

連続計測のための位相シフト ESPI 法における空間平均効果

周 敏 妞・吉村 武晃*・峯 本 工

神戸大学大学院自然科学研究科 〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1

Characteristics of the Spatial Filtering Effect in Phase-Shifting ESPI for Sequential Out-of-Plane Displacement Measurements

Minniu ZHOU, Takeaki YOSHIMURA and Takumi MINEMOTO

Graduated School of Science and Technology, Kobe University, 1-1, Rokkodai, Nada-ku, Kobe 657

In order to realize sequential measurements of out-of-plane displacement with phase-shifting electronic speckle pattern interferometry (ESPI), the phase-shifted fringe patterns should be ensemble-averaged by means of spatial averaging. In this procedure, the speckle intensity distribution is generally integrated over the effective pixel of diameter D which is several times as large as the real pixel size p . However, if the average size of speckle r_s is less than p , the effective pixel works as an integration averaging filter because many different speckles are included in the pixel area. By appropriately using this condition, the usual smoothing filter can be utilized more effective for averaging the ESPI signal. The statistical measurement errors of the spatially averaged signals and the evaluated displacement have been estimated for each averaging operation.

1. はじめに

ESPI (electronic speckle pattern interferometry) 法は、スペックル干渉パターンを測定し、物体の変位を位相情報から求める。この位相情報を直接かつ正確に求めるのに、位相シフト ESPI 法があり、多くの方法が提案されている。本質的には 2 つのタイプに区別することができる。ひとつは、物体変位前のスペックル干渉パターンを位相シフト法を用いて観測し、位相分布を求める。変位後も同様に位相分布を求める。これらの変位前と変位後に求められた位相の差から物体の変位を導く^{1,2)}。この方法は、fully-resolved スペックルパターンを用いると、スペックルノイズを除去できるとされている。しかし、変位を連続的に測定することは原理的に難しい。他のひとつは、変位前、後のスペックル干渉パターンの差の 2 次モーメント量を測定する。このとき何種類かの位相シフト条件での 2 次モーメント値を求め、それらの演算によって物体の変位を求める³⁾。この方法で位相シフト量を物体変位前にもみ与えて変位量を求めることができるならば、位相シフト ESPI 法は変位の高精

度計測と同時に連続計測が可能になる⁴⁾。しかしながらこのような位相シフト ESPI 法を実現するには、2 次モーメント信号の統計平均を求める必要がある。この統計平均を空間平均効果を利用して実現しようとする、空間平均領域内にスペックルの数が十分に多いことが必要となる⁵⁾。しかし、十分な空間平均のためのその領域の拡大は、空間分解能の低下をまねく⁶⁾。

本研究は、位相シフト ESPI 法を用いて面外変位を連続計測するときに必要な統計平均を行うための空間平均効果を評価する。そのため空間平均値の統計平均値からのずれを標準偏差として理論的、実験的に検討する。まず、空間平均のひとつの方法として検出器の実効的なピクセルサイズによって空間平均される効果を調べる。入射光のスペックル強度はお互いに独立であることから、ピクセルサイズとスペックルサイズの比が標準偏差に与える影響を求める。次に空間平均のもうひとつの方法として、従来から行われている各ピクセルからの検出信号をさらに平均化する方法も検討し、空間平均領域を狭めるためのスペックルサイズの実験条件を決める。この結果を用いた位相量の測定誤差を評価し、高分解能での連続計測の実現について検討する。

*E-mail: yoshimura@in.kobe-u.ac.jp

2. 連続計測の原理

面外変位を計測するための位相シフト ESPI 法の原理図を Fig. 1 に示す。物体面と参照面で散乱された光は結像システムを通して観測面に到達する。観測面上とそれに対応した検出面上での 2 次元位置ベクトルを \mathbf{x} と \mathbf{X} で表す。参照光に位相シフト量 θ を与えたとき、物体が光軸方向に変位する前の観測面での光強度を $I_a(\theta)$ とする。物体が変位し、物体光の位相が ϕ だけ変化したときの観測面での光強度を $I_b(\theta)$ とする。観測面上のある x 点での干渉光強度は

$$\begin{aligned} I_a(\theta) &= A + B \cos(\delta + \theta) \\ I_b(\theta) &= A + B \cos(\delta + \phi + \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

と表される¹⁾。ここで A は DC 成分、 B は物体光と参照光との相関項の振幅、 δ は $\theta=0$ での物体光と参照光との位相差である。物体面と参照面の表面粗さが入射レーザー光の波長に比べて十分大きいとすると、観測面には十分発達したスペックルパターンが現れ、 δ は $(-\pi, \pi)$ の区間で一様に分布し、ゼロ平均値をもつランダム変数となる。物体が変位する前にスペックル干渉光強度 $I_a(\theta)$ を測定し、物体が変位した後に $I_b(\theta)$ を測定するものとする。これらの干渉光強度の差の 2 乗値は

$$\begin{aligned} M_I(\theta) &= [I_a(\theta) - I_b(\theta)]^2 \\ &= B^2 [1 - \cos(\phi - \theta)] [1 - \cos(2\delta + \phi + \theta)] \end{aligned} \quad (2)$$

となる。この値の統計平均値、つまり 2 次モーメント値は $\langle M_I(\theta) \rangle = \langle [I_a(\theta) - I_b(\theta)]^2 \rangle = B^2 [1 - \cos(\phi - \theta)]$ (3) となる。ここで、 $\langle \rangle$ は統計平均を表す。ESPI 法では変位前後のスペックル干渉光強度の相関を電子的演算によって求める。 θ は既知であるから、式(3)を用いて物体の面外変位量を位相変化量 ϕ として求める。

変位量 ϕ を精度よく求めるために、位相シフト法が用いられる。4-steps のアルゴリズムを用いるものとする。変位前に参照光に $\theta=0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の位相シフト量を与え、4 つの $I_a(\theta)$ を測定しフレームメモリーに保存する。物体変位後にスペックルパターン $I_b(\theta)$ を測定し、フレームメモリーに保存する。この 5 つのデータを用いて

$$\frac{\langle M_I(\pi/2) - M_I(3\pi/2) \rangle}{\langle M_I(0) - M_I(\pi) \rangle} = \frac{\langle \sin \phi - \sin(2\delta + \phi) \rangle}{\langle \cos \phi + \cos(2\delta + \phi) \rangle} = \tan \phi \quad (4)$$

のように変位量 ϕ を求めることができる。物体変位後には位相シフト量を与える必要がなく、1 回のデータ収集のみで物体の変位が求められる。このため、ここで用いる位相シフト法では変位量の連続計測が可能になる。

ところで、変位量 ϕ を導くためには式(4)からわかるように $\langle \sin(2\delta + \phi) \rangle = 0$ および $\langle \cos(2\delta + \phi) \rangle = 0$ を満足する条件が必要である。 δ はランダム変数であるから統計平均をとることによってこの条件が満足される。仮に式(2)で統計平均を行わずに、スペックル干渉光強度の差の 2 乗値を計算すると

$$\frac{M_I(\pi/2) - M_I(3\pi/2)}{M_I(0) - M_I(\pi)} = \frac{\sin \phi - \sin(2\delta + \phi)}{\cos \phi + \cos(2\delta + \phi)} = \tan(-\delta) \quad (5)$$

となって、変位情報が全く得られないことがわかる。したがって、位相シフト ESPI 法を用いた物体変位の連続計測法を実現するためには、測定値の統計平均処理を行うことが必要条件である。

物体の変位分布が空間的にゆっくりとしているとしよう。このときスペックル干渉パターンは空間定常性があるものと仮定される。この条件下で空間平均によって統計平均を実現する方法を考える。観測面上に形成されるスペックル干渉パターンのスペックルの平均径を r_s とすると、 r_s は光強度の相関関数の相関長から与えられる。単一のスペックル内での位相 δ は一定であり、異なるスペックル間での位相差はランダムである。異なるスペックルの光強度による信号を空間平均することによって実質的に統計平均をとったことになる。

この空間平均化を行うには 2 つの方法がある。ひとつは検出器自身の空間平均効果を用いる方法である。観測面上でのスペックル干渉パターン $I(x)$ を測定するとき、検出される信号は有限の広がりをもつピクセル内での積分値である。Fig. 1 では、その測定値を $W(X)$ として示してある。スペックルサイズがピクセルサイズより十分小さいとき、お互いに独立に変動するスペックル強度はピクセル内で十分空間平均される。結果的に統計平均である 2 次モーメント値がピクセルの空間平均効果

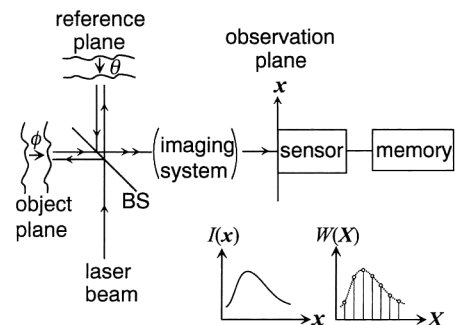


Fig. 1. Schematic diagram of phase-shifting ESPI. BS indicates the beam splitter and sensor does the area sensor.

から求められる。

もうひとつの空間平均化法は、多数のピクセルからの測定値を平滑化する方法である。\$j\$ 番目のピクセルによる検出信号を \$W_j = W(X_j)\$ とし、メモリー内に蓄えられているとする。変位前後の \$W_j\$ の 2 次モーメント値を求めるために、\$j\$ に関して \$n \times n\$ の 2 次元にわたって平滑化する空間フィルターを用いる。このフィルターサイズ \$n\$ が十分大きいとすると、フィルター内には独立した信号が多数含まれる。このためフィルターにより変位前後の信号の差の 2 乗値が平滑化され、空間平均が実現される。

以上のように、位相シフト ESPI 法では検出信号を空間平均化することにより、統計平均が行われ、式(4)から物体面外変位の連続計測の実現が可能である。

3. 空間平均効果の評価

3.1 検出信号の相関性

観測面上に形成されたスペックル干渉パターン \$I(x)\$ を 2 次元配列したピクセルの検出器で検出するとする。各ピクセルの大きさは \$p \times p\$ の正方形とすると、出力信号の大きさはピクセルによって入射光強度が空間的に積分された結果となる。位置ベクトル \$\mathbf{x}\$ での入射光強度 \$I(\mathbf{x})\$ と位置ベクトル \$X_j\$ に出力される信号 \$W_j\$ との関係は、検出器のインパルス応答関数 \$H(\mathbf{x}, X_j)\$ を用いて

$$W_j = \int I(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}, X_j) d\mathbf{x} \quad (6)$$

と表すことができる。ここで、関数 \$H(\mathbf{x}, X_j)\$ は幅 \$p\$ の 2 次元矩形関数で表されるが、ガウス関数

$$H(\mathbf{x}, X_j) = \exp\left\{-\frac{2|\mathbf{x} - X_j|^2}{D^2}\right\} \quad (7)$$

で近似できるとする。このため光検出は光電面上のピクセルの平均強度を出力するのではなく、直径 \$D\$ の平面内に入射してくる光の強度を平均化して \$W_j\$ として出力する。このような空間平均化を行うサイズ \$D\$ を実効ピクセルサイズと呼ぶ。これまで、観測面上とそれに対応する検出面上での位置を 2 次元ベクトル \$\mathbf{x}\$ と \$X\$ とで表した。スペックルパターンが空間的に等方性があるとすると、2 つの直交座標軸方向での信号は同一の統計性を示す。以下では、2 次元位置を簡単に表現するため直交成分 \$x\$ と \$X\$ とを用いて表記するものとする。したがって、\$x\$ と \$X\$ とについて成立する関係は \$y\$ と \$Y\$ 方向についても同様な関係が成立するものとする。\$X\$ 軸を離散化して出力信号を得るときのサンプリング間隔 \$X_{j+1} - X_j\$ は光電面上のピクセル間隔 \$p\$ とは一般には異

なる。後述の実験に使用した検出器では \$X_{j+1} - X_j = 1.06p\$ であった。以下では簡単のため \$X_{j+1} - X_j = p\$ として扱う。つまり各ピクセルの中心位置に対応して \$X_j\$ の位置に検出信号を出力するものとする。

検出信号の統計的性質を反映するものとして、相関関数が利用される。いまスペックル干渉パターンが十分発達しているとすると、\$X\$ 軸上の離散化された間隔 \$r\$ に対する検出信号の相関関数は、式(6)を用いると

$$R(r) = \frac{\langle W(X_j) W(X_j + r) \rangle}{\langle W(X_j) \rangle \langle W(X_j + r) \rangle} - 1 = f \exp\left(-f \frac{r^2}{r_s^2}\right) \quad (8)$$

となる。ここで \$f\$ は空間コヒーレンスファクター

$$f = \frac{1}{1 + (D/r_s)^2} \quad (9)$$

である⁷⁾。\$r_s/D\$ が小さくなると実効ピクセル内に互いに独立な光強度のスペックルが多数個存在するようになる。\$D\$ を一定と考えると、\$r_s\$ を小さくすることによって、相関長 \$(r_s^2 + D^2)^{1/2}\$ が減少する。\$D\$ の大きさは検出信号の相関長に大きく作用するのでその大きさを評価しよう。Fig. 1 のシステムを用いてあるスペックルパターンを実測し、\$W_j\$ から相関関数を求める。式(8)をその実測値にフィッティングすることにより 1 組の \$r_s\$ と \$f\$ とを決定する。次に結像光学系の瞳関数の広がりを変化させ、スペックルサイズ \$r_s\$ を変えた条件で、同様に \$r_s\$ と \$f\$ の組を決定する。このようにして多数の組について求めた結果を Fig. 2 に示す。ここでサンプリング間隔を \$X_{j+1} - X_j = p\$ として表してある。これらの測定値に式(9)をフィッティングすることにより等価的に置き換えたインパルス応答関数における直径 \$D\$ の大きさが求まる。図中の実線は \$D = 2.8p\$ としたときの結果であり、用いた実験システムでは \$D\$ が \$p\$ の 2.8 倍とわかった。このように実効ピクセルサイズが \$p\$ より大きい原因は、1) 光電面上のピクセルは正方形であるがそれを式(7)によって直径 \$D\$ の円形と近似したこと、2) 各ピクセルからの画像は一般に空間周波数について帯域制限されてメモリーに記録されること、などである。これらの原因は検出器にエアセンサーを用いる限り本質的に生じる。\$D\$ が \$p\$ より大きいことは、ピクセルによる空間積分による平均効果がより大きくなる。また逆に、検出信号を平滑化フィルターによって平均する効果は減少することを意味する。たとえば入射光のスペックルパターンのスペックルサイズ \$r_s\$ がピクセルサイズ \$p\$ に等しい場合を考えよう。このとき相関長は \$(r_s^2 + D^2)^{1/2} = 2.97p\$ となる。したがって、間隔 \$r = p\$ で表

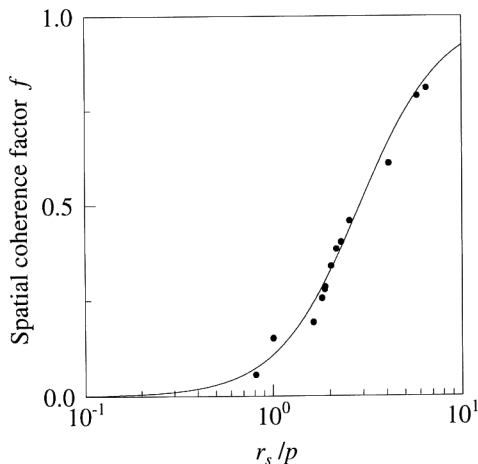


Fig. 2. Dependence of the spatial coherence factor f on r_s/p . The solid curve represents the theoretical result under the condition of $D=2.8p$ and the closed circles represent the experimental results.

される隣り合う位置での検出信号 W_j と W_{j+1} とは相関をもつことになる。もっと極端に入射光強度が空間的に全くランダムな条件の $r_s \rightarrow 0$ であるとしても、相関長は $D=2.8p$ となるため、隣り合う検出信号はやはり相関をもつことになる。空間平滑化フィルターは、 W_j と W_{j+1} とが無相関であればその平均効果が最も高く、統計平均が効率的に実行できる。しかし本研究のようにエリアセンサーを用いるとき、信号間にクロストークが存在するから相関関係は入射光のスペックルサイズ以外に D の大きさにも大きく依存する。

3.2 検出信号の平均効果

式(6)、(7)の定義を用いると、物体変位前、後の検出信号の2次モーメント値は式(3)の代わりに

$$\langle M_w(\theta) \rangle = \langle [W_a(\theta) - W_b(0)]^2 \rangle = f \langle W \rangle^2 [1 - \cos(\phi - \theta)] \quad (10)$$

と書き表され⁸⁾、通常の ESPI 信号が得られる。本論文で扱う位相シフト ESPI 信号は式(4)からわかるように $S(\theta) = M_w(\theta) - M_w(\theta + \pi)$ と表される。したがって物体の変位量 ϕ を求めるには

$$\tan \phi = \frac{\langle S(\pi/2) \rangle}{\langle S(0) \rangle} \quad (11)$$

となる。ここでは X_j での出力のみを扱うので添え字 j を省略して表した。同様に以下では特に区別するとき以外は j を省略する。変位前に $W_a(0)$ 、 $W_a(\pi/2)$ 、 $W_a(\pi)$ 、 $W_a(3\pi/2)$ を、変位後に $W_b(0)$ を測定し、 $S(\pi/2)$ と $S(0)$ とを求め、位相を $\tan^{-1}\{S(\pi/2)/S(0)\}$ から求める。この測定において実効ピクセル内の積分効果により、空

間平均が実行されれば、測定値 $S(\theta)$ を $\langle S(\theta) \rangle$ に近づけることができ、精度よく ϕ を求めることができる。積分平均効果による統計平均の度合いは $S(\theta)$ の標準偏差で評価される。そこで測定値 $S(\theta)$ の分散値を求めると

$$\begin{aligned} \langle \Delta S^2(\theta) \rangle &= \langle [S(\theta) - \langle S(\theta) \rangle]^2 \rangle \\ &= \langle [M_w(\theta) - \langle M_w(\theta) \rangle]^2 \rangle + \langle [M_w(\theta + \pi) - \langle M_w(\theta + \pi) \rangle]^2 \rangle - 2 \langle [M_w(\theta) - \langle M_w(\theta) \rangle][M_w(\theta + \pi) - \langle M_w(\theta + \pi) \rangle] \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

となる。式(12)の右辺第1項と2項は通常の ESPI 信号の分散値であり、任意の ϕ 、 θ を含む場合は

$$\begin{aligned} \langle [M_w(\theta) - \langle M_w(\theta) \rangle]^2 \rangle &= f^2 \langle W \rangle^4 [1 - \cos(\phi - \theta)]^2 \cdot \frac{2(f^2 + 8f + 1)}{(1 + f)^2} \end{aligned} \quad (13)$$

と与えられている⁸⁾。式(12)の第3項は $M_w(\theta)$ 、 $M_w(\theta + \pi)$ が統計的に独立でないために現れる。この項は第1、2項と同様に計算することによって

$$\begin{aligned} \langle \{M_w(\theta) - \langle M_w(\theta) \rangle\} \{M_w(\theta + \pi) - \langle M_w(\theta + \pi) \rangle\} \rangle &= f^2 \langle W \rangle^4 [1 - \cos^2(\phi - \theta)] \cdot \frac{4f}{(1 + f)^2} \end{aligned} \quad (14)$$

と求まる(詳細な求め方を付録に示す)。式(13)、(14)を式(12)に代入することにより $S(\theta)$ の標準偏差は

$$\begin{aligned} \epsilon_w(\theta) &= \frac{\langle \Delta S^2(\theta) \rangle^{1/2}}{\langle W \rangle^2} \\ &= \frac{2f}{1 + f} \{(f^2 + 6f + 1) + (f^2 + 10f + 1) \cos^2(\phi - \theta)\}^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。Fig. 3の実線は式(15)に基づいて、 $\epsilon_w(\theta)$ の r_s/D に対する依存性を示したものである。黒丸は次章で示す装置により測定した実験結果である。ここで、標準的な実験条件 $\theta = \pi/2$ を使い、統計平均を画像全体の平均から求めるため $\phi = 0$ と設定した。実験結果は理論と良好な一致を示しており、統計平均効果を式(15)の $\epsilon_w(\theta)$ で評価できることを示している。 $\epsilon_w(\theta)$ は r_s/D を小さくさせることによって減少することがわかる。 $r_s/D \leq 0.35$ とすると、 $\epsilon_w(\theta)$ をその最大値の1/10以下にまで減少させることができる。

実効ピクセルによる空間平均は、 r_s を D に比べて十分小さくすればよい。しかし、ESPI法ではスペックル強度ゆらぎそのものが信号であり、スペックルサイズが十分小さく、検出器による光強度の空間平均が行われると、式(10)からわかるように信号 $\langle S(\theta) \rangle = \langle M_w(\theta) - M_w(\theta + \pi) \rangle$ も $2f$ に比例して減少する。実験上はこの信号の減少をまねかない平均化法を併用する必要がある。変位量 ϕ の変化がゆっくりとしているとき、信号

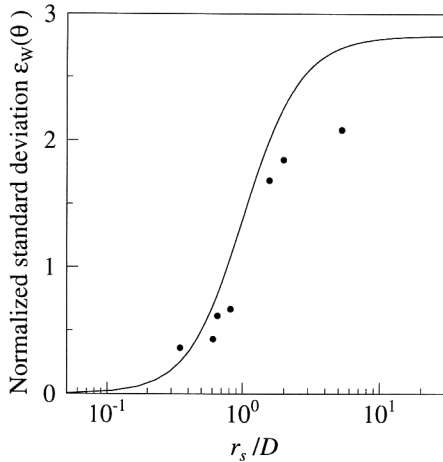


Fig. 3. Dependence of the normalized standard deviation of the signal $S(\theta)$ on r_s/D under the conditions of $\theta=\pi/2$ and $\phi=0$. The solid curve represents the theoretical result and the closed circles represent the experimental results.

$S(\theta)$ も空間的にゆっくりとしている。このとき、 j が異なる検出信号 $S_j(\theta)$ を平均化しても、信号を減少させることがない。この j による平均化はメモリーからの信号を用いて計算機上で $n \times n$ の平滑化フィルターで容易に実行できる。

Fig. 4 は信号 $S_j(\theta)$ が $n \times n$ の平滑化フィルターによって平均化された後の標準偏差 σ を表したものである。白丸は $r_s/D=2.0$ 、黒丸は $r_s/D=0.35$ の場合の実験結果である。 $r_s/D=0.35$ のデータに着目しよう。フィルターサイズ n の増加につれて σ は減少し、フィルター効果が表れている。定量評価するため標準偏差 σ を

$$\sigma = \frac{\epsilon_w(\theta)}{n^\alpha} \quad (16)$$

と仮定する。 $r_s/D=0.35$ の実験値に式(16)をフィッティングすると $\alpha=0.7$ のときが図中の実線となった。本研究で用いる実験システムは $D=2.8p$ であり、この実験条件 $r_s/D=0.35$ は $r_s=p$ を示す。 $S_j(\theta)$ と $S_{j+1}(\theta)$ とが統計的に独立ならば式(16)のパラメーターは $\alpha=1.0$ となる。しかし、前述のように D は p に比べて大きく、たとえ $r_s \rightarrow 0$ のように入射光強度が空間的に独立であるとしても、 $S_j(\theta)$ と $S_{j+1}(\theta)$ とは独立とはならない。 $D=2.8p$ のとき、 $\alpha=0.7$ の式(16)に従って空間フィルターサイズ n の増加とともに平均化が行われ、統計平均が行われる。

次に、 $r_s/D=2.0$ のデータの性質を調べよう。点線(a)は実線と平行で、 $n \geq 7$ の領域にあるデータにフィ

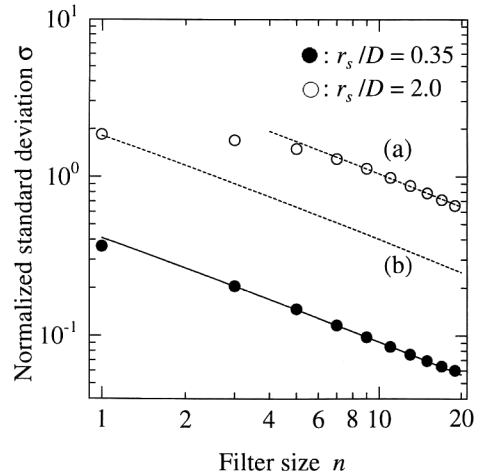


Fig. 4. Dependence of the normalized standard deviation σ on the filter size n . The closed and open circles represent the experimental results under the condition of $r_s/D=0.35$ and 2.0 , respectively. The dashed lines (a) and (b) are curve-fitted to experimental data by Eq. (15).

ットさせた直線である。 $n \leq 5$ での α はただか 0.1 程度であり、 n が増加しても標準偏差 σ はほとんど一定となり、フィルターによる空間平均効果がない。しかし、 $n \geq 7$ 以上では、 $\alpha=0.7$ となり、フィルター効果が現れる。入射光のスペックルサイズが $r_s=2D$ であると、検出信号の相関長は $(r_s^2+D^2)^{1/2}=6.2p$ であるから、 $n \geq 7$ でフィルター効果が現れる。

さらに $r_s/D=2.0$ のデータ (白丸) と 0.35 のデータ (黒丸) とを比較しよう。 $n=1$ のとき r_s/D を小さくすると $\sigma=\epsilon_w(\theta)$ は Fig. 3 に従って減少するから統計平均が効果的に行われる。しかし同時に信号 $\langle S(\theta) \rangle$ も減少する。このことを除去して比較するため、実線と平行で $n=1$ の白丸を通る直線を点線(b)に示した。白丸は点線(b)よりも上側にあり、 r_s/D を小さくしたほうが空間フィルターによる平均がより効果的である。以上からわかるように $D=2.8p$ のとき入射光のスペックルサイズを $r_s \leq 0.35D=p$ とすれば、平滑化フィルターによる平均効果は $n \geq 3$ で顕著に現れる。また $r_s=2D=5.6p$ ならば、およそ $n \geq 7$ でフィルター効果が現れる。一方フィルターサイズ n を大きくすれば平均化が効果的であるが、位相 ϕ が空間的に大きく変化する条件では信号の平均値も低下し、結果的には空間分解能は低下する。これらのことから信号 $\langle S(\theta) \rangle$ を極端に低下させない D による積分平均と、空間分解能を著しく低下させない n によるフィルター平均とを併用することが実際

的である。したがってスペックルサイズを $r_s \leq p$ とし、フィルターサイズを $n=3$ または 5 程度にすることによって、信号 $S(\theta)$ を平均し、統計平均 $\langle S(\theta) \rangle$ を導くことができる。

4. 面外変位計測における誤差の評価

物体面外変位の連続計測を Fig. 5 に示す実験系を用いて行った。結像システムは焦点距離 $F=131$ mm の 2 重レンズ結像系とした。このレンズ系の焦点面に置かれたピンホールのサイズ $2q$ を調整することによって、スペックルの大きさを変えた。スペックル干渉パターンを CCD カメラ (Pias Corporation, type PX 390 A) を用いて、1 フレーム当たり $1/30$ 秒で撮影し、ビデオ信号は画像取り込み装置 (Canopus, type SuperCVI) で 256 階調にデジタル化し、フレームメモリーに格納した。参照面を PZT 素子で光軸方向へ変位させることで

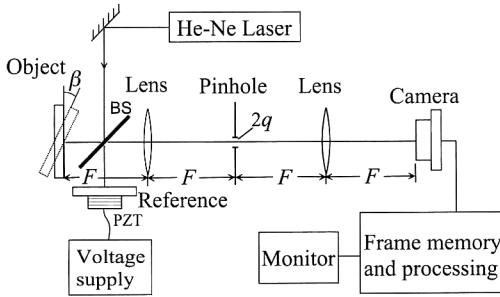
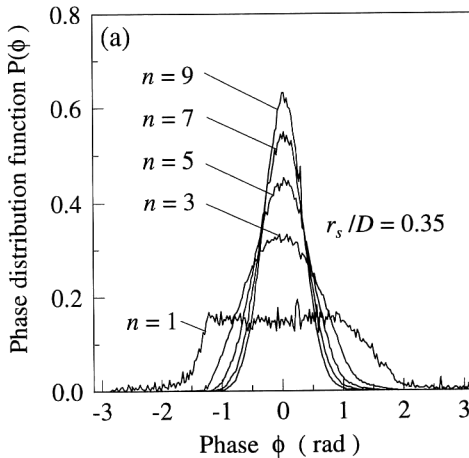


Fig. 5. Experimental set up of the sequential out-of-plane displacement measurement with the phase-shifting ESPI.



位相シフト量を設定した。連続計測の可能性を検討するために、回転ステージを用いて、物体面を連続的に回転させることで面外変位量を与えた。

空間平均による統計平均効果は変位量を測定することによって調べることができる。物体の変位量 ϕ をゼロに設定して得た測定値と式(11)とを用いて位相量 ϕ を求めた。その分布 $P(\phi)$ を Fig. 6 に示す。図(a), (b)はそれぞれ $r_s/D=0.35, 2.0$ の場合の結果を示す。ただし、フィルターサイズを $n=1, 3, 5, 7, 9$ とした。空間平均効果により $S(\theta)$ が統計平均に近づくほど、位相量 ϕ の測定値が真値 $\phi=0$ の近傍に分布する確率が高くなることが示されている。また r_s/D が小さければその効果が顕著であることがわかる。

式(11)を用いて位相量 ϕ を求める場合、位相の測定誤差を $\Delta\phi$ とすると、誤差伝搬の法則を用いることによって、分散は

$$\langle (\Delta\phi)^2 \rangle = \left[\frac{\partial\phi}{\partial S(\pi/2)} \right] \langle \Delta S^2(\pi/2) \rangle + \left[\frac{\partial\phi}{\partial S(0)} \right]^2 \langle \Delta S^2(0) \rangle + 2 \frac{\partial\phi}{\partial S(\pi/2)} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial S(0)} \langle \Delta S(\pi/2) \Delta S(0) \rangle \quad (17)$$

と求められる。ここで $\langle \Delta S^2(\theta) \rangle$ は式(15)で求められた分散であり、 $\langle \Delta S(\pi/2) \Delta S(0) \rangle$ は $S(\pi/2) - \langle S(\pi/2) \rangle$, $S(0) - \langle S(0) \rangle$ の共分散である。式(17)の偏微分項は式(10), (11)を用いることによって

$$\frac{\partial\phi}{\partial S(\pi/2)} = \frac{S(0)}{S^2(\pi/2) + S^2(0)} = \frac{\cos\phi}{2f\langle W \rangle^2}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial S(0)} = -\frac{S(\pi/2)}{S^2(\pi/2) + S^2(0)} = -\frac{\sin\phi}{2f\langle W \rangle^2} \quad (18)$$

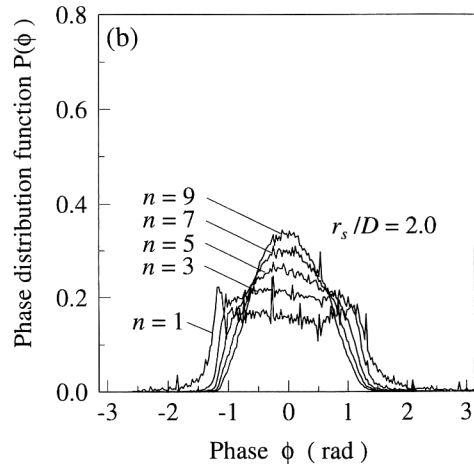


Fig. 6. Phase distribution functions with the spatial smoothing filter of size n under the condition of $\phi=0$. The speckle sizes are (a) $r_s/D=0.35$ and (b) 2.0 .

と与えられる。式(18)を式(17)に代入し、さらに第3章で与えた式(16)を代入すると、空間平均化後の位相量の分散は

$$\langle(\Delta\phi)^2\rangle = \frac{1}{4f^2 n^{2\alpha}} \{ \varepsilon_w^2(\pi/2) \cos^2 \phi + \varepsilon_w^2(0) \sin^2 \phi \} + \Omega \quad (19)$$

となる。ここで、 Ω を式(17)の第3項によって生じた値とした。信号 $S(\pi/2)$ と $S(0)$ との相関が小さくなると、 Ω の値は微小となる。このとき、位相量の標準偏差は n^α に逆比例して減少することになる。

Fig. 6の結果を標準偏差 $\langle(\Delta\phi)^2\rangle^{1/2}$ で評価したものをFig. 7に示した。黒丸は $r_s/D=0.35$ の条件での実験結果を表し、白丸は $r_s/D=2.0$ の条件での実験結果を表す。実線は黒丸の実験データを式(19)にフィッティングした結果で、 $\alpha=0.7$ 、 $\Omega=0$ である。 $r_s/D=0.35$ のとき、信号 $S(\theta)$ の空間相関が小さく、 Ω の値が無視できることがわかった。この場合、信号 $S(\theta)$ の標準偏差 $\varepsilon_w(\theta)$ の減少と全く同じように標準偏差 $\langle(\Delta\phi)^2\rangle^{1/2}$ がフィルターサイズとともに減少する。一方白丸の実験結果は $n \leq 5$ のときに位相量の標準偏差の変化は小さく、 Ω の値は0ではない。このことは $r_s/D=2.0$ の条件に対して信号 $S(\theta)$ の空間相関長が大きく、式(17)の共分散項は無視できないことによる。 $n \geq 7$ のときの実験結果を式(19)で数値フィッティングした結果を点線で表した。点線は実線にほぼ平行となることから、空間平均化後の信号 $S(\theta)$ の相関が小さくなり、共分散項が無視で

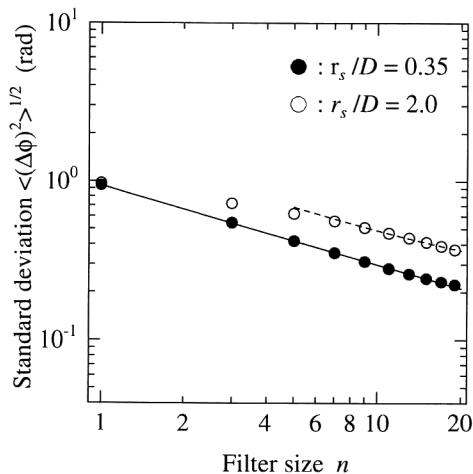


Fig. 7. Dependence of the normalized standard deviation of the phase on the filter size n . The closed and open circles represent the experimental results under the condition of $r_s/D=0.35$ and 2.0, respectively. The solid and dashed lines are curve-fitted to experimental data by Eq. (18).

きることを示す。このため位相量の標準偏差は $n^{0.7}$ に逆比例して減少すると考えられる。

また Fig. 7のフィルターによる平均化処理をしていない $n=1$ のデータに着目しよう。黒丸と白丸の位相誤差 $\langle(\Delta\phi)^2\rangle^{1/2}$ はあまり変わらない値をもつ。これは式(11)からわかるように信号の大きさは分子と分母とで打ち消され、それに伴って生じる誤差も打ち消されるからである。 $n=1$ のときの位相誤差がスペックルサイズ r_s に大きく影響されないことは、重要な意味をもつ。一般にESPI法では $r_s > p$ となると空間分解能が低下する。したがって、空間分解能を低下させないために、 $r_s \leq p$ の条件を適用できることを示している。

以上の議論により、 $r_s/D \leq 0.35$ すなわち $r_s \leq p$ にすれば、信号 $S(\theta)$ の独立性が高く、空間平均の効果十分に得られる。そこで、この実験条件を用い、面外変位量の連続計測を行った。まずは位相シフト量を導入した4つの検出信号を測定し、保存する。その後、物体面を連続的に回転させ、回転角 $\beta=0.004^\circ$ 、 0.010° のときの信号を測定した。撮影された物体表面の大きさは $10\text{ mm} \times 6.5\text{ mm}$ であり、物体面の回転角が微小であるので、面内変位は無視できる。また、 $r_s/D=2.0$ に対しても、同じように実験を行った。それぞれ $n=3$ および9のフィルターを用いて $S(\theta)$ を平滑化した後に、式(11)から位相分布を求めた。その結果をFig. 8に示す。 $r_s/D=0.35$ のとき、フィルターサイズが $n=3$ の場合に空間平均化効果が高く、また空間分解能が高いことがわかる。 $r_s/D=2.0$ のとき、 $n=9$ のフィルターを用いると平均効果が現れるが、 $r_s/D=0.35$ のときと比

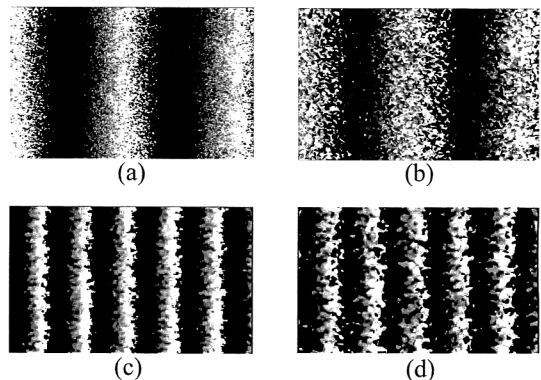


Fig. 8. Wrapped phase maps of the out-of-plane displacements. The experimental conditions are (a) $\beta=0.004^\circ$, $r_s/D=0.35$, $n=3$; (b) $\beta=0.004^\circ$, $r_s/D=2.0$, $n=3$; (c) $\beta=0.010^\circ$, $r_s/D=0.35$, $n=9$ and (d) $\beta=0.010^\circ$, $r_s/D=2.0$, $n=9$.

べると、位相誤差が大きく、空間分解能が低下していることがわかる。

5. おわりに

位相シフト ESPI 法を用いる物体面外変位の連続計測法において、位相シフトされた信号の 2 次モーメント値は空間平均によって統計平均される必要がある。本研究は、この信号の空間平均の実現のために、実効ピクセル D による積分効果と平滑化フィルターによる平均効果を信号の標準偏差および位相量の測定誤差で評価した。実効ピクセルサイズ D はピクセルサイズ p の数倍の大きさをもつことがわかり、 $r_s \leq p$ のスペックルを用いると、 D による空間平均効果で 2 次モーメント信号が平均化され、標準偏差が小さくなることにより統計平均値に近づくことがわかった。この条件のとき信号の空間相関性が小さく、平滑化フィルターによる空間平均の実現が効果的であることがわかった。このように 2 つの空間平均効果を定量的に評価することにより、連続計測における信号の空間平均を最適化することができる。

文 献

- 1) K. Creath: "Phase-shifting speckle interferometry," Appl. Opt., **24** (1985) 3053-3058.
- 2) A. J. P. van Haasteren and H. J. Frankena: "Real-time displacement measurement using a multicamera phase-stepping speckle interferometer," Appl. Opt., **33** (1994) 4137-4142.
- 3) K. Nakadate and H. Saito: "Fringe scanning speckle-pattern interferometry," Appl. Opt., **24** (1985) 2172-2180.
- 4) 加藤純一, 山口一郎: "TV スペックル干渉像の実時間解析 (1) 一位相シフト縞の同時生成法—, 第 53 回応用物理学学会学術講演会講演予稿集, **3** (1992) 782.
- 5) P. N. Pusey, D. W. Schaefer and D. E. Koppel: "Single-interval statistics of light scattered by identical independent scatterers," J. Phys. A, **9** (1974) 530-540.
- 6) E. Vikhagen: "TV holography: spatial resolution and signal resolution in deformation analysis," Appl. Opt., **30** (1991) 420-425.
- 7) T. Yoshimura: "Statistical properties of dynamic speckles," J. Opt. Soc. Am. A, **3** (1986) 1032-1054.
- 8) T. Yoshimura, M. Zhou, K. Yamahai and Z. Liyan: "Optimum determination of speckle size to be used in electronic speckle pattern interferometry," Appl. Opt., **34** (1995) 87-91.

付録 $\langle \{M_w(\theta) - \langle M_w(\theta) \rangle\} \{M_w(\theta + \pi) - \langle M_w(\theta + \pi) \rangle\} \rangle$ の導出

位相シフト量を $\theta = \theta_1$, $\theta + \pi = \theta_2$ と書き表すと式(14)の右辺は

$$\begin{aligned} & \langle [M_w(\theta_1) - \langle M_w(\theta_1) \rangle][M_w(\theta_2) - \langle M_w(\theta_2) \rangle] \rangle \\ & = \langle M_w(\theta_1) \rangle \langle M_w(\theta_2) \rangle - \langle M_w(\theta_1) M_w(\theta_2) \rangle \quad (\text{A. 1}) \end{aligned}$$

となる。第 1 項は式(10)により得られ、第 2 項は

$$\begin{aligned} & \langle M_w(\theta_1) M_w(\theta_2) \rangle \\ & = \langle [W_a(\theta_1) - W_b(0)]^2 \cdot [W_a(\theta_2) - W_b(0)]^2 \rangle \\ & = \langle W_a^2(\theta_1) W_a^2(\theta_2) \rangle + \langle W_b^4(0) \rangle - 2 \langle W_a(\theta_1) W_b^3(0) \rangle \\ & \quad - 2 \langle W_a(\theta_2) W_b^3(0) \rangle + 4 \langle W_a(\theta_1) W_a(\theta_2) W_b^2(0) \rangle \\ & \quad + \langle W_a^2(\theta_1) W_b^2(0) \rangle + \langle W_a^2(\theta_2) W_b^2(0) \rangle \\ & \quad - 2 \langle W_a(\theta_1) W_a^2(\theta_2) W_b(0) \rangle - \langle W_a^2(\theta_1) W_a(\theta_2) W_b(0) \rangle \quad (\text{A. 2}) \end{aligned}$$

となる。式(A.2)の各項は $\langle I_a(\mathbf{X}_1, \theta_1) I_a(\mathbf{X}_2, \theta_1) I_a(\mathbf{X}_3, \theta_2) I_a(\mathbf{X}_4, \theta_2) \rangle$, $\langle I_a(\mathbf{X}_1, \theta_1) I_a(\mathbf{X}_2, \theta_1) I_a(\mathbf{X}_3, \theta_2) I_b(\mathbf{X}_4, 0) \rangle$, $\langle I_a(\mathbf{X}_1, \theta_1) I_a(\mathbf{X}_2, \theta_2) I_b(\mathbf{X}_3, 0) I_b(\mathbf{X}_4, 0) \rangle$ および $\langle I_a(\mathbf{X}_1, \theta_1) I_b(\mathbf{X}_2, 0) I_b(\mathbf{X}_3, 0) I_b(\mathbf{X}_4, 0) \rangle$ の項を用いて表すことができる。一例を示すと

$$\begin{aligned} & \langle W_a(\theta_1) W_a(\theta_2) W_b^2(0) \rangle \\ & = \iiint \langle I_a(\theta_1, \mathbf{x}_1) I_a(\theta_2, \mathbf{x}_2) I_b(0, \mathbf{x}_3) I_b(0, \mathbf{x}_4) \rangle \\ & \quad \times H(\mathbf{x}_1, \mathbf{X}_j) H(\mathbf{x}_2, \mathbf{X}_j) H(\mathbf{x}_3, \mathbf{X}_j) \\ & \quad \cdot H(\mathbf{x}_4, \mathbf{X}_j) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 d\mathbf{x}_3 d\mathbf{x}_4 \quad (\text{A. 3}) \end{aligned}$$

となる。ここで、 \mathbf{x} , \mathbf{X} は 2 次元位置ベクトルである。これらの干渉光強度の相関項は 2 次モーメント定理を適用することによって、物体光の電場強度 $E_o(\mathbf{X})$ と参照光の電場強度 $E_r(\mathbf{X})$ との相関項を用いて表すことができる⁸⁾。ここで、電場強度の相関項は

$$\begin{aligned} & \langle E_a(\mathbf{X}_1, \theta) E_b^*(\mathbf{X}_2, 0) \rangle \\ & = \langle E_{ao}(\mathbf{X}_1, \theta) E_{bo}^*(\mathbf{X}_2, 0) \rangle + \langle E_{ar}(\mathbf{X}_1, \theta) E_{br}^*(\mathbf{X}_2, 0) \rangle \\ & = \langle I \rangle / 2 \exp\{-|\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2|^2 / (2r_s^2)\} \{\exp(i\phi) + \exp(i\theta)\} \quad (\text{A. 4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle E_a(\mathbf{X}_1, \theta_1) E_a^*(\mathbf{X}_2, \theta_2) \rangle \\ & = \langle E_{ao}(\mathbf{X}_1, \theta_1) E_{ao}^*(\mathbf{X}_2, \theta_2) \rangle + \langle E_{ar}(\mathbf{X}_1, \theta_1) E_{ar}^*(\mathbf{X}_2, \theta_2) \rangle \\ & = \langle I \rangle / 2 \exp\{-|\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2|^2 / (2r_s^2)\} [1 + \exp\{i(\theta_1 - \theta_2)\}] \quad (\text{A. 5}) \end{aligned}$$

と与えられる。そして、 $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \theta + \pi$ とすれば式(A.3)は

$$\begin{aligned} & \frac{\langle W_a(\theta) W_a(\theta + \pi) W_b^2(0) \rangle}{\langle W \rangle^4} \\ & = 1 + 3f + \frac{32f^2}{(f+3)^2} \\ & \quad + \left\{ \frac{f^2}{2} + \frac{2f^3}{(f+1)^2} \right\} \{1 - \cos^2(\phi - \theta)\} \quad (\text{A. 6}) \end{aligned}$$

となる。同じように式(A.3)の各項を計算し、式(A.2)に代入した結果は

$$\begin{aligned} & \langle M_w(\theta) M_w(\theta + \pi) \rangle \\ & = f^2 \langle W \rangle^4 \{1 - \cos^2(\phi - \theta)\} \frac{f^2 + 6f + 1}{(1+f)^2} \quad (\text{A. 7}) \end{aligned}$$

となり、式(14)が求まる。