

フーリエ反復アルゴリズムを用いた二次元位相回復顕微鏡

小柳 晴揮・日 隈 薫・小松 進一

早稲田大学理工学部応用物理学科 〒169 東京都新宿区大久保 3-4-1

2-D Phase Retrieval Microscope Using Iterative Algorithms

Haruki KOYANAGI, Kaoru HIGUMA and Shinichi KOMATSU

Department of Applied Physics, Waseda University, 3-4-1, Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo 169

It is known that the phase distribution of a transparent object can be recovered from a measured Fraunhofer diffraction pattern by using Fourier iterative algorithms. Although this method provides simple means for phase distribution measurement, the accuracy and sensitivity of the phase recovery greatly depend on the finite accuracy of diffraction pattern recording. We adopted a cooled CCD camera for the recording whose dynamic range are much wider than conventional image detectors. Phase recovery of a plane wave, spherical waves and a fabricated phase object model are experimentally conducted, and the RMS errors of the restored phase distributions are examined.

1. はじめに

光波の位相分布には、透過物体の屈折率分布や反射物体の三次元表面形状など多くの情報が反映されるため、その可視化と高精度測定は特にオプトエレクトロニクスや生物学などにおいて重要な役割を果たす。しかし光波の位相分布測定のために従来から用いられている光波干渉計やホログラフィーなどの方法では、参照光を重ねて干渉させる必要があるため光学系が複雑になり、外乱の影響を受けやすいなどの問題が生じる。また、参照光の波面収差により測定精度が制限される。

ところで、光波の位相分布をそのフーリエ振幅から求める方法として、フーリエ反復アルゴリズムを用いた位相回復法が知られている^{1,2)}。これは、物体領域とフーリエ領域においてそれぞれ拘束条件を適用しながらフーリエ変換と逆変換を繰り返し行い、物体領域での光波の位相分布を求めるものである。これまでにアルゴリズムの特性や停滞問題など種々の研究がなされているが、実際の位相測定に用いられた例は少ない³⁾。

本研究では、平面波および球面波と、ガラス基板上にSiO₂をスパッタして作製した位相物体モデルの透過波に対してそれらのフラウンホーファー回折像を冷却 CCD カメラで撮像し、これから求められるフーリエ振幅を拘束条件として位相分布の回復実験を行い、この方

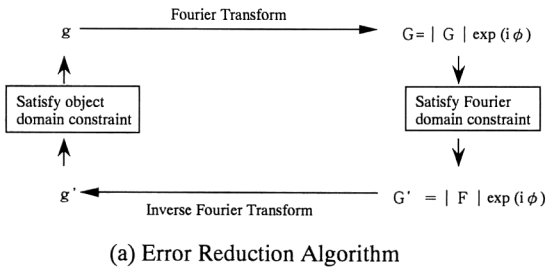
法の有効性を確認した⁴⁾。

なお、この方法で位相回復を行う際、回折像を撮像するダイナミックレンジの大きさは回復される位相分布の感度と精度に影響を与えることがわかっている⁵⁾。今回の実験では、大きなダイナミックレンジで強度を測定するために冷却 CCD カメラを用い、さらに強度分布の多数フレーム加算と暗電流の減算により、ランダムノイズ、固定ノイズを除去して得たフラウンホーファー回折像強度分布を用いて位相回復を行った。

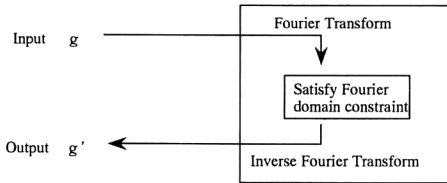
2. 位相回復アルゴリズム

今回用いた位相回復アルゴリズムは、エラーリダクションアルゴリズム (以下 ER) とハイブリッドインプットアウトプットアルゴリズム (以下 HIO) の組合せである。ER は Fig. 1 に示されるように次の 4 つの手順からなっている。

- ① 物体領域での光波複素振幅 $g(x)$ の k 回目の推定 $g_k(x)$ をフーリエ変換して $G_k(u)$ を得る。
- ② フーリエ振幅 $|G_k(u)|$ を測定した回折像から求めたフーリエ振幅 $|F(u)|$ に置き換え、それを $G'_k(u)$ とする。
- ③ $G'_k(u)$ を逆フーリエ変換し、物体領域の $g'_k(x)$ を求める。



(a) Error Reduction Algorithm



(b) Hybrid Input Output Algorithm

Fig.1. Fourier iterative algorithms for phase retrieval. (a) error reduction algorithm and (b) hybrid inputoutput algorithm.

④ $g'_k(\mathbf{x})$ に物体領域の拘束条件を適用し、これを $k+1$ 回目の推定 $g_{k+1}(\mathbf{x})$ とする。

これを式で表現すると、次のようになる。

$$\textcircled{1} G_k(\mathbf{u}) = |G_k(\mathbf{u})| \exp[i\phi_k(\mathbf{u})] = \mathbf{F}[g_k(\mathbf{x})] \quad (1)$$

$$\textcircled{2} G'_k(\mathbf{u}) = |F(\mathbf{u})| \exp[i\phi_k(\mathbf{u})] \quad (2)$$

$$\textcircled{3} g'_k(\mathbf{x}) = |g'_k(\mathbf{x})| \exp[i\theta_k(\mathbf{x})] = \mathbf{F}^{-1}[G'_k(\mathbf{u})] \quad (3)$$

$$\textcircled{4} g_{k+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} g'_k(\mathbf{x}) & \in \gamma \\ 0 & \in \gamma^c \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 γ は物体の拘束条件に違反する領域である。HIO では、ER の④の操作を次の④'で置き換える。

$$\textcircled{4}' g_{k+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} g'_k(\mathbf{x}) & \in \gamma \\ g_k(\mathbf{x}) - \beta g'_k(\mathbf{x}) & \in \gamma^c \end{cases} \quad (4')$$

これは、①～③の操作をひとまとめにして入力 $g_k(\mathbf{x})$ から出力 $g'_k(\mathbf{x})$ を得るプロセスとみなし、入力 $g_k(\mathbf{x})$ を出力 $g'_k(\mathbf{x})$ で補正して得た $g_{k+1}(\mathbf{x})$ を新しい入力とするものである。反復の初期では HIO を使用し、ある程度の収束が得られてからは ER を用いた。 β は定数で、うまく収束するように値を選ぶ。物体領域における次のエラー E_{ok} を評価量として用いた。

$$E_{ok} = \sqrt{\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \gamma^c} |g_k(\mathbf{x})|^2}{\sum_{\mathbf{x} \in \gamma^c} |g'_k(\mathbf{x})|^2}} \quad (5)$$

ここで右辺の根号内の分子は、拘束に違反した部分のエネルギーを表しており、 $g'_k(\mathbf{x})$ が正しい値に近づけば、評価量 E_{ok} はゼロに近づくと考えられる。 E_{ok} が十分小さくなった後に、HIO に代わって ER を用いている。

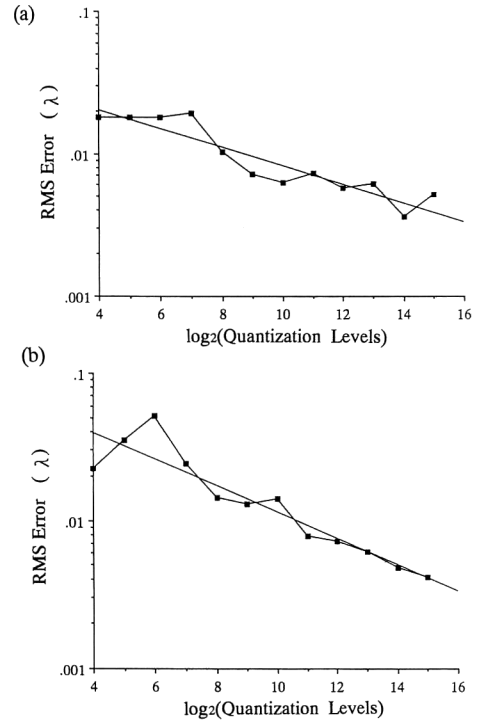


Fig. 2. RMS errors of restored phase distribution vs. quantization levels of Fraunhofer diffraction pattern.

3. 位相回復における量子化誤差の影響

フーリエ反復アルゴリズムを用いて位相回復をする場合、フーリエ強度分布の量子化誤差が回復位相に与える影響をコンピュータシミュレーションによって調べた。このシミュレーションでは球面波の位相分布を用いた。アルゴリズムには HIO-ER (HIO 100 回+ER 200 回、HIO: $\beta=0.5$) を使用した。

球面波の中心と周辺の位相差が、 $\pi/8$ (光路差 $\lambda/16$) と $\pi/2$ (光路差 $\lambda/4$) のときの位相回復誤差をそれぞれ Fig. 2(a), (b) に示す。

フーリエ強度分布の量子化数が多くなるにつれて RMS エラーが減少する傾向にある様子と、微小な位相変化に対してはフーリエ強度測定にどの程度のダイナミックレンジが要求されるかが示されている。例えば、フーリエ強度分布が 12 ビットの量子化で測定できた場合 (ダイナミックレンジ 4096: 1), RMS エラーはおおよそ $\lambda/100$ 程度まで抑えられる。すなわち、波長 632.8 nm の He-Ne レーザーの場合、6 nm 程度の精度で位相分布を推定することが可能である。よりダイナミックレンジの広い CCD (現在は 100000: 1 のレンジの CCD もある) を使うことによって、位相分布の測定精度をさらに高くすることができる。

4. 平面波と球面波の位相回復実験

まず最初に平面波と曲率の異なる2種類の球面波を用い、その位相分布の回復実験を行った。平面波と球面波は、直径400 μm の開口で制限し、球面波は開口内部で光路差がそれぞれ最大 $\lambda/16$ 、 $\lambda/4$ となるようにした。開口を通過した光波はレンズによってフーリエ変換される。その強度分布を冷却CCDで撮像しパーソナルコンピュータに取り込んだ。

位相回復アルゴリズムにはHIO-ER (HIO 100回+ER 200回, HIO: $\beta=0.5$)を用い、初期予想をランダム分布とし、Sun SPARC stationによって128 \times 128画素の強度分布から位相回復を行った。

開口面におけるサンプリング間隔 δx は、

$$\delta x = \lambda f / N \delta u \quad (6)$$

(λ :光源の波長, f :フーリエ変換レンズの焦点距離, N :サンプル点数, δu :回折像のサンプリング間隔)であり、これが顕微鏡の横分解能を与える。 δx の値は、ディテクターの張る角度で決定されるものである。この実験系においては、 $f=70\text{ mm}$, $N=128$, $\delta u=39\mu\text{m}$ であり、式(6)より計算される δx は $8.9\mu\text{m}$ である。分解能を改善するためには、回折像を撮像する領域の長さ $N\delta u$ を大きくし、かつ焦点距離 f を短くすればよい。ここでは、 $N\delta u$ ($\approx 5\text{mm}$)はCCDの素子長で制限され、また、CCDカメラの奥まったところに素子があるってレンズの作動距離があまり短くとれないという機械

的制約により、 f の値が制限されている。

今回の実験では、冷却温度 -30°C 、ダイナミックレンジ約5000:1のカメラを回折像の撮像に使用した。撮影された強度分布は、フレームメモリー上で8フレーム加算し、さらに暗電流を低減している。実験結果をFig.3に示す。Fig.3(a)~(c)の下段の位相分布は、対応する上段の円形サポートの中心を通過して縦方向に切った断面図である。横軸は画素番号を表し、1画素が $8.9\mu\text{m}$ に対応している。回復された平面波、光路差 $\lambda/16$ 、 $\lambda/4$ の2種類の球面波のRMSエラーは、それぞれ $\lambda/70$ 、 $\lambda/95$ 、 $\lambda/17$ であった。球面波については、その位相変化に対しておよそ17%、24%の誤差となっている。

また、CCD素子の温度と回復位相のRMSエラーの関係について光路差が $\lambda/16$ の球面波について調べた。その結果をFig.4に示す。CCD素子の温度が低いほど精度のよい測定ができることがわかる。

5. 位相物体モデルの位相回復実験

次に、Fig.5に示す光学系を用いて、位相物体モデルのフーリエ強度分布を測定し、位相回復の実験を行った。位相物体モデルは、Fig.6のフォトマスクを使用して水晶基板上に SiO_2 をパターンニングしたものである。 SiO_2 (屈折率約1.46)の膜厚は約40nmで、透過波の光路差は約 $\lambda/32$ である。この位相物体モデルに直径400 μm の小開口をかけて選んだ2つの領域A、Bにつ

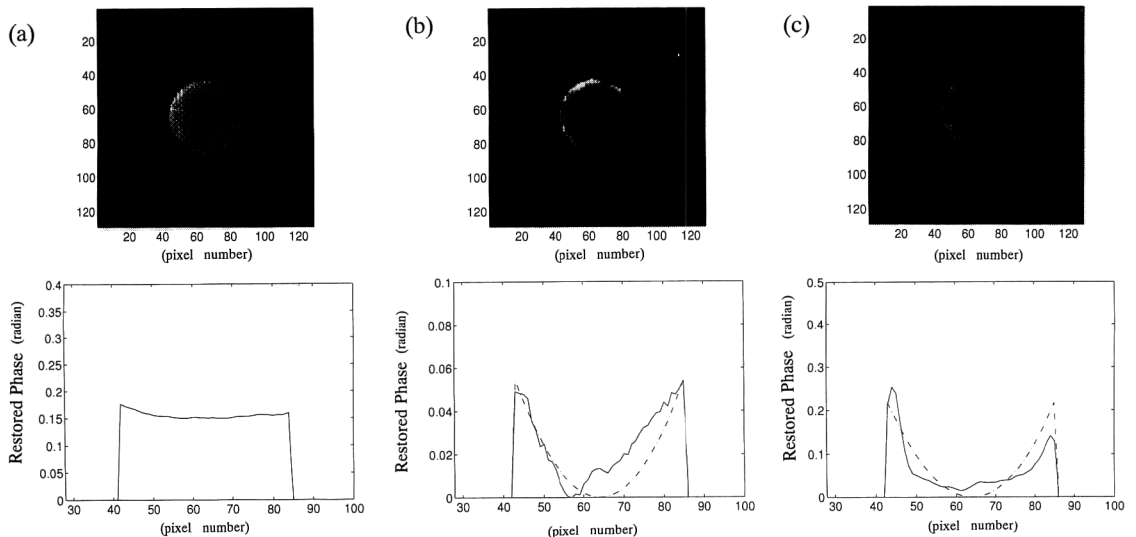


Fig. 3. Restored phase distributions. (a) plane wave, (b) spherical wave with maximum path difference of $\lambda/16$, and (c) spherical wave with that of $\lambda/4$.

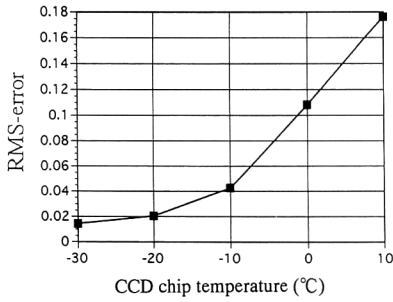


Fig. 4. RMS errors of restored phase distribution vs. CCD chip temperature for the case of spherical wave in Fig. 3(b).

いて透過波のフーリエ強度分布から、位相回復実験を行った。この実験において使用したアルゴリズムは、HIO-ER (HIO 200 回+ER 300 回) で、開口面におけるサンプリング間隔 δx は $6.8 \mu\text{m}$ である。なお、開口面でのサポートは、4 章と 5 章のいずれの実験においても開口よりも 1 画素分だけ大きな半径の円とした。

はじめに、位相物体モデルを置かずに記録した回折像から位相回復した波面を Fig. 7 に示す。光学系の収差により理想的な平面波からずれており、以後の実験ではこの分布を差し引くことによって補正を行った。領域 A の位相回復結果を Fig. 8 に、領域 B の結果を Fig. 9 に示す。Fig. 7~9 において、下段の断面図は、Fig. 3 と同様、対応する円形サポートの中心を通過して縦方向に

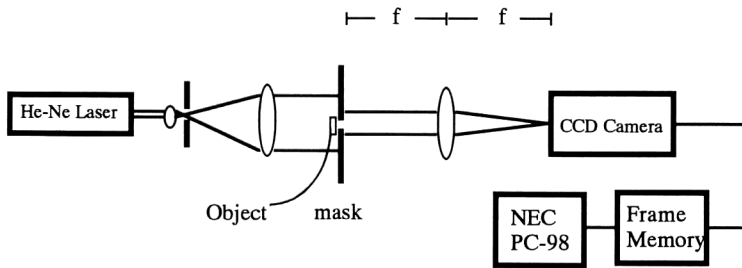


Fig. 5. Experimental set-up for phase retrieval of the fabricated transparent phase object.

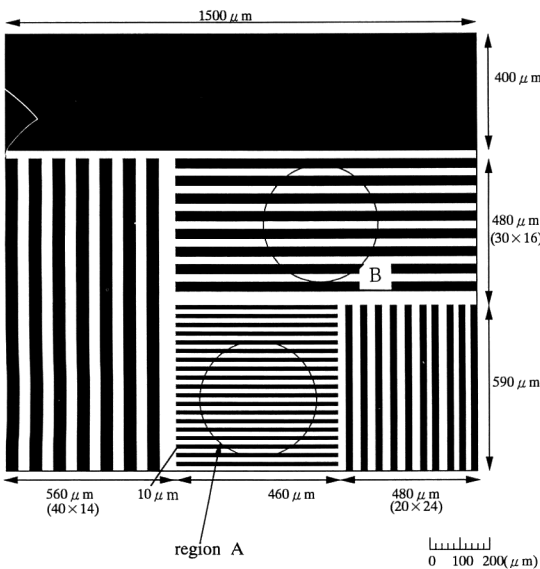


Fig. 6. The photo mask used for the fabrication of the phase object. Two regions A, B were selected by small aperture ($400 \mu\text{m}\phi$).

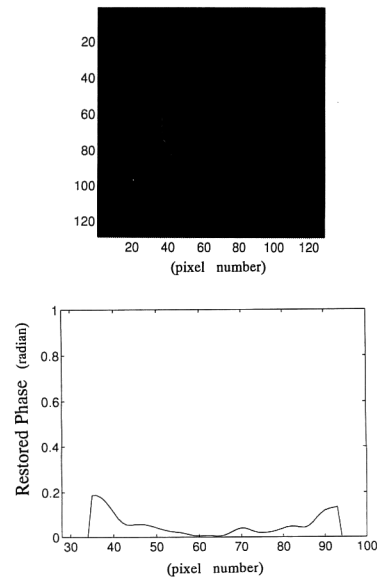


Fig. 7. Restored phase distribution for a nominal plane wave. The phase object is removed from the optical set-up in Fig. 5.

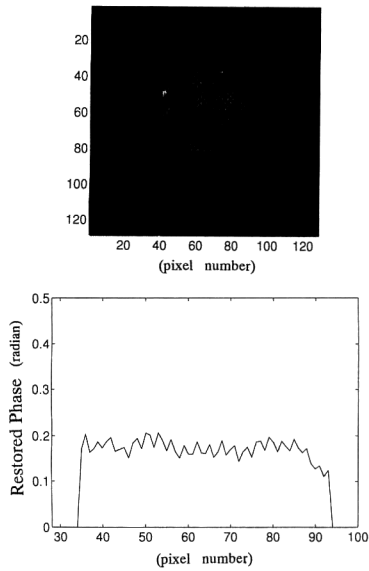


Fig. 8. Restored phase distribution for the region A of the phase object model.

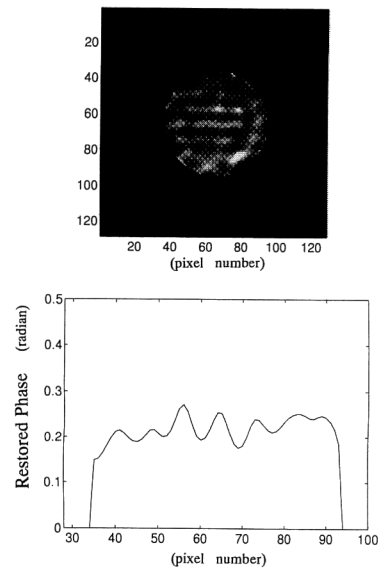


Fig. 9. Restored phase distribution for the region B of the phase object model.

切ったものを表している。横軸は画素番号を表し、1画素が $6.8\ \mu\text{m}$ に対応している。格子状の位相分布の光路差が約 $\lambda/30$ 、格子周期が、それぞれ $10\ \mu\text{m}$ 、 $30\ \mu\text{m}$ とほぼ正確に回復されている。Fig. 8, 9の二次元位相分布において、試料の格子構造以外のゆらぎが存在する。これは、回折像強度分布を撮像する際の量子化誤差によるものが大きいと考えられる。ダイナミックレンジのさらに広い CCD を用いることによって、このゆらぎを減少させることが期待できる。

6. ま と め

フーリエ反復アルゴリズムを用いて、二次元の微小位相分布測定が実験的にできることを示した。特に、フーリエ強度分布の測定にダイナミックレンジの大きい冷却 CCD カメラを用いることによって、高感度の位相分布測定が可能となることがわかった。今後は、本方法を生

物試料などの観察にも適用していきたい。

本研究の一部は、文部省科学研究費 (04452107) と早稲田大学特定課題研究 (95 B-8) の援助により行われた。

文 献

- 1) W. O. Saxton: *Computer Technique for Image Processing Electron Microscopy* (Academic Press, New York, 1978).
- 2) J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison," *Appl. Opt.*, **21** (1982) 2758-2769.
- 3) T. Iwai and H. Masui: "Application of the phase retrieval method to the refractive index profiling of an optical fiber," *Opt. Commun.*, **72** (1989) 195-201.
- 4) 小柳晴揮, 大久保英彦, 小松進一: "フーリエ反復法を用いた位相分布測定—冷却 CCD カメラの利用—", 第 54 回応用物理学学会学術講演会, 29 aSA 11, 予稿集 No. 3 (1993) p. 882.
- 5) S. Komatsu and J. C. Dainty: "Estimation of a 2D phase distribution using a Fourier iteration method," *Appl. Opt. Dig.* (1990) 293-294.