

位相情報を組み込んだ繰返し型ブラインドデコンボリューションアルゴリズム

高城 洋明*・高橋 徹**・内田 博彦*・牧 英雄*

*九州工業大学工学部電子工学科 〒804 北九州市戸畠区仙水町 1-1

**大分工業高等専門学校電気工学科 〒870-01 大分市牧 1666

An Iterative Blind Deconvolution Algorithm Making Use of the Inferred Fourier Phase Information

Hiroaki TAKAJO,* Tohru TAKAHASHI,** Hirohiko UCHIDA* and Hideo MAKI*

*Department of Electronic Engineering, Kyushu Institute of Technology, 1-1, Sensuicho, Tobata-ku, Kitakyushu 804

**Department of Electrical Engineering, Oita National College of Technology, 1666, Maki, Oita 870-01

We propose a blind deconvolution method for the case where the blurred image is the convolution of an original image and a point spread function. This method is constructed by incorporating the information on the Fourier phase of the original image, which can be inferred from the convolution image itself, into the iterative blind deconvolution algorithm presented by Ayers and Dainty (Opt. Lett., 13 (1988) 547-549). It is verified by the computer simulations that, in the case where the convolution image is not contaminated by the noise, the deconvolution can be accomplished almost completely without the knowledge on the support of the original image.

1. はじめに

点像応答関数によって乱された観測像から点像応答関数の知識なしに原像を分離する問題、いわゆるブラインドデコンボリューション問題は、天体観測をはじめ光学のさまざまな分野で現れる。この問題を解くためにこれまで多くの方法が開発されているが、それらのひとつに像の非負性などの先駆的知識をフーリエ変換を利用したアルゴリズムのなかで繰返し課すことによって観測像から原像を分離しようとする繰返し型のブラインドデコンボリューション法¹⁾（以下 AD 法と呼ぶ）がある。この方法は、現在最も実用性の高い方法のひとつであるといわれているものの、観測像にノイズが存在せず原像のサポートが正確にわかっているときでさえ、原像を完全に分離できるとは限らない。

一方 Lane と Bates は、新たな観測を行うことなく観測像自身から、原像のフーリエ位相の $\text{mod } \pi$ での情報を入手できることを示すとともに、入手した情報を繰返し型の振幅回復アルゴリズム²⁾に組み込むことによって

原像を回復する方法を提案している³⁾。彼らのシミュレーション結果が示すように、この方法によれば少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には、原像の分離をうまく行うことができる。しかしながらこの方法は後半の振幅回復を行う過程において、原像のサポートについての知識（より具体的にいえば原像に外接するサポートの大きさと位置）を必要とするという重大な欠点を有している。

本論文では、Lane らの方法によって得られた原像のフーリエ位相情報を AD 法に組み込むことによって、少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には、サポート条件を用いることなく原像をほぼ完全に分離できるアルゴリズムが実現できることを示す。

2. アルゴリズムの構築

2.1 位相情報を入手法

観測像 $g(x, y)$ は、原像 $f(x, y)$ と点像応答関数 $h(x, y)$ とのたたみこみ：

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad (1)$$

で表されるものとする。 (x, y) は像空間におけるサンプル点の座標であり x, y は整数である。このとき $g(x, y)$ から $f(x, y)$ を分離することが本論文の目的である。ただし $f(x, y), h(x, y)$ 自身が別の 2 つ以上の信号のたたみこみとして表されることはないものとする。また、 $f(x, y)$ と $h(x, y)$ は非負の実数値をとるものとする。したがって $g(x, y)$ もまた非負の実数値である。

提案するアルゴリズムでは、まず原像のフーリエ位相の $\text{mod } \pi$ での情報を入手する必要がある。それは以下の操作によって入手することができる³⁾。

最初に、観測像 $g(x, y)$ をフーリエ変換し、 $G(u, v)$ を得る。 $G(u, v)$ は

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) \quad (2)$$

となり、 $f(x, y)$ と $g(x, y)$ の各々のフーリエ変換 $F(u, v)$ と $H(u, v)$ の積となる。 u, v は空間周波数である。このとき $G(u, v)$ はオーバーサンプリングされているものとする。すなわち、 $g(x, y)$ の各々の軸方向の最大幅の 2 倍の広さをサンプル空間とする。次に、Fienup によって提案された繰返し型の位相回復アルゴリズム⁴⁾を、 $g(x, y)$ のフーリエ振幅 $|G(u, v)|$ を用いて実行する。ただし、像領域拘束条件として、 $g(x, y)$ に外接する矩形サポートならびに非負条件を用いる（このサポートについては、観測像 $g(x, y)$ 自身から知ることができる）。よく知られているように繰返し型の位相回復アルゴリズムは、通常の用い方ではフーリエ振幅にノイズが存在しない場合でも、停滞するという問題にしばしば悩まされる⁵⁾。しかしながら我々は以前、繰返し型の位相回復アルゴリズムのひとつである hybrid input-output algorithm (HIO) において、そのフィードバック定数を無限に小さくしたアルゴリズム (IHIO) について考察し、このアルゴリズムを単独で用いれば、停滞を起こすことなく解（すなわち与えられたフーリエ振幅をもち、かつ像領域拘束条件を満足する像）に到達し得ることを示した⁶⁾。もちろん IHIO は仮想的なアルゴリズムであり、実際には有限の値のフィードバック定数を用いねばならない。我々は解に到達可能なためのフィードバック定数の上限を理論的に決定するには至っていないが、少なくともこれまでの経験によれば、 128×128 画素以下の規模の像の場合には、フィードバック定数を 0.2 以下の値にすれば停滞問題を回避することができる。本論文では $f(x, y)$ および $h(x, y)$ は他の信号のたたみこみとしては表せないとしているので、 $F(u, v), H(u, v)$ は既約関数である。この場合には、解として次

の 4 通りの像、 $F(u, v)H(u, v), F(u, v)H^*(u, v), F^*(u, v)H(u, v), F^*(u, v)H^*(u, v)$ 、が存在する。したがって、適当な値のフィードバック定数を用い、何通りもの乱数分布の像を初期入力として、HIO を実行することによって、これら 4 通りの像を得ることができる。 $F(u, v)H(u, v)$ は $G(u, v)$ のものであり、 $F^*(u, v)H^*(u, v)$ は $g(x, y)$ の 180 度回転像のフーリエ変換であるので、 $F(u, v)H^*(u, v)$ または $F^*(u, v)H(u, v)$ が新たに得られることになる。ここで $G^+(u, v)$ を

$$G^+(u, v) = F(u, v)H^*(u, v) \quad (3)$$

とおくと、得られた $G^+(u, v)$ と $G(u, v)$ の和は

$$\begin{aligned} G^+(u, v) + G(u, v) &= F(u, v)\{H(u, v) + H^*(u, v)\} \\ &= 2\text{Re}\{H(u, v)\}F(u, v) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ただし、 $\text{Re}\{\cdot\}$ は複素数の実数部分をとる演算を意味する。したがって、 $G^+(u, v) + G(u, v)$ の位相 $\theta(u, v)$ を求めれば $F(u, v)$ の位相かそれと π 異なるもの、すなわち $F(u, v)$ の位相と $\text{mod } \pi$ で等しい位相を入手することができる。ただし、 $f(x, y), h(x, y)$ が未知の段階で HIO を実行して得られた像が $G^+(u, v)$ であるか $\{G^+(u, v)\}^*$ であるかを判断することは不可能である。もしも後者が回復されていた場合、式(4)にかわって

$$\{G^+(u, v)\}^* + G(u, v) = 2\text{Re}\{F(u, v)\}H(u, v) \quad (5)$$

が得られる。したがって、このときに得られる位相は $H(u, v)$ の位相かまたはそれと π 異なったものである。いずれにしても、ここまで処理によって観測像のフーリエ振幅から、原像と点像応答関数のフーリエ位相の $\text{mod } \pi$ での情報が得られる。しかし、このようにして得られた情報のどちらが原像に対応し、どちらが点像応答関数に対応するものであるかをこの時点で判断することはできない。

2.2 位相情報の AD 法への組込み

我々の提案するアルゴリズムがいかに構築されるかを述べるために、以下ではまず AD アルゴリズムについて簡単に触れる。

Fig. 1 に AD アルゴリズムのブロック図を示す。このアルゴリズムでは k 回目の繰返しにおいて、像領域拘束条件を満足する原像の推定 $\tilde{f}_k(x, y)$ をフーリエ変換し $\tilde{F}_k(u, v)$ を生成する。ついで、 $\tilde{F}_k(u, v)$ にフーリエ領域拘束条件（式(2))）を課し、点像応答関数 $h(x, y)$ の推定のフーリエ変換 $\tilde{H}_k(u, v)$ を得る。さらに、 $\tilde{H}_k(u, v)$ を逆変換し、得られた $\tilde{h}_k(x, y)$ に像領域拘束条件を適用して $\tilde{h}_k(x, y)$ を求める。以後 F と H を入

れ替えれば上に述べたのと同じ操作を施すことにより, $k+1$ 回目の原像の推定 $\tilde{f}_{k+1}(x, y)$ を得る。本論文では, 像領域の拘束条件として, 非負条件とサポート条件の両方を用いた場合, あるいは非負条件のみを用いた場合について検討する。

さて, AD アルゴリズムにおける 2 つの量 $\tilde{F}_k(u, v)$ と $\hat{F}_k(u, v)$ をそれぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{F}_k(u, v) &= |\tilde{F}_k(u, v)| \exp[i\tilde{\phi}_k(u, v)] \\ \hat{F}_k(u, v) &= |\hat{F}_k(u, v)| \exp[i\hat{\phi}_k(u, v)]\end{aligned}\quad (6)$$

と表すことにする。我々は 2.1 節の方法で得られた位相情報を積極的に利用するため, 上式の $\tilde{\phi}_k(u, v)$ と $\hat{\phi}_k(u, v)$ を $\theta(u, v)$ で置き換えることを考える。しかしながら, $\theta(u, v)$ は原像のフーリエ位相と $\text{mod } \pi$ では等しいが, 一般に $\text{mod } 2\pi$ では等しくない。したがってそれらを直接的に置き換えるのはむしろ有害であると考えられる。そのために我々は, Lane らが考案したのと同様の方法³⁾を用いることにする。すなわち, $\tilde{\phi}_k(u, v)$ と $\hat{\phi}_k(u, v)$ のそれぞれについて, $\theta(u, v)$ と $\theta(u, v) + \pi$ のうち近いほうの値で置き換える。我々の提案する

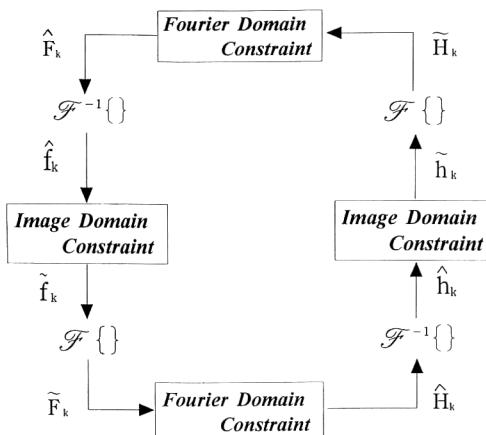


Fig. 1. Block diagram of AD algorithm.

アルゴリズムはこの操作を $\tilde{F}_k(u, v)$ と $\hat{F}_k(u, v)$ が生成された直後に加えることによって構築される。

3. シミュレーションによる検討

提案したアルゴリズムの性能を観測像にノイズが存在しない場合について AD 法と比較して検討する。シミュレーションで用いる観測像は Fig. 2(a) に示す 32×32 の画素からなる像である。この観測像は Fig. 2(b) に示す原像と Fig. 2(c) に示す点像応答関数とのたたみこみ像である（原理的には Fig. 2(b) と (c) のどちらを原像と考えてもよいが, ここでは Fig. 2(b) を原像と考えることにする）。アルゴリズムの収束を評価するために次式で定義するフーリエエラー E_{F_k} :

$$E_{F_k} = \left[\frac{\sum_{u,v} |G(u, v) - \tilde{F}_k(u, v)\tilde{H}_k(u, v)|^2}{\sum_{u,v} |G(u, v)|^2} \right]^{1/2} \quad (7)$$

を用いる。これは像領域拘束条件を満たす推定像がフーリエ領域拘束条件にどの程度違反しているかを表す尺度である。また, 我々のシミュレーションの主たる目的は位相情報を組み込むことの効果を明らかにすることであるので, 像領域拘束条件の適用の仕方としては最も基本的で単純なもの, すなわち像領域拘束条件を満足しない点の像の値をゼロにする, を採用する。ただし, この場合には, 各繰返しにおいて像のエネルギーが変動し, アルゴリズムが不安定となる危険性があるので, エネルギー保存のための処理を施す。すなわち, フーリエ領域拘束条件を満足する推定像 $\tilde{f}_k(x, y)$ を, それが生成された直後に $\alpha_k \tilde{f}_k(x, y)$ で置き換える。ただし, α_k は

$$\sum_{u,v} [\alpha_k \tilde{f}_k(x, y)]^2$$

が前もって与えられた一定値になるように選ばれる正の数である。

まず, 像領域の拘束条件として非負条件だけでなくサポート条件をも用いた場合について検討する。ただし, 用いたサポートは原像および点像応答関数に外接する矩

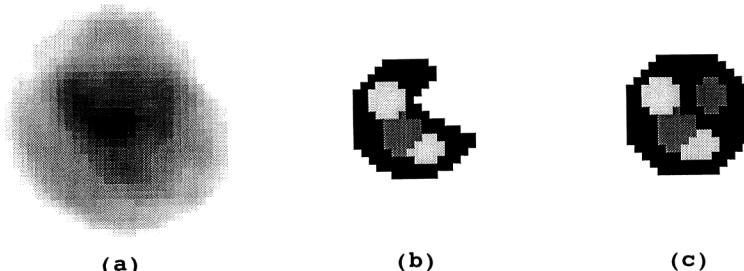


Fig. 2. Numerical experiments of the blind deconvolution. (a) Convolution image, (b) original image, (c) point-spread function.

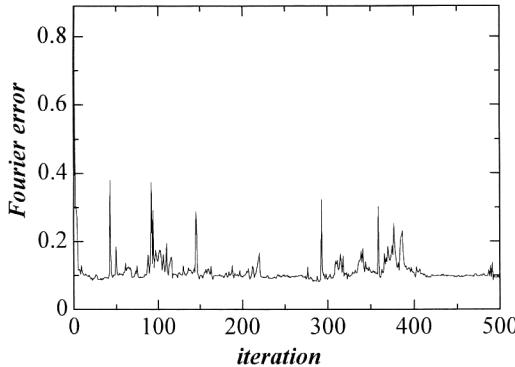


Fig. 3. E_{F_k} vs. the iteration number for AD algorithm. In addition to the nonnegativity constraint, the support constraint is imposed as the image domain constraints.

形サポートである。AD アルゴリズムを実行した場合の E_{F_k} と繰返し回数との関係の一例を Fig. 3 に示す。初期推定像には乱数像を用いた。ノイズが存在しない場合にもかかわらず、 E_{F_k} は 0.1 程度以下の値にはならず、しかも不規則に変動している。Fig. 4(a), (b) は、1000 回の繰返しのうちで、 E_{F_k} が最小となったときの推定像である (E_{F_k} の最小値は 0.82×10^{-1})。Fig. 2(a) の観測像と比べると、原像はそして点像応答関数も、少なくともその特徴がわかるまでに回復されており、AD 法が有効であることを示しているが、回復は完全ではないことがわかる。シミュレーションの場合には、原像がわかっているので、推定像 $\tilde{f}_k(x, y)$ の原像に対する平均自乗誤差 E_{T_k} :

$$E_{T_k} = \left[\frac{\sum_{x,y} \{ \tilde{f}_k(x, y) - f(x, y) \}^2}{\sum_{x,y} f^2(x, y)} \right]^{1/2} \quad (8)$$

を求める能够である。Fig. 4(a) の像の場合には $E_{T_k} = 0.48$ である。

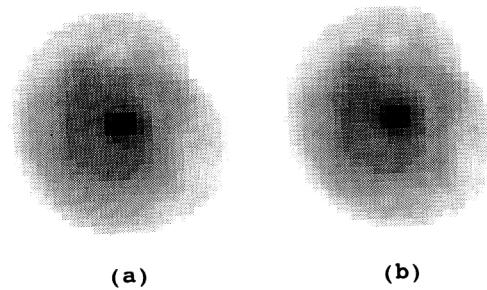
つぎに我々の提案したアルゴリズムを用いた場合について検討する。乱数分布の像を初期入力とし、観測像のフーリエ振幅 $|G(u, v)|$ から HIO アルゴリズムを用いて得られた像の一例を Fig. 5(a) に示す。ただし、フィードバック定数は 0.2 とした。Fig. 5(b) は原像および点像応答関数の真の値から計算した $F(u, v)H^*(u, v)$ をフーリエ逆変換することによって作成した $g^+(x, y)$ を示したものである。両図の比較から、この例の場合には 2.1 節で議論した 4 通りの像のうちの $g^+(x, y)$ が得られていることがわかる。我々はいく通りもの乱数像を初期入力にして HIO を実行した結果、4 通りの像のす



(a)

(b)

Fig. 4. The images deconvolved in the experiment shown in Fig. 3. (a) Original image, (b) point spread function.



(a)

(b)

Fig. 5. Comparison of (a) the image recovered from the Fourier modulus of the convolution image using HIO algorithm with (b) $g^+(x, y)$ obtained by taking the inverse Fourier transform of $F(u, v)H^*(u, v)$.

べてが得られることを確認した（他の 3 つは、Fig. 2(a) とその反転像、および Fig. 5(a) の反転像なので、あらためては掲げない）。また、これら 4 通りの像以外の像は得られなかった。Fig. 5(a) の $g^+(x, y)$ を使って求めた $\theta(u, v)$ の、原像のフーリエ位相 $\phi(u, v)$ に対する、mod π における平均自乗誤差 E_p は 0.38×10^{-2} rad であった。ただし、 E_p は、

$$E_p = [N^{-2} \sum_{u,v} \{ [\theta(u, v) - \phi(u, v)]_w \}^2]^{1/2} \quad (9)$$

で定義され、

$$[\theta(u, v) - \phi(u, v)]_w = \theta(u, v) - \phi(u, v) + m\pi \quad (10)$$

であって、 m は

$$-\frac{\pi}{2} < [\theta(u, v) - \phi(u, v)]_w \leq \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

が成立するように選ばれる整数である。また、 N^2 はサンプル点の総数で、 64×64 である。

Fig. 6 に、上に求めた $\theta(u, v)$ を使い、提案したアルゴリズムを実行した場合の E_{F_k} と繰返し回数との関係を示す。AD アルゴリズムの場合と異なり、 E_{F_k} は 0.83×10^{-3} までに減少する。Fig. 7(a), (b) はこの場合に得られた回復像であり、 $E_{T_k} = 0.15 \times 10^{-2}$ である。AD アルゴリズムの場合と比べて E_{F_k} 、 E_{T_k} とも 2 術減

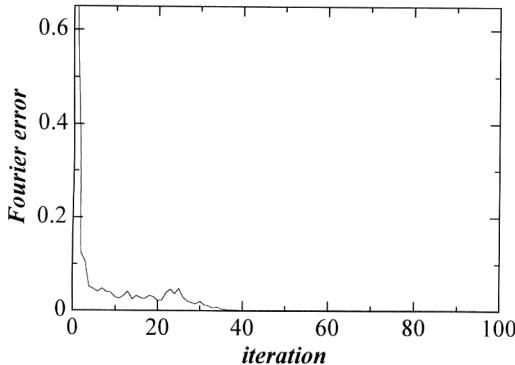
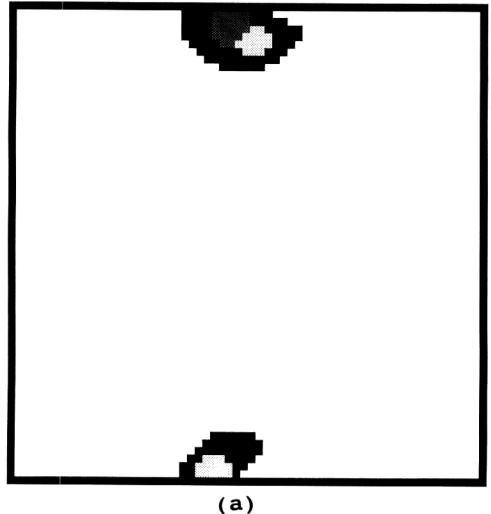


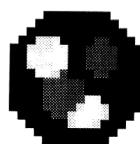
Fig. 6. E_{F_k} vs. the iteration number for the proposed algorithm. In addition to the nonnegativity constraint, the support constraint is imposed as the image domain constraints.



(a)



(a)



(b)

Fig. 7. The images deconvolved in the experiment shown in Fig. 6. (a) Original image, (b) point spread function.

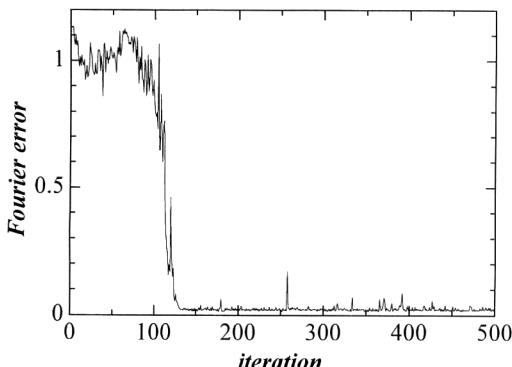
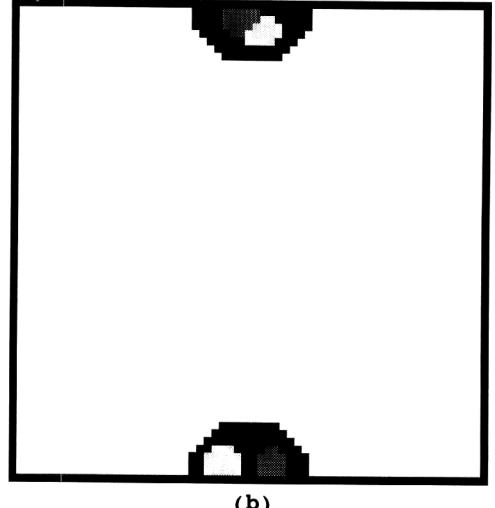


Fig. 8. E_{F_k} vs. the iteration number for the proposed algorithm. Only the nonnegativity constraint is imposed as the image domain constraints.

少しており、回復像は、Fig. 2(b), (c)に示す原像および点像応答関数とほとんど区別がつかない。

以上の結果が示すように、提案したアルゴリズムは Lane らのアルゴリズムと同様に、原像に外接するサポートがわかっている場合には原像をほぼ完全に分離する



(a)

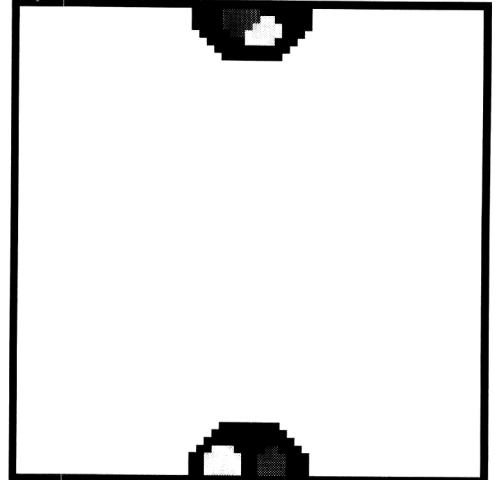


Fig. 9. The images deconvolved in the experiment shown in Fig. 8. (a) Original image, (b) point spread function.

ことができる。しかしながら、多くの場合原像の先驗的情報として得られるものは像の非負性のみである。つまり原像のサポートについては、たたみこみの定義から、最大でも観測像の大きさであるということ以外に、それに関する知識を得ることは困難である。したがって、もしも提案するアルゴリズムが原像のサポートを必要不可欠とするならば、Lane らのアルゴリズムと同様に、実用上大きな欠点をもっているといわざるを得ない。我々は、提案するアルゴリズムの能力をさらに確かめるため、像領域の拘束条件としてサポート条件を用いずに非負条件だけを用いた場合の検討を行う。

サポート条件を課さないこと以外は、先に示した例と同じ状況で提案したアルゴリズムを実行した場合の E_{F_k} と繰返し回数との関係を Fig. 8 に示す。 E_{F_k} は繰返しの少ない間は 1.0 程度の値を中心に不規則に変動しているが、突然減少しその後は若干不規則な変動はするものの、 0.2×10^{-1} 程度の値をとり続けている。Fig. 9(a), (b) は、1000 回の繰返しのうちで E_{F_k} が最小となるときの回復像 ($E_{F_k} = 0.11 \times 10^{-1}$, $E_{T_k} = 0.66 \times 10^{-2}$) である。サポート条件を課した場合と比べて、 E_{F_k} の最小値は約 10 倍になっているものの E_{T_k} は 10^{-2} 以下に留まっている。回復像は、半周期 (32 画素) 位置ずれを起こしてはいるが、原像とほとんど区別はつかず、回復はほぼ完全であるということができる (位置ずれを明確に示すためこの図に限り 64×64 の全領域を外枠をつけて示す)。

我々は、初期像をいく通りにも変えて、シミュレーションを行ったが、1000 回以内で、以下の 4 種類の像のどれかを Fig. 9 と同程度の完全さで回復することができた。

- (1) 原像そのもの
- (2) 原像が水平方向に半周期位置ずれを起こしたもの
- (3) 原像が垂直方向に半周期位置ずれを起こしたもの
- (4) 原像が水平、垂直いずれの方向にも半周期位置ずれを起こしたもの

原像が垂直方向に半周期位置ずれを起こした像 $f_s(x, y) = f(x, y + N/2)$ のフーリエ変換 (より正確にいえば離散フーリエ変換) $F_s(u, v)$ は、推移則を使って

$$\begin{aligned} F_s(u, v) &= \mathcal{F}\left\{f\left(x, y + \frac{N}{2}\right)\right\} = F(u, v) \exp\left(i \frac{2\pi v}{N} \frac{N}{2}\right) \\ &= F(u, v) \exp(i\pi v) \quad (12) \end{aligned}$$

と表せる。したがって、その位相 $\phi_s(u, v)$ は $F(u, v)$ の位相 $\phi(u, v)$ と

$$\phi_s(u, v) = \begin{cases} \phi(u, v), & \text{when } v \text{ is even,} \\ \phi(u, v) + \pi, & \text{when } v \text{ is odd} \end{cases} \quad (13)$$

の関係にある。すなわち $\phi_s(u, v)$ は $\phi(u, v)$ と $\text{mod } \pi$ での同位相である。水平方向、あるいは水平、垂直いずれの方向にも半周期位置ずれをした像についても同様のこと�이える。したがって、提案したアルゴリズムにとって、これらの像は解として原像と同等の資格をもつ。提案したアルゴリズムが原像を含め、これらの像のどちらかを回復するのは、このためであると考えられる。ブラインドデコンボリューション問題においては、多くの場合像の位置についての情報を得ることよりも形を正確に知ることのほうが重要である。したがって観測像にノイ

ズが存在しない場合とはいえ、サポート条件を用いずに原像の形をほぼ完全に分離できる能力を有していることは、提案したアルゴリズムのもつ大きな長所であるといふことができる。

4. まとめ

本論文で我々は、観測像より推定できる原像のフーリエ位相の $\text{mod } \pi$ での情報を AD アルゴリズムに組み込んだブラインドデコンボリューションのためのアルゴリズムを構築し、その性能を計算機シミュレーションによって確かめた。その結果、提案したアルゴリズムは、少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には、原像についてのサポート条件を課すことなく原像をほぼ完全に分離できることがわかった。ブラインドデコンボリューション問題においては、多くの場合原像のサポートを知ることは困難である。したがって実用的観点からみて、サポート条件を必要としないことは、提案したアルゴリズムのもつ大きな長所であるといふことができる。

AD アルゴリズムはもちろん今回提案したアルゴリズムは非線形演算を含んでおり、その挙動を理論的に解明するのは困難である。そのため我々は、その性能を計算機シミュレーションによって確かめた。したがって、今回得られた結論はあくまでも経験的なものである。理論的な検討を含め、提案したアルゴリズムの挙動のより深い理解、また観測像にノイズが存在する場合のアルゴリズムの収束の可能性、得られた推定像の妥当性などが今後の検討課題である。

文 献

- 1) G. R. Ayers and J. C. Dainty: "Iterative blind deconvolution method and its applications," Opt. Lett., **13** (1988) 547-549.
- 2) M. H. Hayes: "The reconstruction of a multidimensional sequence from the phase or magnitude of its Fourier transform," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., ASSP-**30** (1982) 140-154.
- 3) R. G. Lane and R. H. T. Bates: "Relevance for blind deconvolution of recovering Fourier magnitude from phase," Opt. Commun., **63** (1987) 11-14.
- 4) J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison," Appl. Opt., **21** (1982) 2758-2769.
- 5) J. R. Fienup and C. C. Wackerman: "Phase-retrieval stagnation problems and solutions," J. Opt. Soc. Am. A, **3** (1986) 1897-1907.
- 6) 高城洋明, 高橋 徹: "位相回復におけるハイブリッドインプットアウトプット・アルゴリズムの能力について", 光学, **22** (1993) 419-427.