

# 回折光学素子を用いた光学設計

鈴木 等・高田 聰

光の回折現象を利用した回折光学素子は、古くから回折格子やフレネルゾーンプレートが用いられてきた。また、近年のホログラフィック光学素子や、フォトリソグラフィー技術によって作られるバイナリー光学素子も回折現象を利用した素子である。最近はこれらの素子を総称して、DOE (diffractive optical element) と呼ぶことが多くなってきた。

DOE は回折の原理により設計され、反射・屈折の法則で設計されるレンズ・プリズムなどの光学素子とは、別の手法で設計されることが多かった。しかし、近年の超精密加工技術とフォトリソグラフィー技術の進展で、DOE の設計・製作の自由度が高まり、レンズなどの通常の光学素子で構成される光学系にも DOE を構成要素として用いることができるようになってきた。本稿では DOE の応用として、従来の屈折型レンズと回折型レンズ（キノフォーム）を組み合わせて収差補正をする結像光学系の設計方法を解説する。

## 1. 回折型レンズの特性

### 1.1 回折型レンズによる位相変換

レンズ作用をもつ DOE としては、振幅型の FZP（フレネルゾーンプレート）が古くから知られているが、1 次回折光の回折効率は、入射した光に対し 10 % の効率しか得られない。しかし、図 1(b) のように位相型の FZP の各輪帯の形状を最適化すると、設計波長に対し 100 % の回折効率が得られる。このような自由曲面をも

った DOE はキノフォームと呼ばれ、図 1(a) の通常のレンズと同じ集光機能をもつ。ただし、レンズが連続した球面波で集光するのに対し、1 次回折光で最適化されたキノフォームは、各輪帯ごとに 1 波長だけ位相が遅れた離散的な球面波の波面要素として集光する。

### 1.2 回折効率

回折効率の計算は、基盤の屈折率を  $n$ 、波長を  $\lambda$  としたとき、キノフォームの厚さ（段差  $d$ ）と輪帶の間隔（ピッチ  $L$ ）との関係が

$$Q = \frac{2\pi\lambda d}{nL^2} \quad (1)$$

の式で与えられる  $Q$  の値により計算方法が異なる<sup>1)</sup>。  $Q \ll 1$  の場合はスカラー理論により計算できるが、それ以外の場合はベクトル理論による計算が必要になる。ここでは、スカラー理論の適用できるキノフォームの形状だけを考える。

図 1(b) のキノフォームの透過関数  $t(r)^{2)}$  は、各ゾーンの位相変化が周期関数となることから

$$t(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp[-i\pi(\alpha-m)] \operatorname{sinc}(\alpha-m) \exp\left[\frac{-i\pi r^2}{\lambda(f/m)}\right] \quad (2)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda'} \left[ \frac{n(\lambda') - 1}{n(\lambda) - 1} \right] \approx \frac{\lambda}{\lambda'} \quad (4)$$

と表される。ここで、 $r$  は径方向の光軸からの距離、 $\lambda$  は基準波長、 $\lambda'$  は他波長、 $f$  は基準波長の 1 次回折光の焦点距離、 $n$  は屈折率、 $m$  は回折次数である。式(2) の最後の指標項は、透過光が  $\lambda(f/m)$  の曲率半径をもつ球面波の集まりであることを意味し、キノフォームが

$$f_{\text{kinoform}} = \frac{\lambda}{\lambda'} \frac{f}{m} \quad (5)$$

Optical design for diffractive lens system (1996 年 7 月 26 日受理)

Hitoshi SUZUKI, Akira TAKADA (株)トプロン光学技術部  
(〒174 東京都板橋区蓮沼町 75-1)

の無限個の焦点距離をもつレンズであることを示している。そして、各回折次数  $m$  の回折効率は

$$\eta_m = \text{sinc}^2(\alpha - m) \quad (6)$$

で与えられる。式(6)は  $\alpha=1$ ,  $m=1$  のとき、回折効率  $\eta_m$  が 100 % になることを示している。

また、図1(b)の平行光線以外の画角の光線が DOE に入射した場合、DOE 面での光線の角度差を  $\theta$  とすると、その角度に応じ光路差が生じ、回折効率が低下する。この画角による回折効率は、

$$\eta_\theta = \text{sinc}^2\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right) \quad (7)$$

で与えられる。式(6), (7)は、スカラー回折理論から求まる効率で、基盤の屈折率には依存しない。両式から、キノフォームの回折効率を 100 % にできるのは、1 波長、1 画角に対してだけであり、他の波長、他の画角に対しては、1 次以外の回折光が生じることがわかる。図2 に波長による回折効率と画角による回折効率を示す。この図から、実際の設計では、画角より波長による回折効率の方が、像に影響を与えることがわかる。

### 1.3 DOE の分散<sup>3)</sup>

通常のガラスの分散 ( $1/\nu$ )、部分分散比 ( $P$ ) は

$$\nu = \frac{n_1 - 1}{n_2 - n_3} \quad (8)$$

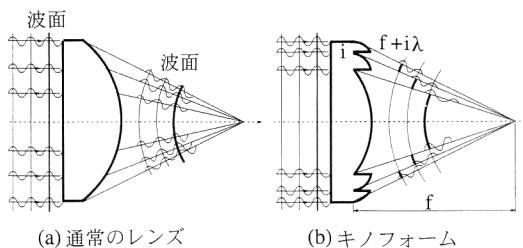


図1 DOE の位相 (波面) 変換機能。

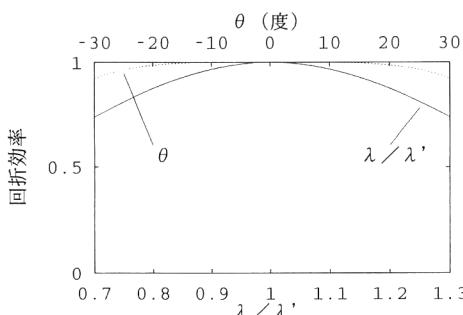


図2 波長・画角による回折効率の変化。

$$P = \frac{n_1 - n_2}{n_3 - n_4} \quad (9)$$

で表されるが、DOE の分散、部分分散比は

$$\nu = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_3} \quad (10)$$

$$P = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_4} \quad (11)$$

で表される。ここで、波長  $\lambda$  は  $\lambda_2 > \lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_4$  の関係にあり  $n_{1,2,3,4}$  は、各々の波長に対応した屈折率である。可視域でよく用いられるガラス BK 7 のアッペ数  $\nu_d = 64.1$ 、部分分散比  $P_{g,F} = 0.5351$  に対し、DOE では  $\nu_d = -3.453$ ,  $P_{g,F} = 0.2956$  になる。これからわかるように、DOE のアッペ数はガラスに比べ 1 衍も小さく、しかも負の符号の特性をもち、また、部分分散比も通常のガラスとかけ離れた値をもつ。このような DOE の分散の特性を利用すると、集光作用をもつレンズだけで色収差を補正することができる。

## 2. DOE の設計方法

DOE 面の位相分布の設計には、位相関数法と等価屈折率法の 2 つの方法が主に用いられている。設計の手順は、図3 のフローチャートに示すように、通常の光学設計と大きく変わるものはない。実線は今までの光学設計のソフトウェアの機能で、破線は DOE の設計のために付け加えなければならない機能である。両者とも、DOE 面で数学的または疑似的に光路長を付け加え、位相変換を行うという意味では、本質的な考え方は同じである。通常の光学設計との大きな違いは、DOE の設計では DOE 面での数学上の位相分布（光路長の分布）を設計

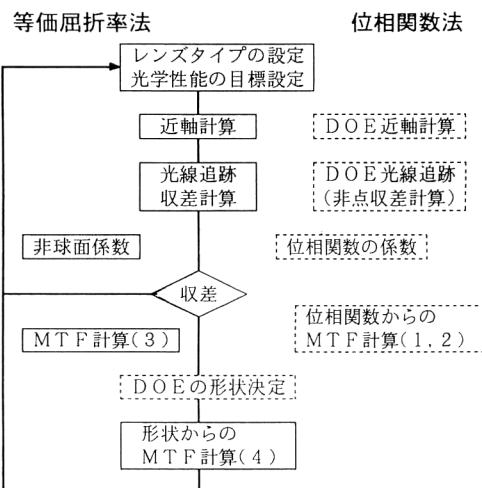


図3 DOE 光学系の設計手順。

した後、実際の形状をもった DOE (キノフォーム) に変換しなければならない点である。ここでは、特にことわりがない場合は、DOE は 1 次回折光で設計されるものとし、光学系は光軸に対し回転対称とする。

## 2.1 位相関数法

DOE が回転対称なときの位相関数  $\phi$  は、光路差の関数  $\phi$  を用い

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \phi(r) \quad (12)$$

$$\phi(r) = \{a_1 r^2 + a_2 r^4 + a_3 r^6 + \dots + a_{10} r^{20}\} \quad (13)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (14)$$

と表せ、位相係数は非球面の設計と同様に自動設計で最適化できる。

近軸光線追跡は、基盤面のパワー  $\varphi_s$

$$\varphi_s = (n' - n)/R \quad (15)$$

に DOE のパワー  $\varphi_{\text{doe}}$

$$\varphi_{\text{doe}} = -2 \times a_1 \quad (16)$$

を加えた合成パワー  $\varphi$

$$\varphi = \varphi_s + \varphi_{\text{doe}} \quad (17)$$

を用いると、通常の近軸計算の式がそのまま使える。ここで、 $R$  は基板面の中心曲率半径、パワー  $\varphi$  は焦点距離  $f$  の逆数である。

また、通常の光線追跡式のベクトル式は

$$n(\mathbf{E} \times \mathbf{Q}) = n'(\mathbf{E} \times \mathbf{Q}') \quad (18)$$

で表されるのに対し、基盤面に DOE を付加した場合の光線追跡式は

$$\mathbf{E} \times (n' \mathbf{Q}' - n \mathbf{Q}) = \frac{m\lambda'}{\lambda} \mathbf{E} \times \nabla \phi \quad (19)$$

になる(図4)。ここで、 $m$  は回折次数、 $\lambda$  は主波長、 $\lambda'$  は他波長である。

また、DOE 面の非点追跡式は、子午面では

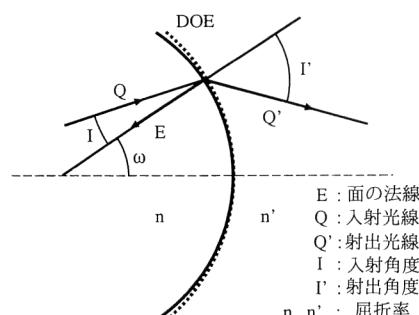


図4 DOE の光線追跡。

$$\begin{aligned} & \frac{n' \cos^2 I'}{t'} - \frac{n \cos^2 I}{t} \\ &= \frac{1}{r} \left\{ n' \cos I' - n \cos I - \frac{m\lambda'}{\lambda} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \sin \omega \right\} \\ & \quad - \frac{m\lambda'}{\lambda} \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial y^2} \cos^2 \omega \end{aligned} \quad (20)$$

球欠面では

$$\begin{aligned} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} &= \frac{1}{r} \left\{ n' \cos I' - n \cos I - \frac{m\lambda'}{\lambda} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \sin \omega \right\} \\ & \quad - \frac{m\lambda'}{\lambda} \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (21)$$

になる。ここで、 $\omega$  は光軸と DOE 面の法線のなす角度、 $t, t'$  は光線に沿った子午面内の物点から像点までの距離、 $s, s'$  は球欠面内での距離である。式(19)～(21)を用いること、任意の回折次数  $m$  の追跡計算ができる。

## 2.2 等価屈折率法(高屈折率法)

位相関数(光路差関数  $\phi$ )で表せる振幅型の DOE 面を局所的に見ると、図5(a)のように、空間周波数  $\nu$  の格子として考えることができる。このとき 1 次回折光の光線の方向  $\theta'$  は

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = \lambda\nu = \sin \theta - \sin \theta' \quad (22)$$

の格子方程式により求まる。

Sweatt の提案した等価屈折率法<sup>4,5)</sup>は、波長  $\lambda$  での位相変換を大きな屈折率と小さな厚さで等価的に行う。具体的には図5(b)に示すように DOE 面を基盤面から切り離し、薄い層をもったダミーのレンズ面を設け、その層に大きな屈折率  $n$  を与え、光路差が  $\phi(r)$  と等価になるようにダミー面の非球面形状を最適化する。屈折率が非常に大きいとき、レンズの厚さを  $D$  とすると

$$D(r) = \frac{\phi(r)}{(n-1)} \quad (23)$$

$$(n-1) \frac{D(r)}{dr} = \sin \theta - \sin \theta' \quad (24)$$

が成り立つ。すると、 $n \rightarrow \infty$  のとき  $D \rightarrow 0$  となり、式

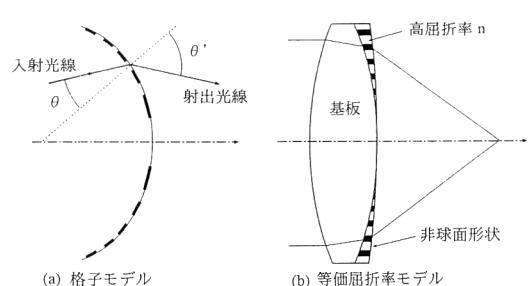


図5 等価屈折率法。

(22)で計算される光線の方向および光路差とまったく同じになる。実際には計算精度を考慮した大きな屈折率を用い、通常は波長に比例した数字にする。また、1次回折光以外の回折光を光線追跡するときは、屈折率  $n$  に回折次数  $m$  を掛けた屈折率を用いる。このように等価屈折率法は高い屈折率を用いることから高屈折率法とも呼ばれ、通常の光学系の設計ソフトウェアの光線追跡式をそのまま用いてDOE光学系の設計をすることができる。

### 3. 設計の実際

#### 3.1 色収差の補正例

DOEを結像光学系に適応する場合、主に色収差の補正を目的とし用いられることが多い。それは、DOEの用途を色収差の補正に限定し屈折レンズと組み合わせて用いると、DOEのパワーが小さくてすみ、輪帯数の少ない製造しやすい形状の設計ができるからである。

ハイブリッド型のDOEを設計するとき、そのレンズの全体の焦点距離を  $f$ 、屈折レンズの焦点距離を  $f_s$ 、DOEの焦点距離を  $f_{\text{doe}}$  とすると、式(8), (10), (17)と色消し条件から、

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_{\text{doe}}} \quad (25)$$

$$\frac{1}{f_s \nu_s} + \frac{1}{f_{\text{doe}} \nu_{\text{doe}}} = 0 \quad (26)$$

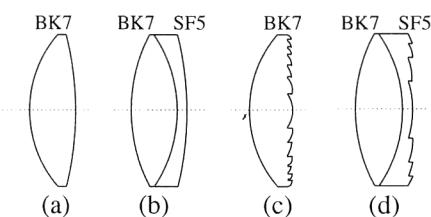


図6 可視域の設計例。(a)通常のレンズ、(b)貼り合せレンズ、(c),(d)DOE。

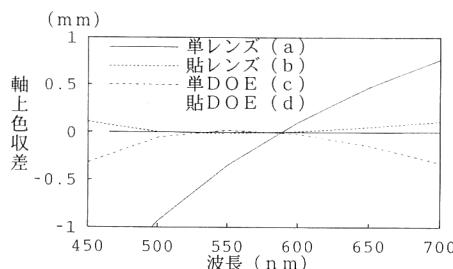


図7 可視域の軸上色収差補正例。

が成り立つ。また、可視域のレンズでは、複数のガラスとDOEを組み合わせると、DOEの部分分散の特性から2次スペクトルを除去したアポクロマートの設計もできる<sup>3)</sup>。これらの条件から設計された可視域のレンズとその軸上色収差を図6、図7に示す。また、赤外域のレンズの例を図8、図9に示す。

#### 3.2 形状の決定

位相関数法または等価屈折率法で設計されたDOEの位相分布をキノフォームの形状に変換する方法を説明する。まず、光路差関数  $\phi$  より基盤に対する削り量  $L$  を

$$L = \frac{\phi(r) + i\lambda}{n-1} \quad i=0, 1, 2 \dots \quad (27)$$

により求める。そして、図10に示すように、基盤(a)に削込み量(b)を加えると、キノフォームの形状(c)に変換できる。しかし、単純にZ軸方向に削り込むと、光線の入射角度が大きな場合、形状変換による光路差の誤差が大きくなる。誤差を少なくするには、入射光線または射出光線に沿って形状を決定するなどいろいろな方法が考えられる。次の方法も誤差を少なくする簡易的な方法のひとつである。図11より

$$d \approx d' \cos \Delta\theta \quad (28)$$

とすると、各輪帶の光路差関数は

$$\phi'(r) = \phi(r) + i\lambda = d'(\cos \Delta\theta \times n - 1) \quad i=0, 1, 2 \dots \quad (29)$$

となり、キノフォームの座標値は

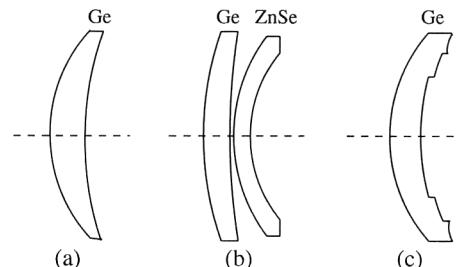


図8 赤外域の設計例。(a)通常のレンズ、(b)ダブルレット、(c)DOE。

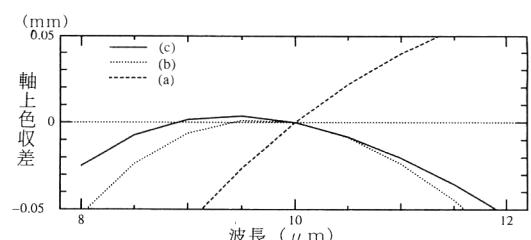


図9 赤外域の軸上色収差補正例。

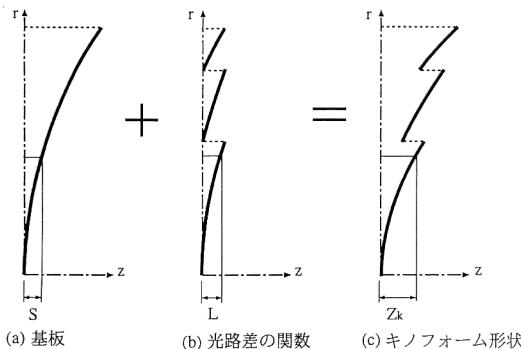


図 10 位相関数からキノフォームへの形状変換。

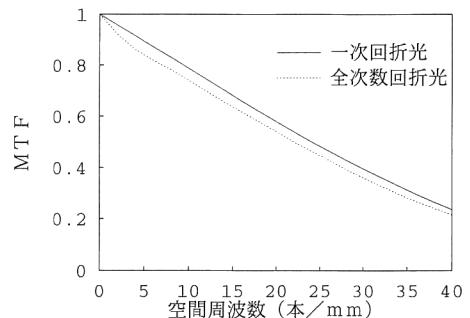


図 12 DOE の白色光 MTF ( $f=100 \text{ mm}$ ,  $F/1.6$ ,  $\lambda=8\sim12 \mu\text{m}$ )。

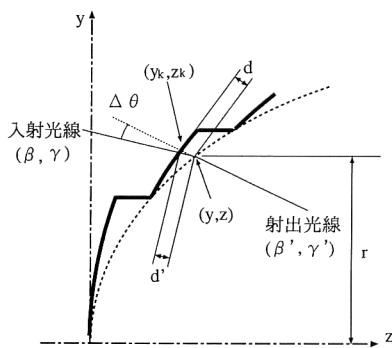


図 11 キノフォームの形状の決め方。

$$z_k = z + \frac{\phi'(r)}{(\cos \Delta\theta \times n - 1)} \beta' \quad (30)$$

$$y_k = y + \frac{\phi'(r)}{(\cos \Delta\theta \times n - 1)} \gamma' \quad (31)$$

となる。ここで、図 11 はメリジオナル面で、 $n$  は基板の屈折率、 $(y, z)$  は光線と基盤面との交点、 $(\beta, \gamma)$  は入射光線の方向余弦、 $(\beta', \gamma')$  は射出光線の方向余弦、 $\Delta\theta$  は入射と射出光線のなす角度、 $(y_k, z_k)$  は形状変換後のキノフォーム面の座標値である。また、画角の異なる光線が入射する場合は、最小 2 乗法により形状を決定することも考えられる。

#### 4. MTF の計算

DOE の回折効率を 100 % にできるのは、1 波長、1 画角に対してだけである。したがって、異なる画角や白色光 MTF (modulation transfer function) の計算は、1 次の回折光以外の光を考慮した計算方法が必要になる。ここでは、図 3 に示したように、MTF の計算方法として 4 つの方法を紹介する。

位相関数法で設計された DOE の MTF の計算方法は

2 つあり、そのひとつは、式(19)で各波長、各回折次数の光線追跡を行い、式(6)の効率をウェイトにして、MTF を計算する方法(1)。また、もうひとつの MTF 計算方法(2)は、基準波長以外の波長の光線が、形状変換後、基準波長の近傍を通ると仮定し、式(19)の光線追跡で、波長  $\lambda'$  での DOE の光路長を

$$\phi_{\lambda'} = \frac{\lambda}{\lambda'} (\phi + i\lambda) \quad i=0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

として MTF を計算する。この方法は、1 次回折光の光線追跡だけですむので計算時間が少ない。しかし、これらの方針(1), (2)は画角に対する回折効率が各光線で異なるため、最適化されない画角に対しては正確な MTF を求めることができない。等価屈折法による方法(3)は、既存の設計ソフトウェアで、各回折次数の回折光の光線追跡をして MTF を求めることができる。しかし、この方法(3)も最適化されない画角に対しては正確な MTF を求めることができない。また、キノフォームの形状に変換した後は、各輪帶の形状が閾数で近似できれば、通常の光学系と同じ MTF の計算方法(4)を用いて、最適化されない画角に対しても正確な MTF を求めることができる。

ここで、図 9(c)の設計例の1次回折光だけの白色光 MTF と方法(4)で算出した白色光 MTF の比較を図 12 に示す。この図から、1 次回折光以外の回折光は、バックグラウンド光として像面に広く分布し、低周波の MTF 値を低下させることがわかる。

本稿では、1 次の回折光で最適化する回折型レンズの設計について解説してきたが、最近、低周波の白色光 MTF の低下を改善する方法として、高次の回折光を用いた設計が提案されている<sup>6)</sup>。回折型レンズの応用範囲を広げる試みとして期待できるが、回折型レンズ特有の

欠点である輪帶の境界で生じる光量損失、散乱の問題は解決できない。また、これらの問題が像に与える影響をシミュレーションするのは難しく、今後の設計上の課題である。これらの欠点のため、収差補正だけを目的とした応用では、回折光学系は通常の光学系が達成できる性能を凌駕できない。しかし、DOEの光学系への適用はコンパクト化、レンズ要素数の削減、コストの低減を可能にするので、用途によっては多くの実用化が期待できる。

## 文 献

- 1) H. Kogelnik: "Coupled wave theory for thick hologram gratings," *Bell Syst. Tech. J.*, **48** (1969) 2909-2947.
- 2) D. A. Buralli, G. M. Morris and J. R. Rogers: "Optical performance of holographic kinoforms," *Appl. Opt.*, **28** (1989) 976-983.
- 3) T. Stone and N. George: "Hybrid diffractive-refractive lenses and achromats," *Appl. Opt.*, **27** (1988) 2960-2971.
- 4) W. C. Sweatt: "Describing holographic optical elements as lenses," *J. Opt. Soc. Am.*, **67** (1977) 803-808.
- 5) W. C. Sweatt: "Mathematical equivalence between a holographic optical element and an ultra-high index lens," *J. Opt. Soc. Am.*, **69** (1979) 486-487.
- 6) D. W. Sweeney and G. E. Sommargren: "Harmonic diffractive lenses," *Appl. Opt.*, **34** (1995) 2469-2475.