

位相回復および振幅回復アルゴリズムを用いたブラインドデコンボリューション法の特性

黒木 洋光*・高城 洋明*・高橋 徹**

*九州工業大学工学部電子工学科 〒804 北九州市戸畠区仙水町 1-1

**大分工業高等専門学校電気工学科 〒870-01 大分市牧 1666

Characteristics of the Blind Deconvolution Method Formed by the Iterative Fourier Modulus Retrieval and the Fourier Phase Retrieval Algorithms

Hiromitsu KUROKI,* Hiroaki TAKAJO* and Tohru TAKAHASHI**

*Department of Electronic Engineering, Kyushu Institute of Technology, 1-1, Sensuicho, Tobata-ku, Kitakyushu 804

**Department of Electrical Engineering, Oita National College of Technology, 1666, Maki, Oita 870-01

Recently we proposed a blind deconvolution technique which has convergence property. This method consists of two types of the iterative Fourier transform algorithms. It works for noise-free case. In this paper, we show its effectiveness for the case that the measured image is contaminated by noise.

1. はじめに

観測される像が2つの原像のたたみこみとして表される場合に、原像の知識が不足した状態で観測像から原像を分離する問題はブラインドデコンボリューション問題といわれる。LaneとBatesは観測像のZ変換の零点分布すなわちzero sheetの概念を用いて、観測像から原像が分離可能であることを示した¹⁾。AyersとDaintyはフーリエ変換を利用したアルゴリズムの中で像の非負性等の拘束条件を繰り返し課すことによって原像を分離しようとする繰返し型の手法を提案した²⁾。この方法は強力な方法であるが、観測像がノイズによって乱されていない場合においてさえ原像そのものが常に得られるとは限らず、得られる解の一意性および収束の保証が明らかにされていない。これに対してわれわれは、少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には常に原像を得ることのできる手法の開発を目指し、前回の報告において原像のサポートがわかっているときには収束の保証されたアルゴリズムが実現できることを指摘した³⁾。本報告では、観測像がノイズによって乱されている場合における本手法の能力を検討し、その問題点を明らかにする。

2. ブラインドデコンボリューション法

われわれの提案するブラインドデコンボリューション法は、2種類のフーリエ反復法すなわちFienupによって提案された位相回復法⁴⁻⁶⁾とHayesによって提案された振幅回復法⁷⁾とを組み合わせて構成される³⁾。ここでフーリエ反復法とはフーリエ領域における拘束条件と像領域における拘束条件を繰り返し適用して物体そのものを回復する方法である。すでに文献3)において本手法の基本手順を示したが、後の議論のために以下に記号の導入を含め略記する。

観測像を $g(x)$ とおく。 x はサンプル点の座標である。観測像は原像 $f(x)$ と原像 $h(x)$ とのたたみこみとして表されるものとする。すなわち、

$$g(x) = f(x) * h(x) \quad (1)$$

ここで $*$ はたたみこみを表す。観測像がノイズ $n(x)$ によって乱される場合は、

$$g(x) = f(x) * h(x) + n(x) \quad (2)$$

と記述される。本論文では、 $g(x)$, $f(x)$, $h(x)$ は非負の実数値の物体であるとする。また、 $f(x)$, $h(x)$ 各々がさらに2つ以上の像のたたみこみによって表されることはないものと仮定する。

本手法は以下の 3 つのステップによって構成される。

ステップ 1：観測像のフーリエ変換を $G(u)$ とおく。
 u は空間周波数である。この振幅 $|G(u)|$ と観測像 $g(x)$ に外接する矩形サポートとを拘束条件として、これを満たす解を位相回復法を用いて求める。ノイズが存在せず観測像が式(1)で表される場合には許される解は 4 つある。このうちの 2 つは観測像 $g(x)$ とその反転像 $g(-x)$ である。他の 2 つの解を $g^+(x)$ および $g^+(-x)$ と記す。得られる解が $g^+(x)$ と $g^+(-x)$ のいずれであるかを判断することは不可能であるが、観測像のフーリエ位相と得られた解のフーリエ位相とを比べることによって、得られた解がこれら 2 つに属するか否かを判定することが可能である。

ステップ 2：原像 $f(x)$ のフーリエ変換を $F(u)$ 、その位相を $\psi(u)$ 、また $h(x)$ のフーリエ変換を $H(u)$ 、その位相を $\phi(u)$ とおく。ステップ 1 の解 $g^+(x)$ または $g^+(-x)$ のフーリエ変換と観測像 $g(x)$ のフーリエ変換との積の位相は $2\psi(u)$ であるか $2\phi(u)$ であるかのいずれかである。この位相を用いて振幅回復を行う。このとき、すでにわかっている原像 $f(x)$ のサポートを 2 倍に広げたサポートを拘束条件に用いる。この結果、原像 $f(x)$ のフーリエ振幅 $|F(u)|$ が得られる。

ステップ 3：得られたフーリエ振幅 $|F(u)|$ と原像 $f(x)$ のサポートとを用いて位相回復を実行することにより原像を回復することができる。

各ステップにおける解への収束の判定のために適当な

評価関数を定める。観測像にノイズが存在しない場合には評価関数はゼロに収束する。

3. ノイズの影響

観測像がノイズによって乱されている場合における本手法の能力を計算機シミュレーションを用いて検討する。ノイズとして平均値ゼロの正規乱数を加え、負値となる場合はその絶対値をとる。ノイズの割合を

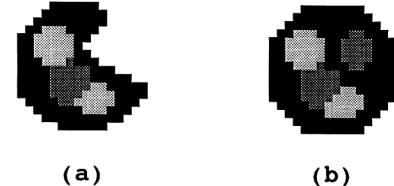


Fig. 1. (a) Original image $f(x)$ and (b) original image $h(x)$.

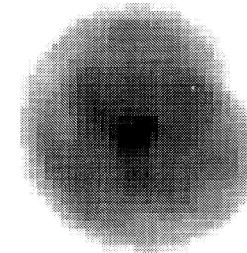
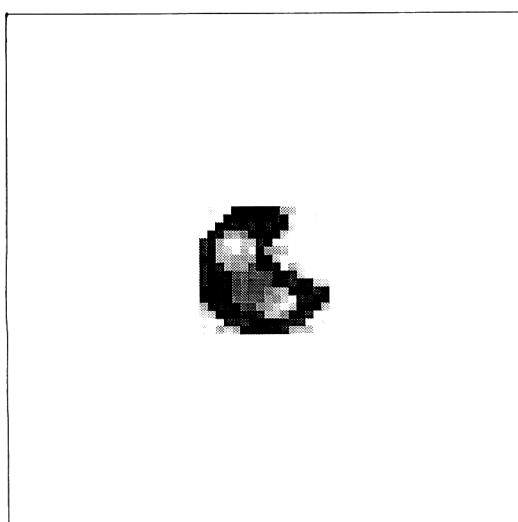
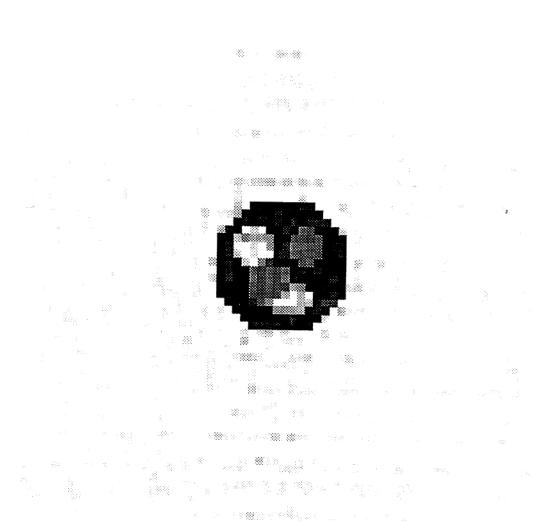


Fig. 2. Convolution image $f(x) * h(x)$.

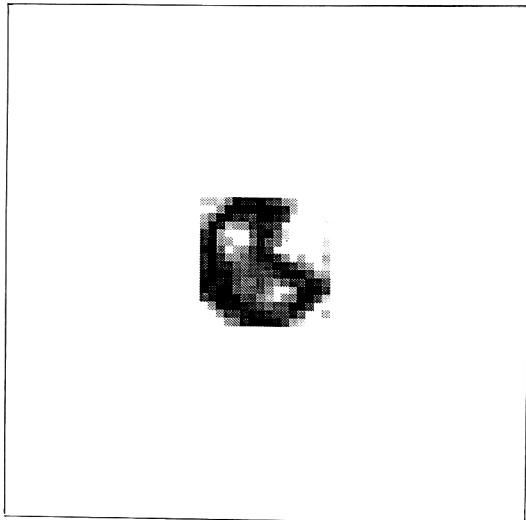


(a)

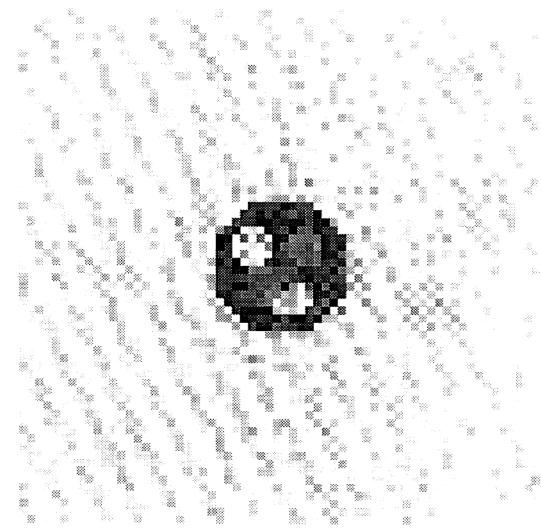


(b)

Fig. 3. Deconvolved images for the case of $N_R=0.01\%$. (a) and (b) are corresponding to $f(x)$ and $h(x)$ respectively.



(a)



(b)

Fig. 4. Deconvolved images for the case of $N_R=0.1\%$. (a) and (b) are corresponding to $f(x)$ and $h(x)$ respectively.

$$N_R = \left[\frac{\sum |n(x)|^2}{\sum |f(x) * h(x)|^2} \right]^{1/2} \times 100 [\%] \quad (3)$$

と定める。原像 $f(x)$ および $h(x)$ として Fig. 1 の (a) および (b) を用いる。Fig. 2 はこれらのコンポリューション像である。

ノイズの割合 N_R を 0.01 % とした場合の推定像を Fig. 3 の (a) および (b) に示す。ステップ 3 で得られた物体が Fig. 3 の (a) であり、この像と観測像 $g(x)$ とを用いて (b) の像が得られる。原像にかなり近い像を推定していることがわかる。

ノイズの割合を増加して N_R を 0.1 % とした場合の推定像を Fig. 4 の (a) および (b) に示す。残念ながら原像に近い像を推定しているとはいがたい。ノイズの割合をさらに増加して 1 % 以上にすると推定像の劣化がさらに進み原像の判別が困難となる場合を生じるようになる。すなわち本手法ではノイズの割合の増加に比して推定像の劣化が大きくなることが判明した。そこで次にこの原因について考察する。

観測像にノイズが存在する場合には解は存在せず評価関数が極小値となる物体のみが存在する。これらの物体はノイズが存在しない場合の解に近い物体である。したがってノイズが存在する場合には、解を求めるのではなく評価関数が最も小さい物体をとりださねばならない。

ところがステップ 1 の位相回復法は評価関数が極小となる物体を通過しながら解を得ようとするアルゴリズムであり⁵⁾、評価関数は単調減少するわけではない。ノイ

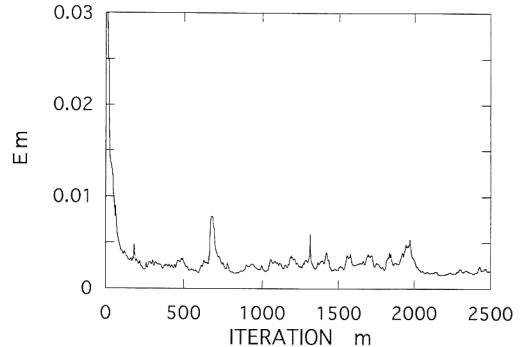
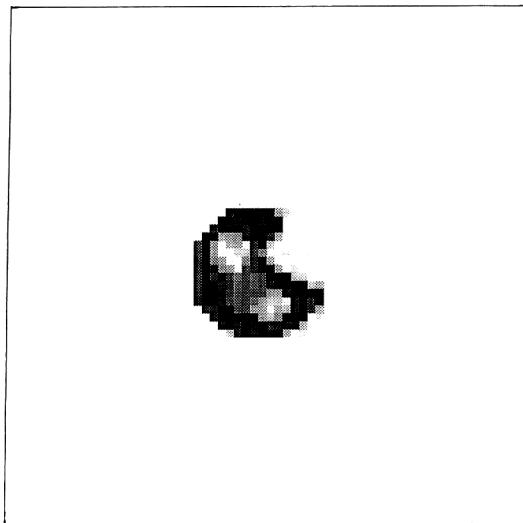


Fig. 5. Error vs. the iteration number at step 1 for the case of $N_R=0.1\%$.

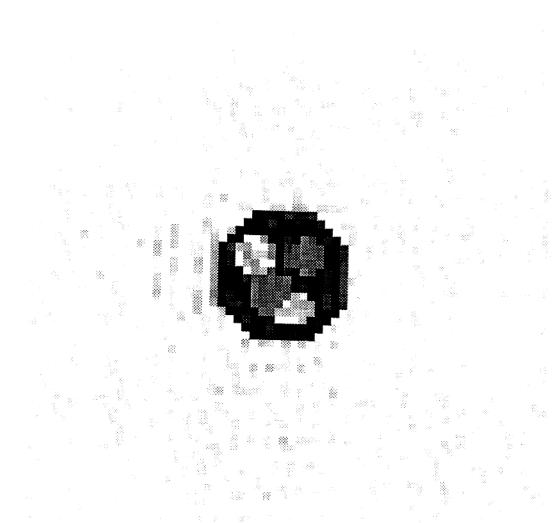
ズの割合 N_R が 0.1 % のときの繰返し回数に対する評価関数の変化を Fig. 5 に示す。ここで評価関数には文献 6) で提案したものを用いている。すなわち繰返し回数 m における推定物体 $g_m''(x)$ のフーリエ振幅 $|G_m''(u)|$ と観測像のフーリエ振幅 $|G(u)|$ との規格化された標準偏差：

$$E_m = \left[\frac{\sum |G_m''(u)| - |G(u)|^2}{\sum |G(u)|^2} \right]^{1/2}$$

である。なおステップ 1 で必要な繰返し回数は非常に大きく、われわれのシミュレーションでは通常 10^4 回以上の繰返し回数を必要とした。したがって Fig. 5 では繰返しごとの変化を示すためにその一部を示している。この Fig. 5 からもわかるように観測像にノイズが存在する場合には評価関数は巨視的には減少するもののゼロに



(a)



(b)

Fig. 6. Deconvolved images as a theoretical limit of proposed method for the case of $N_R=0.1\%$. (a) and (b) are corresponding to $f(x)$ and $h(x)$ respectively.

は収束せず増減を繰り返し続ける。したがって適切な物体の取得が困難となるが、文献6)で述べた方法を用いればノイズがさほど大きくないう限り評価関数の最小となる物体を得ることができるので、Fig. 3に示したように本手法によって原像に近い像を安定して得ることができる。ところが、ノイズが大きくなるに従いステップ1における推定が正しく機能しなくなるために、Fig. 4に示したように最終ステップで得られる推定像が最適な推定とは異なった像になると考えられる。

ステップ1が正しく機能した場合を考察することによってこのことを明らかにし、本手法の理論的限界を求める。シミュレーション上では文献8)で述べた方法を用いてステップ1において収束すべき適切な物体を導くことができる。この物体を用いることによって得られる推定像は本手法で得られる推定像の理論的限界を表しているということができる。Fig. 6(a)および(b)にノイズの割合 N_R が 0.1% のときにステップ1において適切な物体を得た場合の最終的に得られる推定像を示す。Fig. 4よりも良好な回復像の得られていることがわかる。このことはステップ1の位相回復アルゴリズムがさらに改善されることによって、観測像にノイズが含まれている場合における本手法の有効性がさらに向上することを示している。

4. ま と め

先の報告で提案した収束性を有するブラインドデコンボリューション法の有効性を、観測像がノイズによって乱されている場合について検討した。ノイズの割合の増加にともなって推定像は劣化するが、特にステップ1が適切に機能しなくなるため推定像の劣化が大きくなることが判明した。したがって、位相回復法を改良して本手法の理論的限界の推定を達成することが今後の課題である。

文 献

- 1) R. G. Lane and R. H. T. Bates: "Automatic multidimensional deconvolution," J. Opt. Soc. Am. A, **4** (1987) 180-188.
- 2) G. R. Ayers and J. C. Dainty: "Iterative blind deconvolution method and its applications," Opt. Lett., **13** (1988) 547-549.
- 3) 高城洋明, 高橋 徹, 黒木洋光: "収束性の保証されたブラインドデコンボリューション法", 光学, **25** (1996) 55-57.
- 4) J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison," Appl. Opt., **21** (1982) 2758-2769.
- 5) 高城洋明, 高橋 徹: "位相回復におけるハイブリッドインプットアウトプットアルゴリズムの能力について", 光学, **22** (1993) 419-427.
- 6) 高城洋明, 高橋 徹: "ノイズ成分を有するフーリエ振幅からの像回復", 信学論, J 77-D-II, **12** (1994) 2387-2389.
- 7) M. H. Hayes: "The reconstruction of a multidimensional sequence from the phase or magnitude of its Fourier transform," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., ASSP-30 (1982) 140-154.
- 8) 高橋 徹, 高城洋明: "フーリエ振幅からの物体回復における理想推定", 信学論, J 79-D-II, **5** (1996) 1007-1008.