

フォトリフラクティブ二光波混合による干渉計の周波数応答

小田 功*・大谷 幸利*・Liren LIU**・吉澤 徹*

*東京農工大学工学部機械システム工学科 〒184 小金井市中町 2-24-16

**中国科学院上海光学精密機械研究所

Frequency Response in Optical Interferometer by Photorefractive Two-Wave Mixing

Isao ODA,* Yukitoshi OTANI,* Liren LIU** and Toru YOSHIZAWA*

*Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Technology, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16, Naka-cho, Koganei 184

**Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, P. O. Box 800-211, Shanghai 201800, P. R. China

This paper describes a frequency response in an optical interferometer using a photorefractive two-wave mixing. The frequency response depends on each behavior of an interference fringe and a refractive index grating inside of the crystal. These behaviors are derived from the analogy to mechanical spring-mass-buffer model. Here, it is assumed that the each behavior of the interference fringe and the refractive index grating is equivalent to that of the input and the output in a sky-hook spring-mass-buffer model whose buffer is fixed to the absolute coordinate. The theoretical equation of the output signal amplitude corresponding to the phase modulation frequency is obtained from this analogy. Two kinds of typical photorefractive crystals, such as Cu:KNSBN and BSO are used for verifying this theory by an experiment. The experimental result agrees well with theoretical equation for both crystals.

1. はじめに

フォトリフラクティブ二光波混合を用いた干渉計は精密なアライメントの調整を必要としないという特長をもつ。また、フォトリフラクティブ効果において屈折率変調に要する時間は有限であり、この時定数は結晶の種類に依存する。この干渉計を用いた振動検出法がこれまでにいくつか提案されている¹⁻⁴⁾。これらの報告は振動周波数が結晶の時定数の逆数よりも十分に高く振動振幅が非常に小さいという条件のもとで振動を検出している。また、出力信号が振動周波数に対してハイパスフィルタリングの応答を示すということも報告されている⁵⁾。フォトリフラクティブ二光波混合による干渉計を実際に使用するに際して、このような周波数応答のメカニズムを解明することは重要である。しかし、この周波数応答に関する研究はまだ十分ではない。そこで、本研究では拡散モードの場合のフォトリフラクティブ二光波混合による干渉計における周波数伝達関数の理論式の導出を、機

械的なバネ-マス-ダンパ系によるアナロジーから試みる。実際にCuを添加したKNSBN結晶およびBSO結晶の2種類のフォトリフラクティブ結晶を用いて実験を行う。これら2つの結晶の応答速度の時定数は大きく異なっており、実験結果と理論式とを比較し検討を行う。

2. フォトリフラクティブ二光波混合における出力信号

フォトリフラクティブ結晶にコヒーレントな2本のビームが入射する場合を考える。入射光はお互い干渉することで結晶中に干渉縞を形成し、フォトリフラクティブ効果によって結晶中には干渉縞の複製である屈折率格子ができる。ポッケルス効果を介して屈折率の変調が生じるため、拡散モードの場合、干渉縞と屈折率格子との間には空間的に $\pi/2$ の位相差が生じる。この屈折率格子は位相格子として機能するので、各々の入射光の一部は回折する。フォトリフラクティブ効果によると形成される屈折率格子はブレググ条件を満足する。そのため回折光がブレググ角で回折する自己回折現象が生じる。自己

*E-mail: oda@cc.tuat.ac.jp

回折により透過光と回折光はお互いの波面が一致するため、光軸を精密に調整しなくとも干渉させることができる。この干渉光の光強度を出力信号として検出する。ここで、一方の入射光を信号光、他方の入射光を参照光とする。信号光の位相は振動物体からの反射による位相変調を受けている場合を考え、その変調振幅は非常に小さいとする。このとき、位相変調の周波数が結晶のもつ時定数の逆数に比較して十分に低い場合と十分に高い場合の出力信号を考える。

Fig. 1 に位相変調の周波数が時定数の逆数に対して十分に低い場合における、透過光と回折光の位相変調の様子を示す。Fig. 1(a) に示すように、信号光 U_{si} と参照光 U_{ri} が結晶中で交差した部分に格子間隔 Λ の干渉縞が

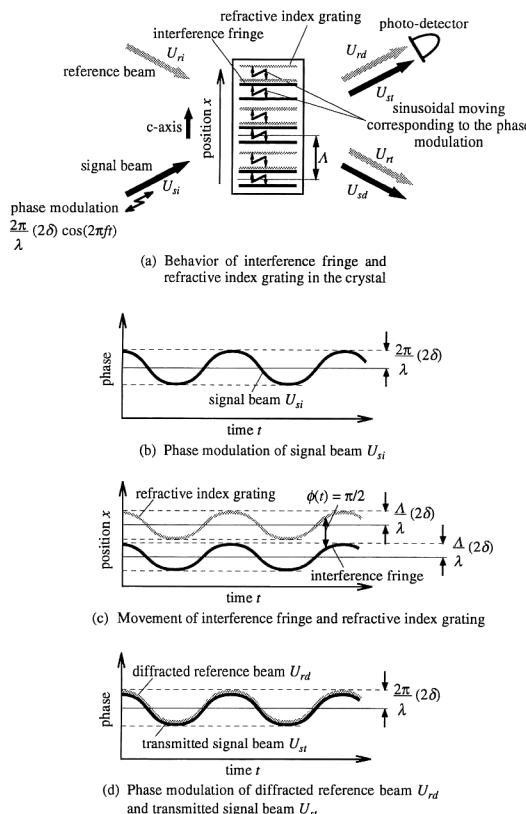


Fig. 1. Principle of phase modulation of diffracted beam and reference beam, in the case that modulation frequency of signal beam is sufficiently low. (a) Behavior of interference fringe and refractive index grating in the crystal, (b) phase modulation of signal beam U_{si} , (c) movement of interference fringe and refractive index grating, (d) phase modulation of diffracted reference beam U_{rd} and transmitted signal beam U_{st} .

が形成される。透過した信号光 U_{st} と回折した参照光 U_{rd} による干渉光の強度を出力信号として光検出器で検出する。Fig. 1(b) に示すように、信号光 U_{si} は位相変調

$$\varphi_{si}(t) = \frac{2\pi}{\lambda} (2\delta) \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

を受けている。ここで、 $\varphi_{si}(t)$ は信号光の位相、 λ は光源の波長、 δ は変調振幅、 f は変調周波数、 t は時間である。Fig. 1(c) に示すように、干渉縞は信号光の正弦位相変調に呼応して結晶中を正弦的に往復移動する。ここでは、位相の変調周波数が結晶の時定数の逆数に対して十分に低いので、屈折率格子は干渉縞の移動に追従できる。したがって、干渉縞と屈折率格子との間の空間的な位相差 $\phi(t)$ は常に $\pi/2$ に保たれる。Fig. 1(d) に回折した参照光 U_{rd} と透過した信号光 U_{st} 各々の位相変調の様子を示す。透過した信号光 U_{st} の位相は入射した信号光 U_{si} の位相変調そのものとなる。一方、屈折率格子は正弦的に往復移動するため、回折した参照光 U_{rd} の位相もまた変調を受けることになる。さらに、干渉縞と屈折率格子との間の空間的な位相差が $\pi/2$ であることと、屈折率格子による回折光の位相が回折の前後で $\pi/2$ 変化することから、回折した参照光 U_{rd} と透過した信号光 U_{st} との相対的な位相差はゼロのまま時間的に変化しない。したがって、出力信号は変調しないことになる。

これに対して、位相変調の周波数が結晶の時定数の逆数に対して十分に高い場合における透過光と回折光の位相変調の様子を Fig. 2 に示す。Fig. 2(b) に示すように信号光は式(1)で表される正弦位相変調を受けている。この変調周波数 f は十分に高いため、Fig. 2(a) に示すように屈折率格子は干渉縞の移動に追従できない。このとき屈折率格子は結晶中における光強度分布の時間平均に対応する位置に静止することになる。Fig. 2(c) に示すように干渉縞は周期的に往復移動しているので、屈折率格子はフォトリラクティブ効果により干渉縞の往復移動の中心から $\pi/2$ だけずれた位置に形成される。形成された屈折率格子は静止しているため、干渉縞と屈折率格子との間の空間的な位相差 $\phi(t)$ は変調を受けることになる。また、変調周波数が十分に高い場合に形成される屈折率格子の変調度は 0 次ベッセル関数 $|J_0((2\pi/\lambda)(2\delta))|$ に比例することが知られており⁶⁾、変調振幅が大きくなると屈折率格子の変調度が変化する。ここでは屈折率格子の変調度が一定であるとみなせるほど十分に変調振幅が小さい場合について議論する。Fig. 2(d) は回折した参照光 U_{rd} と透過した信号光 U_{st} の位相

変調の様子を示したものである。透過した信号光 U_{st} の位相は入射した信号光 U_{si} の位相変調そのものとなる。これに対して、屈折率格子が静止しているため、回折した参照光 U_{rd} の位相は変調を受けない。したがって、回折した参照光 U_{rd} と透過した信号光 U_{st} の間の位相差は周期的に変調する。このようにして、信号光の位相変調に呼応した出力信号変調が発生する。

以上のように、出力信号は干渉縞と屈折率格子の挙動に依存する。しかしながら、前述の手法では位相変調の周波数が十分に低い状態から十分に高い状態への過渡的な領域における両者の挙動の説明は困難である。そこで、本研究ではこの屈折率格子の変調度が一定とみなせるほど変調振幅が小さい場合における干渉縞と屈折率格子の挙動を、機械的なバネ-マス-ダンパ系のモデルによ

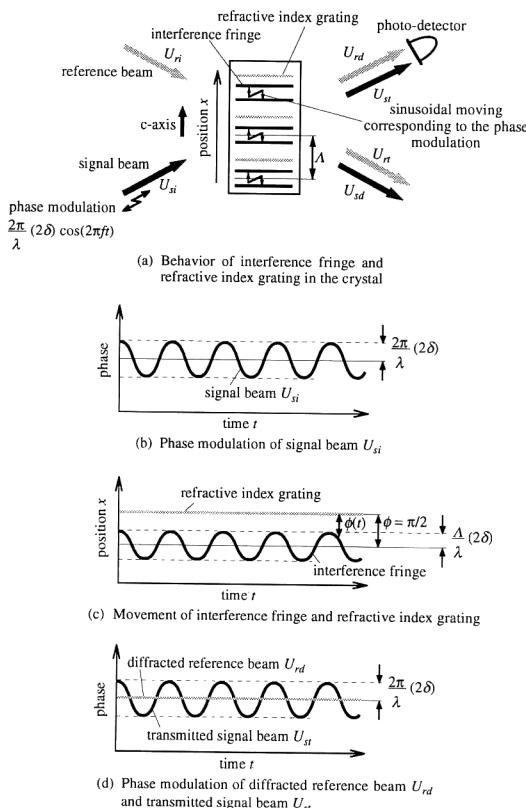


Fig. 2. Principle of phase modulation of diffracted beam and reference beam, in the case that modulation frequency of signal beam is sufficiently high. (a) Behavior of interference fringe and refractive index grating in the crystal, (b) phase modulation of signal beam U_{si} , (c) movement of interference fringe and refractive index grating, (d) phase modulation of diffracted reference beam U_{rd} and transmitted signal beam U_{st} .

るアナロジーから導く。

3. バネ-マス-ダンパ系によるアナロジー

二光波混合とバネ-マス-ダンパ系とのアナロジーを Fig. 3 に示す。Fig. 3(a) に示すように結晶中のある一点の干渉縞と屈折率格子に着目し、干渉縞の変位を $x_i(t)$ 、屈折率格子の変位を $x_o(t)$ とする。Fig. 3(b) にダンパが絶対静止点に固定されたスカイフック系のバネ-マス-ダンパモデルを示す。 k はバネ定数、 m はおもりの質量、 c は減衰定数、 $x_i(t)$ は入力変位、 $x_o(t)$ はおもりの変位である。おもりの変位 $x_o(t)$ をこのバネ-マス-ダンパモデルにおける出力変位とする。スカイフック系においては入力変位の周波数が十分に低ければ出力変位はそれに追従できるのに対して、入力変位の周波数が十分に高くなると出力変位は追従できなくなる。Fig. 3(b) のバネ-マス-ダンパ系における伝達関数は運動方程式を解くことにより、

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{k}{ms^2 + cs + k} \quad (2)$$

となる。 $X_i(s)$ と $X_o(s)$ は入力変位 $x_i(t)$ と出力変位 $x_o(t)$ のラプラス変換、パラメーター s は複素数である。ここで、おもりの質量 m が無限小の場合を考える。このとき式(2)は一次遅れ系となり、ステップ状の入力変位に対しておもりは新たな平衡位置に指数関数的に近づいていく。この現象は干渉縞の空間的な位置が瞬間に動いたとき、フォトリフラクティブ効果による屈折率格子が新たな平衡位置に指数関数的に成長していくことに対応していると考えられる。このことから、入力変位 $x_i(t)$ と出力変位 $x_o(t)$ の関係を結晶中の干渉縞の変位 $x_i(t)$ と屈折率格子の変位 $x_o(t)$ の相対的な関係に対応づけることができる。二光波混合においてバネ-マス-ダンパ系のアナロジーを考える場合、屈折率格子の質量は

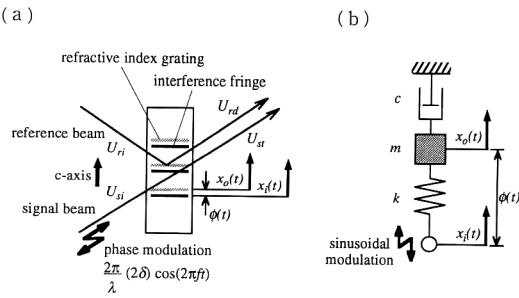


Fig. 3. Analogy between a two-wave mixing and a mechanical spring-mass-buffer model. (a) Two-wave mixing, (b) Spring-mass-buffer model.

無限小として考えるので m は無限小としてよい。また、 c/k は結晶の時定数 τ と置き換えることができる、二光波混合における干渉縞の変位 $x_i(t)$ と屈折率格子の変位 $x_o(t)$ の伝達関数 $G(s)$ は

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (3)$$

と求めることができる。さらに、この周波数伝達関数 $|G(2\pi f j)|$ は

$$|G(2\pi f j)| = \left| \frac{X_o(2\pi f j)}{X_i(2\pi f j)} \right| = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} \quad (4)$$

となる。ここで、 f は入力変位の周波数、 j は虚数単位である。式(1)で表される信号光の位相変調に呼応して、結晶中の干渉縞は正弦的に往復移動するのでこれを位相で表せば

$$x_i(t) = \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \cos(2\pi f t) \quad (5)$$

となる。拡散モードの場合、屈折率格子は干渉縞と $\pi/2$ ずれた位置に形成されることを考慮するとともに、式(4)の周波数伝達関数を用いることで、干渉縞と屈折率格子との間の空間的な位相差 $\phi(f, t)$ は次式のようになる。

$$\phi(f, t) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} - 1 \right\} \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \cos(2\pi f t) + \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

屈折率格子からの回折光は回折の前後で位相が $\pi/2$ 変化することを考慮すれば、回折した参照光 U_{rd} の位相 $\varphi_{rd}(f, t)$ と透過した信号光 U_{st} の位相 $\varphi_{st}(t)$ は式(4), (5), および式(1)よりそれぞれ次式のようになる。

$$\varphi_{rd}(f, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \cos(2\pi f t) \quad (7)$$

$$\varphi_{st}(t) = \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \cos(2\pi f t) \quad (8)$$

ここで、出力信号 $I_{out}(f, t)$ は回折した参照光 U_{rd} の位相 $\varphi_{rd}(f, t)$ と透過した信号光 U_{st} の位相 $\varphi_{st}(t)$ を用いて次式のようになる。

$$I_{out}(f, t) \propto \cos \{ \varphi_{rd}(f, t) - \varphi_{st}(t) \} \quad (9)$$

したがって、出力信号の周波数応答 $I_{out}(f, t)$ は式(7), (8)を式(9)に代入することにより、次式のように求まる。

$$I_{out}(f, t) \propto \cos \left[\left\{ \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} - 1 \right\} \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \cos(2\pi f t) \right] \quad (10)$$

ここでは屈折率格子の変調度が一定とみなせるほど十分に変調振幅 δ が小さい場合を考えている。したがって δ は $\lambda/8$ よりも小さく、このことから出力信号の振幅

$\Delta I_{out}(f)$ は式(10)より次式のようになる。

$$\Delta I_{out}(f) \propto \cos(0) - \cos \left[\left\{ \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} - 1 \right\} \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \right] \quad (11)$$

したがって、

$$\Delta I_{out}(f) \propto 1 - \cos \left[\left\{ \frac{1}{\sqrt{(2\pi f \tau)^2 + 1}} - 1 \right\} \frac{2\pi}{\lambda}(2\delta) \right] \quad (12)$$

となる。これは変調振幅 δ が十分小さい場合における、出力信号の振幅の周波数応答となる。

4. 実験

前章で求めた周波数応答の理論式を Fig. 4 に示すような実験系で確認する。本実験においては Cu : KNSBN および BSO の 2 種類のフォトリフレクティブ結晶を用いる。Cu : KNSBN 結晶の大きさは $5 \times 5 \times 5$ mm³ であり、この結晶の場合の光源には波長 632.8 nm の He-Ne レーザーを用いる。また、BSO 結晶の大きさは $10 \times 10 \times 1$ mm³ であり、この光源には波長 514.5 nm の Ar⁺ レーザーを用いる。

光源からの光はビームスプリッターによって信号光と参照光に分離される。信号光は正弦的に振動しているピエゾミラーによって反射することで、正弦位相変調が与えられている。ピエゾミラーへの波形入力はファンクションジェネレーターで行う。出力信号は光検出器とオシロスコープで検出する。

まず、2 種類の結晶の時定数 τ を測定する。コヒーレントな 2 本の光を結晶中に入射させることで干渉縞をつくり、それによる屈折率格子を結晶中に十分に記録する。ここで干渉縞を瞬間に移動させると屈折率格子の書き換えが直ちに発生するため、書き換えが続く間、出

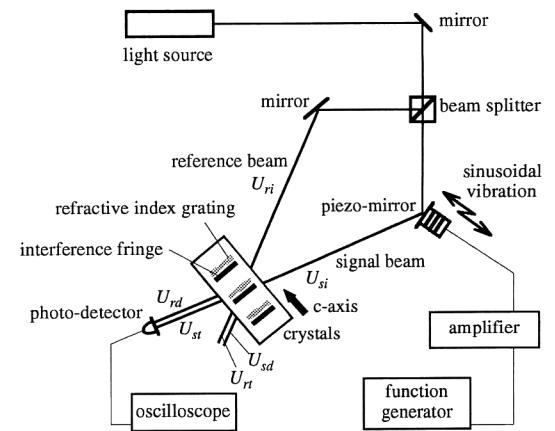


Fig. 4. Experimental arrangement.

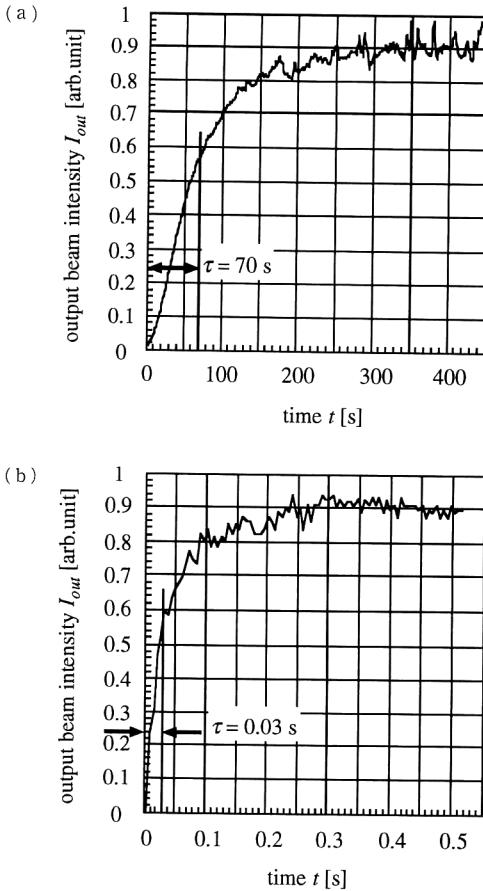


Fig. 5. Output beam intensity change corresponding to the recording of refractive index grating for time constant (τ) measurement. (a) Cu:KNSBN, (b) BSO.

力光の光強度が変化する。この出力光の過渡的な光強度変化を測定することで、結晶の時定数 τ を測定することができる。Fig. 5 は 2 つの結晶における光強度変化の様子を測定した結果である。Fig. 5(a) より Cu:KNSBN の時定数 τ は 70 秒、(b) より BSO の時定数 τ は 0.03 秒と求まる。

次に信号光の位相を変調させたときの周波数応答を求める。ピエゾミラーの変調振幅 δ は $\lambda/20$ という条件で実験を行う。このとき $|J_0((2\pi/\lambda)(2\lambda/20))| = 0.904$ となるので、屈折率格子の変調度は一定であるとみなし、式(12)の理論式を適用する。信号光の位相変調の周波数 f と出力信号の振幅 $\Delta I_{out}(f)$ の関係を Fig. 6 に示す。Fig. 6(a) は Cu:KNSBN の、(b) は BSO の結果である。プロットした点は実験結果である。実線は式(12)の τ に実測された値である 70 秒および 0.03 秒を代入して求め

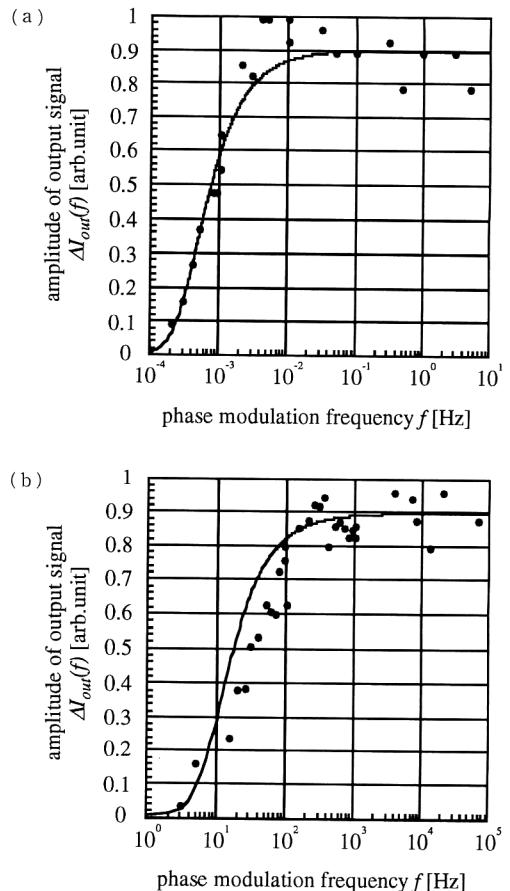


Fig. 6. Frequency response. (a) Cu:KNSBN, (b) BSO.

られた理論線である。両者の結果ともハイパスフィルタリングの特性を示しており、振動周波数が十分に高い領域であれば振動検出が可能であることがわかる。振動検出が可能な周波数領域は結晶の時定数に依存しており、時定数の大きい結晶ほど低周波の振動を検出できる。また、実験結果と理論線はよく一致したものとなっており、バネ-マス-ダンパ系のモデルによるアナロジーが結晶の種類によらず成り立つことがわかる。このことより、式(12)を用いれば結晶の時定数を測定することでその周波数応答の予測が可能となる。

5. 結 論

Cu:KNSBN と BSO の 2 種類の結晶を用いたフォトリフラクティブ二光波混合法による干渉計における位相の変調周波数に対する出力信号の振幅の周波数応答を調べた。拡散モードにおける結晶内部での干渉縞と屈折率格子の挙動を、機械的なバネ-マス-ダンパ系のモデルによ

るアナロジーから考察した。結晶のある一点に着目したときの干渉縞と屈折率格子の変位は、スカイフック系のバネ-マス-ダンパモデルにおける入力変位と出力変位にそれぞれ対応することがわかった。このアナロジーにより、位相の変調周波数に対する出力信号の振幅の周波数応答の理論式を導出した。実験結果から、結晶の種類によらず周波数応答はハイパスフィルタリングの特性を示し、得られた理論式は一般に有効であることを示した。このことより、結晶の時定数を測定することでその周波数応答の予測が可能となった。

この研究にあたって EUMETSAT (Germany) Dr. Dieter Just に BSO 結晶の提供を受けた。ここに感謝の意を表する。

文 献

- 1) R. Hofmeister and A. Yariv: "Vibration detection using dynamic photorefractive gratings in KTN/KLTN crystals," *Appl. Phys. Lett.*, **61** (1992) 2395-2397.
- 2) T. Honda, T. Yamashita and H. Matsumoto: "Optical measurement of ultrasonic nanometer motion of rough surface by two-wave mixing in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$," *Jpn. J. Appl. Phys.*, **34** (1995) 3737-3740.
- 3) R. K. Ing and J.-P. Monchalin: "Broadband optical detection of ultrasound by two-wave mixing a photorefractive crystal," *Appl. Phys. Lett.*, **59** (1991) 3233-3235.
- 4) 小田 功, 大谷幸利, ディータ・ユスト, リレン・リュウ, 吉澤 徹: "KNSBN : Cu 結晶の二光波混合による振動検出", 光学連合シンポジウム東京 '95 講演予稿集 (1995) pp. 297-298.
- 5) M. P. Petrov, S. I. Stepanov and A. V. Khomenko: "Adaptive interferometry," *Photorefractive Crystal in Coherent Optical Systems* (Springer-Verlag, Berlin, 1991) pp. 182-186.
- 6) C. Xie, M. Itoh, K. Kuroda and I. Ogura: "Vibration analysis using photorefractive two-wave mixing," *Opt. Commun.*, **82** (1991) 544-548.