体画像の回復法としては、天体スペckル干渉法やシミュレーテッド・アニーリング法など様々な方法が提案されている<sup>1)</sup>。その中でも、ブラインド・デコンボリューションでは、ぼけ画像を唯一の情報として元の物体画像を求めることが可能である。

Ayers と Dainty が提案したフーリエ反復型ブラインド・デコンボリューション・アルゴリズム (AD アルゴリズム)<sup>2)</sup> (Fig. 1) は、基本構造が単純で、様々な拘束条件を組み込みやすいという特長をもち、その有効性が示されている<sup>2-4)</sup>。しかし、AD アルゴリズムにおいて、物体画像と psf がともに非負の実関数であるという非負拘束条件の具体的な与え方については、オリジナルの方

法以外にも様々なバリエーションが考えられ、まだ不明確な部分が多い。本研究では、この非負拘束条件の具体的な与え方がアルゴリズムに与える影響について調べ、従来法との比較検討を行う。

### 2. フーリエ反復型ブラインド・デコンボリューション・アルゴリズム

#### 2.1 ブラインド・デコンボリューション

結像光学系が線形かつ定常なシステムとみなせる場合、入力  $f(x, y)$  に対するシステムの出力  $c(x, y)$  は、インパルス応答  $g(x, y)$  を用いて、

$$c(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \zeta) g(x - \xi, y - \zeta) d\xi d\zeta + n(x, y) \quad (1)$$

のようにコンボリューションを用いて表すことができる。ここで、 $n(x, y)$  は加算ノイズを表す。ノイズがないときについてのこの関係を、フーリエ空間において各々のフーリエ変換を用いて表すと、

$$C(u, v) = F(u, v)G(u, v) \quad (2)$$

のように、 $f(x, y)$  のフーリエ変換  $F(u, v)$  と  $g(x, y)$  のフーリエ変換  $G(u, v)$  の積で表される。コンボリュ

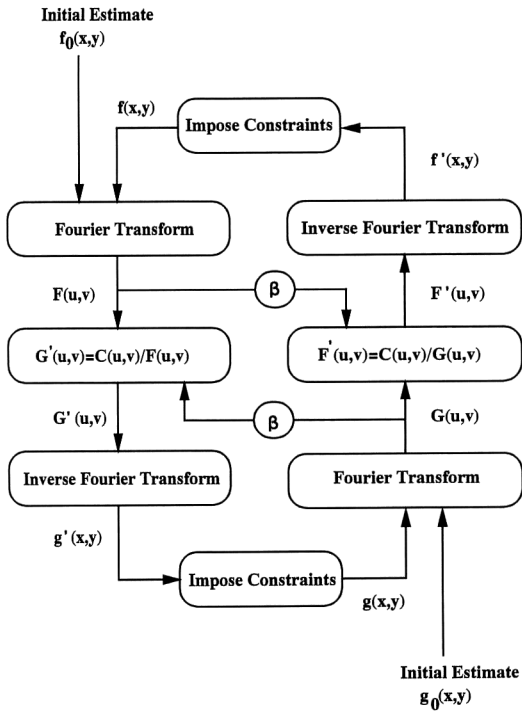


Fig. 1. Fourier iterative algorithm (AD algorithm) for blind deconvolution.

ーション  $c(x, y)$  から、元の入力  $f(x, y)$  を推定することをデコンボリューションと呼ぶが、これは画像の場合には、何らかの影響で劣化した画像から、元の鮮明な物体画像を求めることに対応する。

普通デコンボリューション問題を考えるときには、劣化を表すインパルス応答、つまり点像分布関数  $g(x, y)$  が既知であり、式(2)の関係から  $f(x, y)$  を直ちに求めることが可能である。

しかし、実際の場合には、劣化を表す点像分布関数が既知の場合はほとんどなく、ほけ画像  $c(x, y)$  のみが与えられている場合が多い。そこで、与えられた唯一の情報  $c(x, y)$  のみから元の物体画像  $f(x, y)$  を求めることが必要になり、この操作のことをブラインド・デコンボリューションと呼ぶ。

## 2.2 フーリエ反復アルゴリズム

アприオリな情報だけをもとにブラインド・デコンボリューションを実行するのは困難であり、他の既知の情報を組み合わせることが必要であると従来は考えられていた。しかし、1988年に Ayers と Dainty が提案したブラインド・デコンボリューションのアルゴリズム (AD アルゴリズム) は、位相回復に用いられるフーリ

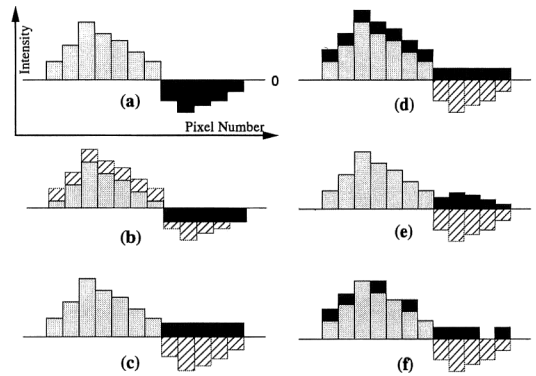


Fig. 2. Examined procedures of imposing constraints of nonnegativity. (a) Before imposing nonnegativity constraints, (b) applying the procedure A (the original Ayers and Dainty procedure), (c) applying the procedure B, (d) applying the procedure C, (e) applying the procedure D and (f) applying the procedure E.

エ反復アルゴリズムを発展させたもので、アприオリな情報だけを用いてブラインド・デコンボリューションを行うことに成功した。AD アルゴリズムの基本構造は Fig. 1 に示されるように、まず物体  $f(x, y)$  の初期予想  $f_0(x, y)$  を与え、そのフーリエ変換  $F(u, v)$  と式(2)の関係より点像分布関数のフーリエ変換  $G'(u, v)$  を求め、 $g'(x, y)$  の初回の推定を行い、そこで拘束条件を与えて  $g(x, y)$  とし、次に点像分布関数の推定のフーリエ変換  $G(u, v)$  から物体画像のフーリエ変換  $F'(u, v)$  の推定を行い、 $f'(x, y)$  を求め、その後拘束条件を与えて求められた  $f(x, y)$  を次の反復の初期予想とする、という作業を反復させている。このように AD アルゴリズムは基本構造が比較的単純で、様々な拘束条件を組み込みやすいという特長をもつ。また、物体画像と点像分布関数に対しての一般にアприオリな情報としては、

- (1) とともに非負であること
- (2) サポートが有限であること

などが挙げられている。このうち非負拘束条件について、推定画像が Fig. 2(a) のように負値を含むとき、Ayers と Dainty は、推定画像内の負値の総和の絶対値を推定画像の全画素数で割り、それを全画素の値から引くという処理を画像内の負値の総和が一定の値以下になるまで繰り返す方法で効果を上げている。これに対して、推定画像内の負値をただゼロに置き換えるといった単純な方法では良好な回復結果が得られない<sup>3,4)</sup>。このように、非負拘束条件の与え方には任意性があり、ま

た、その影響は大きい。本研究では、非負拘束条件の具体的な与え方について、従来法と異なるいくつかの手法について、従来法との比較検討を行っている。

### 3. 拘束条件の与え方

推定画像  $f_i(x, y)$  が負値の画素を含むとする。このような負値の画素の集合を  $\gamma$  とすると、最も単純な方法は、これらをゼロに置き換えて新しい推定画像  $\tilde{f}_i(x, y)$  とすることである。本論文では、このことを式(3)のように表現する。

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow \begin{cases} f_i(x, y) & \text{if } (x, y) \in \gamma \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

ここで矢印記号  $\leftarrow$  は、右辺に書かれた計算式の値を求め、左辺の変数をそれで置き換えるということを意味している。

これに対して従来の AD アルゴリズムでは、

(A)：式(4)のように推定画像内の負値の総和の絶対値  $E$  を計算し、

$$E = \left| \int [f_i(x, y) - \tilde{f}_i(x, y)] dx dy \right| \quad (4)$$

それを式(5)のように全画素数  $N$  で割ったものを元の画像の全画素から引くという作業を行い、

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow \tilde{f}_i(x, y) - \frac{E}{N} \quad (5)$$

その結果に含まれる負値の総和が一定の値以下になるまで反復させている (Fig. 2(b)).

今回新たに検討した負値の処理方法は、以下(B)から(E)に示す4つの方法である。

(B)：式(6)のように推定画像内の負値の総和の絶対値  $E$  を、負値をもっていた画素数  $M$  で割ったもので負値の画素の値を置き換える (Fig. 2(c)).

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow \tilde{f}_i(x, y) - \frac{E}{M} \quad \text{if } (x, y) \in \gamma \quad (6)$$

(C)：推定画像内の負値の総和の絶対値  $E$  を、推定画像の全画素数  $N$  で割ったものを、式(7)のように一様に全画素に加える (Fig. 2(d)).

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow \tilde{f}_i(x, y) + \frac{E}{N} \quad (7)$$

(D)：式(8)のように推定画像内の負値をもつ画素ごとに、その絶対値に定数  $a$  を掛けたもので置き換える (Fig. 2(e)).

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow a |\tilde{f}_i(x, y)| \quad \text{if } (x, y) \in \gamma \quad (8)$$

(E)：式(9)のように推定画像内の負値の総和の絶対値  $E$  を一定の数  $L$  に分割し、画像全体にランダムに分布させる。ここで、 $r(x, y)$  は、総和が1の正值のラ

ンダム画像を表す (Fig. 2(f)).

$$\tilde{f}_i(x, y) \leftarrow \tilde{f}_i(x, y) + \frac{E}{L} \cdot r(x, y) \quad (9)$$

これらと従来法(A)とを比較検討する。

### 4. 計算機シミュレーションによる検討

ここでは、計算機で作成した比較的単純なパターンのはげ画像を用いて、今回提案した負値の処理方法と従来法とを比較した。また、アルゴリズムの反復回数の上限はすべて100回とした。

まず、Fig. 3(a)のような2値の物体画像 (64×64 pixels) を半径4ピクセルの円形状の psf (Fig. 3(b)) を用いて計算機上で劣化させたはげ画像 (Fig. 3(c)) を用意し、さらにノイズとしてその画像の合計値の1.0%、5.0%の乱数を加えた画像を作成する。ノイズ1.0%を加えたはげ画像を Fig. 3(d)に示す。物体画像の初期予想にははげ画像自身を、psfの初期予想には Fig. 3(e)のようなランダムパターンを用いた。

反復ごとに得られる推定画像の中で、どの反復回数の推定画像を回復画像とするかを決定するために、式(10)

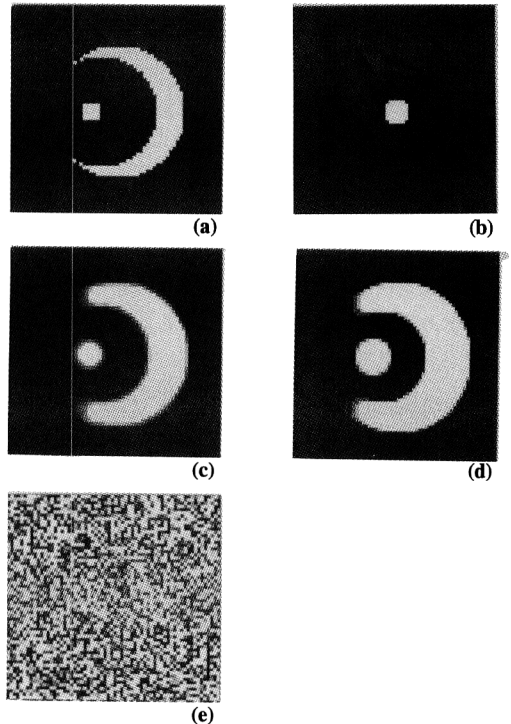


Fig. 3. Image reconstruction on simulation I. (a) Original object (64×64 pixels), (b) point spread function, (c) their convolution, (d) convolution with 1.0% additive noise and (e) initial estimate of psf.

Table 1. Minimum values of the root mean square error and the cost function for the various procedures shown in Fig. 2 (computer simulation I).

Noise(%)	Procedure	Count	Minimum $E_R$	Count	Minimum $E_C$
0.0	A	99	0.31	14	11.7
	B	69	0.21	92	9.2
	C	86	0.39	80	15.4
	D $\alpha=0.01$	100	0.22	93	9.0
	D $\alpha=0.001$	99	0.21	82	9.3
	E	96	0.30	38	11.5
1.0	A	69	0.31	70	10.7
	B	32	0.22	73	9.5
	C	54	0.40	57	13.5
	D $\alpha=0.01$	62	0.25	41	8.4
	D $\alpha=0.001$	95	0.24	96	9.1
	E	98	0.31	46	10.0
5.0	A	67	0.28	57	13.5
	B	57	0.24	56	13.5
	C	68	0.44	65	17.8
	D $\alpha=0.01$	49	0.29	70	11.1
	D $\alpha=0.001$	85	0.28	46	11.5
	E	78	0.26	92	11.8

のような psf の推定画像内の負値の総和を用いた評価関数  $E_C$  を使用した。

$$E_C(\text{psf}) = \frac{\sum_{(x,y) \in \gamma} |g_k(x,y)|}{\sqrt{\sum_{\text{All}} g_k^2(x,y)}} \quad (10)$$

ここで、 $g_k(x,y)$  は  $k$  回目の psf の推定画像を、 $\gamma$  は非負の拘束条件に違反する  $(x,y)$  の集合を表す。

また、シミュレーションの場合には元の画像が既知であるため、推定画像と元の画像との最小二乗誤差 (rms エラー)  $E_R$  を物体画像 (object)、psf についてそれぞれ計算することが可能である。ここでは、式(11)で定義される推定画像と元の物体画像の最小二乗誤差 (rms エラー)  $E_R(\text{object})$  を、アルゴリズムの収束性を判断するための評価関数として用いた。

$$E_R(\text{object}) = \frac{\sqrt{\sum_{\text{All}} \{f_k(x,y) - f(x,y)\}^2}}{\sqrt{\sum_{\text{All}} f^2(x,y)}} \quad (11)$$

ここで、 $f(x,y)$  は元の物体画像を、 $f_k(x,y)$  は  $k$  回目の推定画像を表す。

負値の処理方法(A)~(E)を用いたときの、rms エラー  $E_R$  と評価関数  $E_C$  の最小値を Table 1 に示す。実際のブラインド・デコンボリューションでは正解の物体画像が既知ではないため、今回のシミュレーションにおいても推定画像の選出には評価関数  $E_C$  を用いた。しかし、評価関数  $E_C$  が最小値を示した反復回数で必ずしも rms エラー  $E_R$  が最小値をとらないために、それぞれの最小値を示した反復回数は一致していない。Table 1 より、今回提案した4つの処理方法のうち、特に処理方法

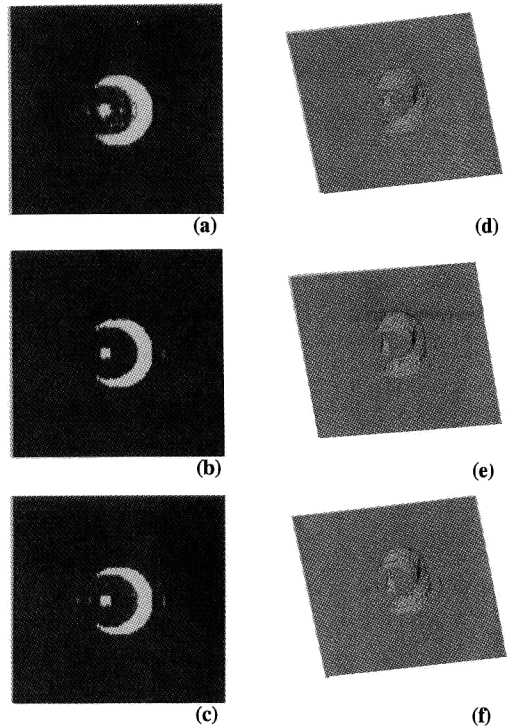


Fig. 4. Reconstructed images from the convolution shown in Fig. 3 (d) (computer simulation I). The results were obtained by applying (a) the procedure A (the original Ayers and Dainty procedure), (b) the procedure B and (c) the procedure D ( $\alpha=0.001$ ). (d), (e) and (f) are 3D display of the reconstructed images of Figs. 4 (a), (b) and (c), respectively.

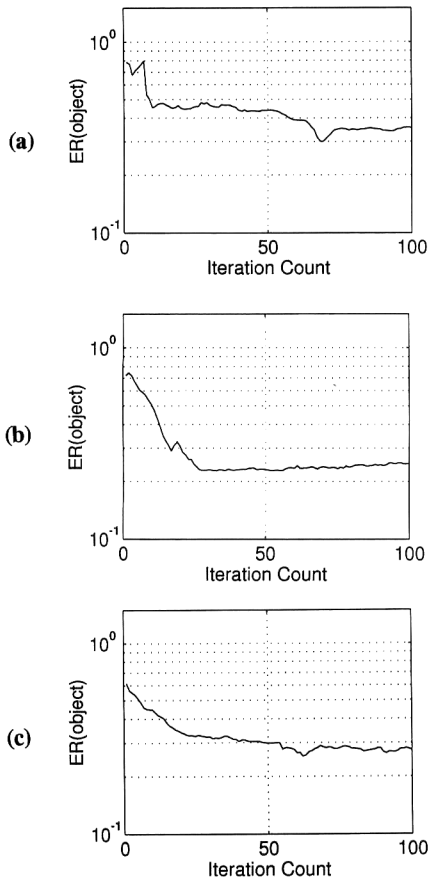


Fig. 5. Root mean square error v.s. iteration count for computer simulation I. (a) Applying the procedure A (the original Ayers and Dainty procedure), (b) applying the procedure B and (c) applying the procedure D ( $\alpha=0.001$ ).

(B)と処理方法(D)については、従来法よりも回復が良好であることがわかる。ノイズを増やしても同様な傾向が確認できる。処理方法(C)を用いた場合は、従来法よりも悪い結果となった。処理方法(E)の場合は、従来法とほぼ同程度の回復結果になった。rms エラーの数値が従来法よりもよい回復結果を示した処理方法(B), (D)について、ノイズを1.0%加えたばけ画像の回復画像をそれぞれ Fig. 4(b), (e) (反復回数: 73 回目), (c), (f) (反復回数: 96 回目) に、また、比較のために従来の方法による回復画像を Fig. 4(a), (d) (反復回数: 70 回目) に示す。従来法による回復画像 (Fig. 4(a), (d)) は、三日月状パターンの内側に細かなノイズが残っているのがわかる。また、三日月状パターンもあまりはっきりとした回復をしていない。今回提案した方法(B)と(D)を用いた回復画像は、物体部分以外にほとん

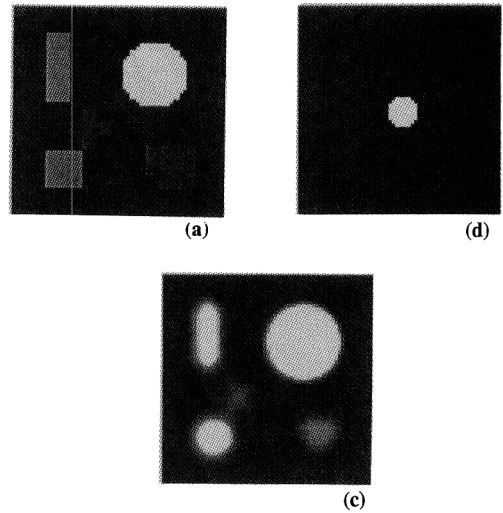


Fig. 6. Image reconstruction on simulation II. (a) Original object ( $64 \times 64$  pixels), (b) point spread function and (c) convolution with 1.0% additive noise.

ど大きなノイズもなく、三日月状パターンも従来法を用いたときの回復画像よりもよく回復していることがわかる。Fig. 5 に示した rms エラーの推移グラフからも従来法 (Fig. 5(a)) よりも、今回提案した処理方法(B) (Fig. 5(b)), 処理方法(D) (Fig. 5(c)) を用いたときのほうがよく回復しているといえる。特に、処理方法(B)を用いたときには、回復画像、rms エラーともに従来法よりも良好な結果が得られた。

また、従来法を用いたアルゴリズムでは比較的回復しにくい多値画像 (Fig. 6) を回復させた場合にも、処理方法(B)を用いることで、良好な回復結果が得られた。回復画像を Fig. 7 ((a), (c)従来法 (反復回数: 20 回目), (b), (d)処理方法(B) (反復回数: 72 回目)) に、rms エラーの推移グラフを Fig. 8 に示す。Fig. 7 についての解釈であるが、一見したところでは、物体以外の部分が一樣であるために、Fig. 7(a)のほうが良好な回復をしているようにみえるが、これは従来法が、負値の総和を画像全体から引いているために細かなノイズが消えているだけであり、この方法では必要な細かな情報についても消してしまうという問題点があった。今回提案する処理方法では、いずれも負の値にそれぞれ処理を施した後に画像に加えているため、このような問題点が解決され、そのかわりに必要な情報以外の部分に細かなピークが現れるという結果になっている。3次元表示 (Fig. 7(c), (d)) についても、注目すべき点は、必要な情報をもつ部分がどれだけ正解に近く回復しているかであ

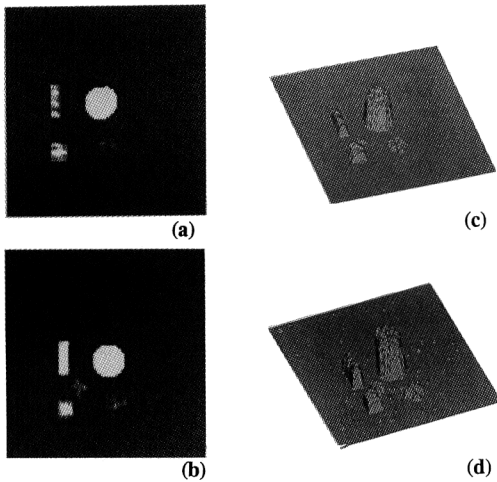


Fig. 7. Reconstructed images from the convolution shown in Fig. 6 (c). The results were obtained by applying (a) the procedure A (the original Ayers and Dainty procedure) and (b) the procedure B. (c) and (d) are 3D display of the reconstructed images of Figs. 7 (a) and (b), respectively.

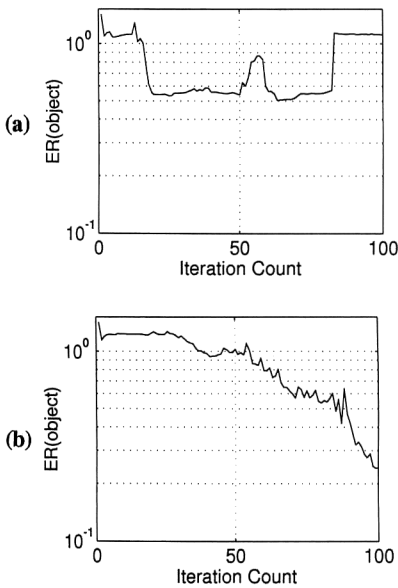


Fig. 8. Root mean square error vs. iteration count for computer simulation II. (a) Applying procedure A (the original Ayers and Dainty procedure) and (b) applying procedure B.

り、従来法による回復画像の方が背景部分が一樣できれいにみえるが、肝心の物体部分については従来法による回復では失われている部分についても、処理方法(B)を用いた場合にはより良好な回復がなされていることが確認できる。

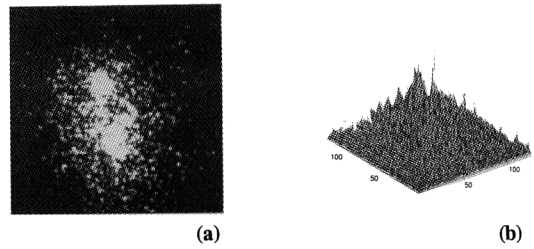


Fig. 9. Image reconstruction of a binary star (ADS 3390). (a) A real astronomical speckle image of the binary star and (b) 3 D image of the astronomical speckle image.

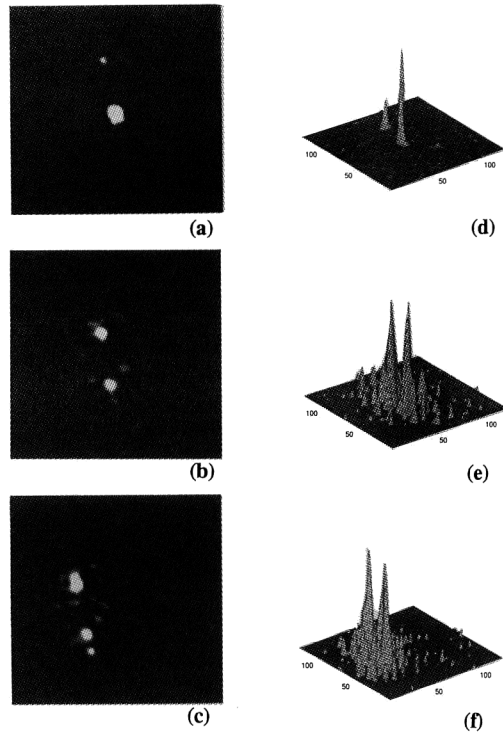


Fig. 10. Reconstructed images of the binary star (ADS 3390). The results were obtained by applying (a) the procedure A (the original Ayers and Dainty procedure), (b) the procedure B and (c) the procedure D ( $\alpha=0.001$ ). (d), (e) and (f) are 3D display of the reconstructed images of Figs. 10 (a), (b) and (c), respectively.

## 5. 天体スペックル画像への適用

前章より、今回提案した負値の処理方法のうちのいくつかは、従来法よりも有効であることが確認できた。そこで次に、これらの方法を実画像（天体スペックル画像）へ応用し、その有効性を検討した。

実画像として、Fig. 9(a), (b)にそれぞれ2次元、3

Table 2. Astronomical parameters estimated from each reconstructed image obtained by the corresponding procedure. The reference data are also shown for comparison. Int.ratio: the intensity ratio, Dir. angle: the direction angle, Sep.: the separation of the binary star.

	Procedure	Int. ratio	Dir. angle	Sep.
Image 1	A	1 : 0.28	9.5	1.06
	B	1 : 0.95	12.1	1.07
	C	1 : 0.56	11.9	1.35
	D $\alpha=0.01$	1 : 0.74	13.8	1.07
	D $\alpha=0.001$	1 : 0.81	11.2	1.09
Image 2	E	1 : 0.56	28.6	0.88
	A	1 : 0.52	19.4	1.26
	B	1 : 0.93	15.8	1.19
Image 3	D $\alpha=0.01$	1 : 0.89	13.7	1.13
	A	1 : 0.37	29.7	0.28
	B	1 : 0.66	11.6	1.21
Observed data	D $\alpha=0.01$	1 : 0.80	14.1	1.11
		1 : 1.0	13.8	1.07

Table 3. Minimum values of the cost function for the various procedures shown in Fig. 2 (ADS 3390).

	Procedure	Count	Minimum $E_c$
Image 1	A	99	8.5
	B	55	12.6
	C	46	12.7
	D $\alpha=0.01$	81	12.4
	D $\alpha=0.001$	89	11.9
Image 2	E	45	12.4
	A	24	4.9
	B	20	19.1
Image 3	D $\alpha=0.001$	33	19.4
	A	71	12.7
	B	99	15.7
	D $\alpha=0.001$	68	15.9

次元表示したような2重星の天体スペックル画像(ADS 3390)を使用した。前章のシミュレーションと同じく、物体の初期予想には天体スペックル画像自身を、psf(大気ゆらぎ)の初期予想にはランダムパターン(Fig. 3(e))を用いた。また、アルゴリズムの反復回数の上限は、すべて100回とした。

また、回復画像を決定するための評価関数としてはシミュレーションの場合と同じく、4章の式(10)の評価関数を用いた。

従来法を用いたときの回復画像をFig. 10(a), (d)に、処理方法(B)を用いたときの回復画像をFig. 10(b), (e)に、処理方法(D) ( $\alpha=0.001$ )を用いたときの回復画像をFig. 10(c), (f)にそれぞれ2次元表示((a)~(c)), 3次元表示((d)~(f))で示す。また、Table 2にはImage 1の回復結果の天文データとその文献値を、

Table 3に評価関数  $E_c$  の最小値を示す。

Fig. 10の回復画像から、前章のシミュレーションの場合と同様に、今回提案した2つの方法では2重星以外の部分に小さなノイズが現れてしまっているが、ここで重要なのは、いかに背景部分が一樣できれいになるかではなく、従来法ではうまく回復のできなかった2重星の強度比が、どこまで正解に近く回復を行えるかであり、この点から回復結果をみると、提案した方法を用いた回復結果のほうが従来法によるものよりもより文献値に近い強度比が出ているのがわかる。また、Table 2の天文データより、今回提案した方法を用いた場合には、従来の方法以上に文献値に近い方位角、離角も得られていることが確認できる。特に、処理方法(D) ( $\alpha=0.01$ )を用いた場合、方位角、離角は文献値にほぼ一致し、強度比についても従来法に比べ、かなりよい結果を得ることができた。しかし、Table 3の評価関数  $E_c$  の最小値については従来法による回復結果が一番よい値を示している。これについては、天体スペックル画像の回復の度合そのものを表すのに評価関数  $E_c$  があまり適切でないということが理由として考えられる。

また、この2重星についても複数枚のスペックル画像が与えられているため、他の画像についても従来法、処理方法(B), (D)を用いて回復を行った。その結果を、Table 2, 3のImage 2, Image 3に示した。これらについても、先ほどと同様な結果が確認できる。

## 6. ま と め

フーリエ反復アルゴリズムを用いることで、画像のブラインド・デコンボリューションを簡単に行うことが可能になったが、アルゴリズムの非負拘束条件の与え方(非負拘束条件に違反する負値の処理方法)については明確でない点があった。今回の研究では、その負値の処理方法の見直しを行い、新たにいくつかの処理方法をアルゴリズムに適用し、計算機シミュレーションにより、その有効性を確認した。

また、これらの処理方法を用いたアルゴリズムを実画像(天体スペックル画像)へ適用し、従来法ではその処理方法上うまく回復することのできなかった強度比の向上を図ることができた。また、他の天文データの向上も図ることができ、実画像に対しての有効性が確認された。

今回提案したような負値の処理方法をさらに改良することで、今以上に画像復元におけるブラインド・デコンボリューションの可能性が広がると考えられる。

本研究の一部は、1995年度早稲田大学特定課題研究(95 B-8)として行われた。また、San Pedro天文台の212 cm望遠鏡で撮影された天体スペックル画像(ADS 3390)を提供いただいた静岡大学工学部大坪順次教授に感謝いたします。

## 文 献

1) 大坪順次：“新しい統計的解析法による天体画像の回復”，

応用物理，**62** (1993) 552-558.

- 2) G. R. Ayers and J. C. Dainty: “Iterative blind deconvolution method and its application,” *Opt. Lett.*, **13** (1988) 547-549.
- 3) S. Komatsu and J. C. Dainty: “Blind deconvolution of a blurred picture using an iterative algorithm,” *Appl. Opt. Dig.* (1990) 295-296.
- 4) 小松進一：“ブライントデコンボリューションによる像回復”，第22回画像工学コンファレンス論文集(1991) pp. 179-184.