

周波数変調半導体レーザーを用いた正弦振動物体の振幅測定 —強度変調の効果が小さい場合—

村上 直弘・今井 正明

室蘭工業大学電気電子工学科 〒050 室蘭市水元町 27-1

Amplitude Measurement of a Sinusoidally Oscillating Object Using a Frequency-Ramped Laser Diode: A case of small intensity modulation

Naohiro MURAKAMI and Masaaki IMAI

Department of Electrical and Electronic Engineering, Muroran Institute of Technology,
27-1, Mizumoto-cho, Muroran 050

It is advantageous to shift continuously optical frequency of a laser diode (LD) with the variation of its injection current and this fact enables us to construct a compact interferometer using a frequency-ramped LD. However, the frequency modulated source has an additional intensity modulation which gives rise to phase errors in such a small displacement measurement system. Various optical schemes to eliminate the effect of this intensity modulation have been proposed so far, but there is no successful scheme to overcome the complexity in optical setup. In order to be free from its complexity, it is necessary to use the optical system with a small index of intensity modulation. In this paper, we have investigated the effect of intensity modulation on amplitude measurements of an oscillating object when the index of intensity modulation is so small as $\rho=0.35$. Based on spectral analysis of the beat signal from the output of the interferometer, the effect of intensity modulation on oscillating amplitude has been discussed in detail. In the measurements, an optical heterodyne interferometer with sawtooth-wave modulated LD as a light source has been used to measure the amplitude. It has been found that the experimental results are in good agreement with the analysis.

1. はじめに

半導体レーザー (LD) は、光通信、光計測、加工および光ディスクの読み取り、記録などの光エレクトロニクスの様々な用途の光源に用いられ、信頼性が向上している。この LD は軽量、コンパクト、安価であり、注入電流を変調することで容易に周波数変調ができる。この直接周波数変調特性を利用して物体の微小変位の測定を行ったり、物体の表面形状を調べたりする種々の光計測法が提案されている^{1,2)}。一方、LD はこのような周波数変調特性をもつと同時に、注入電流の変化に伴い出力光の強度も変化する。この強度変調は物体の微小変位などの測定において位相誤差を引き起こす原因となる。物体

に一定の変位を与えてその変位の測定を行った場合、強度変調によって生じる位相誤差は干渉信号の位相部分と同じ周期で正弦的に変化することが理論的に解析されている³⁾。実際の実験系においては、この問題を解決するために外部光強度コントローラーである光増幅器としてスーパーluminescentダイオード (SLD) を用いて出力変動を抑制した出力一定周波数変調 LD が提案されている⁴⁾。また、この出力一定 LD 光源を光ヘテロダイン干渉計に応用し、強度変調による位相誤差を抑制することが報告されている⁵⁾。さらに、補助 LD を用いて直接的に強度変調を補償した LD 直交 2 周波光源も開発されている⁶⁾。しかし、これらの方法では強度変調の効果を抑制するための工夫を施したため、光学系が複雑になり、干渉計の光源に LD を用いると干渉計をコンパクト

E-mail: nao@elec.muroran-it.ac.jp

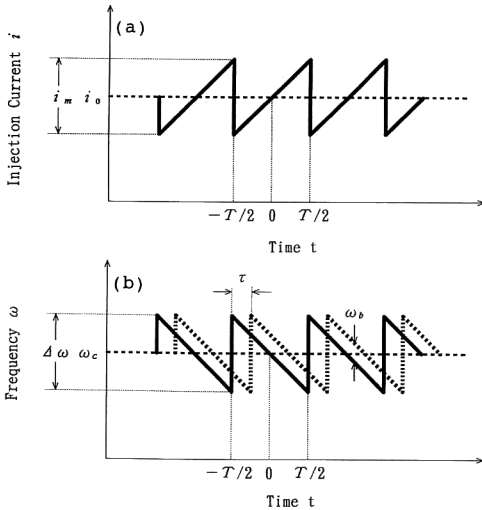


Fig. 1. (a) Sawtooth-wave modulation of LD injection current, (b) optical frequency of light emitted from the LD.

かつ簡単に構成できるという LD の利点を生かすことができない。光学系を複雑にせず強度変調の効果を抑制するためのひとつの方法は、強度変調を表すパラメータに小さな値を用いることである。本論文では、このパラメータに 0.35 という小さな値を用い、正弦振動物体の振幅測定に及ぼす強度変調の影響を調べた。その理論解析においては、周波数領域における解析法³⁾に基づき、強度変調の影響で生じる誤差について簡単な理論式を導いた。従来の理論解析では、物体に一定の変位を与え、その変位測定における強度変調の影響を調べていた³⁾。本論文ではこれを正弦振動という連続的な変位に拡張し、詳細な解析を行った。実験においては鋸歯状波変調 LD を光源とした光ヘテロダイン干渉計を用いて振幅を測定し、理論解析との比較検討を行った。

2. 理論解析

2.1 干渉信号の発生

Fig. 1(a)は周期 T 、振幅 i_m をもつ鋸歯状波で LD に変調をかけたときの注入電流を示している。また、Fig. 1(b)はこの電流変化に応じて光周波数が変化の様子を示したものである。実線は物体鏡からの反射光(物体光)、破線は参照鏡からの反射光(参照光)を表している (Fig. 5 参照)。変調信号として鋸歯状波を用いるのはビート周波数一定の干渉信号を得るためである。鋸歯状波変調をかけたときの角周波数の変化は次式のように表すことができる。

$$\Delta\omega = 2\pi\beta i_m \quad (1)$$

ここで、 β は電流変調効率、 i_m は鋸歯状波の振幅である。干渉計の光路差を l 、光速を c とすると、物体光と参照光の間の微小な時間遅れ τ は次式ようになる。

$$\tau = l/c \quad (2)$$

ビート周波数はこの微小な時間遅れによって生じ、次式のように表すことができる。

$$\omega_b = \Delta\omega \frac{\tau}{T} \quad (3)$$

式(1)により式(3)は次のように変形することができる。

$$\omega_b = \omega_s \frac{\beta l}{c} i_m \quad (4)$$

ただし、 $\omega_s = 2\pi/T$ である。式(4)からビート周波数は鋸歯状波の振幅 i_m や光路差 l により任意の値に調整可能であることがわかる。鋸歯状波の周波数とビート周波数が異なると、つまり $\omega_b \neq \omega_s$ とすると、これが原因で位相誤差が発生することが報告されている⁶⁾。したがって、本論文ではビート周波数と鋸歯状波の周波数は等しい ($\omega_b = \omega_s$) という条件で理論解析と実験を行った。実験においては鋸歯状波の振幅 i_m をある一定値に固定し、光路差 l を調節することでこの条件を達成した。変調周期 T における干渉信号は次式のように表すことができる³⁾。

$$s_o(t) = I_b \left(1 + \frac{\rho t}{T} \right) \{ 1 + \gamma \cos(\omega_b t + \phi) \} \quad (5)$$

ここで、 I_b は平均バイアスの光強度、 γ は可視度、 ϕ は干渉信号の位相であり、レーザー光の波数を k とすると $\phi = kl$ である。また、 ρ は強度変調を表すパラメータである。 i_0 をバイアス電流、 i_{th} をレーザーの閾電流とすると、 ρ は次式で表される⁷⁾。

$$\rho = \frac{i_m}{i_0 - i_{th}} \quad (6)$$

この ρ は鋸歯状波の振幅 i_m で調整可能な値であり、本論文では i_m を調節することにより $\rho = 0.35$ に設定した。

2.2 周波数領域における干渉信号の解析

物体に振幅 ξ 、角周波数 ω_0 の正弦振動 $\xi \cos \omega_0 t$ を加える。式(4)から ω_b は光路差 l に比例しており、この光路差の変位がビート周波数 ω_b に変動を与えることがわかる。一方、振幅 ξ はレーザー光の波長程度であるので、あらかじめ与えておいた光路差 (今回は $l = 35$ mm) と比較するとき ξ は非常に小さい。したがって、これによるビート周波数 ω_b の変動は無視できる。このとき式(5)の干渉信号は次式ようになる。

$$\begin{aligned}
s_0(t) &= I_b \left(1 + \frac{\rho t}{T}\right) \{1 + \gamma \cos(\omega_b t + \phi - 2k\xi \cos \omega_0 t)\} \\
&= I_b \left(1 + \frac{\rho t}{T}\right) [1 + \gamma \{J_0(2k\xi) \\
&\quad - 2J_2(2k\xi) \cos(2\omega_0 t) + \dots\} \cos(\omega_b t + \phi) \\
&\quad + \gamma \{2J_1(2k\xi) \cos(\omega_0 t) \\
&\quad - 2J_3(2k\xi) \cos(3\omega_0 t) + \dots\} \sin(\omega_b t + \phi)]
\end{aligned} \tag{7}$$

ただし、 $J_n(x)$ は第一種ベッセル関数を表している。実際に測定される干渉信号は $s_0(t)$ の周期列なので、窓関数とくし形関数を用いて周期関数に拡張し、フーリエ変換を行うと次式を得る（付録参照）。

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= I_b \left[\rho j \omega_s \operatorname{sinc}'\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \right. \\
&\quad + \pi \gamma J_0(2k\xi) \exp(j\phi) \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_b}{\omega_s}\right) \\
&\quad \left. + \frac{\rho}{2} j \gamma \omega_s J_0(2k\xi) \exp(-j\phi) \operatorname{sinc}'\left(\frac{\omega + \omega_b}{\omega_s}\right) \right] \\
&\quad \times \operatorname{comb}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)
\end{aligned} \tag{8}$$

ここで、 $\operatorname{sinc}(\omega/\omega_s) = \sin(\pi\omega/\omega_s)/(\pi\omega/\omega_s)$ であり、 $\operatorname{sinc}'(\omega/\omega_s)$ は $\operatorname{sinc}(\omega/\omega_s)$ の ω における微分を表している。また、 $\operatorname{comb}(\omega/\omega_s)$ は次のようなくし形関数である。

$$\operatorname{comb}(\omega/\omega_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \tag{9}$$

式(9)における $\delta(\omega)$ はデルタ関数である。式(8)の第2項目が本来の光ヘテロダイン干渉からの項であり、第1項目と第3項目が強度変調のために生じた項である。Fig. 2 はビート周波数付近では物体の振幅 ξ に対しどのようなパワースペクトルが得られるのかを示している。式(8)において $\omega = \omega_b$ とし、今回実験で用いた $\omega_b = \omega_s$ 、 $\rho = 0.35$ 、 $\gamma = 0.76$ という値を用いて計算を行った。図中の3本の曲線はそれぞれ式(8)の3項に対応している。横軸は物体の振幅 ξ であり、縦軸はパワーレベルを表している。図から $\omega = \omega_b$ では第1項目と第2項目が支配的であることがわかる。さらに、ある振幅 ξ では強度変調による効果のほうが測定したい信号よりも大きい。中心周波数 ω_b 、バンド幅 $2B$ をもったバンドパスフィルターを用いて式(8)の干渉信号から実際に必要なビート周波数付近の周波数成分だけを取り出す。バンドパスフィルターを通った信号は式(8)の第1項目と第2項目を用いると次式のように表すことができる。

$$s_s(t) = [aJ_0(2k\xi) \cos \phi + j\{aJ_0(2k\xi) \sin \phi + \rho b\}] \exp(j\omega_b t) \tag{10}$$

ここで、 $|a| = \pi \gamma I_b$ 、 $|b| = I_b$ である。Fig. 3 は式(10)をフェザー表示したものである。LD が強度変調を受けない

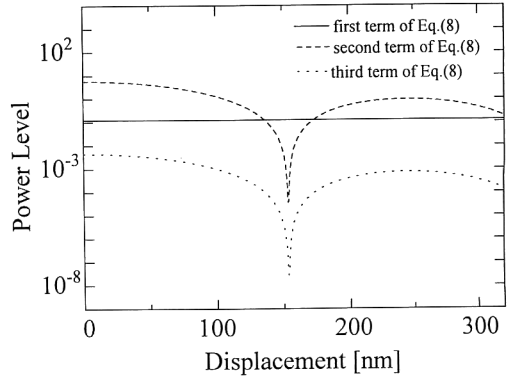


Fig. 2. Power spectrum $S(\omega)$ in Eq.(8) at $\omega = \omega_b$ as a function of displacement ξ . Three different curves are shown for each term of $S(\omega)$ in Eq.(8).

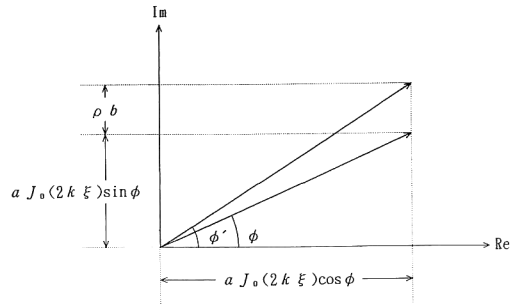


Fig. 3. Phasor diagram of the band-pass filtered signal $s_s(t)$ in Eq.(10).

($\rho = 0$) とき誤差は生じない。このときは Fig. 3 の振幅部分 $|aJ_0(2k\xi)|$ が測定され、そこから振幅 ξ が計算される。しかし、強度変調があるために ρb という項が残り、実際に測定しているのは強度変調によるこの誤差を含んだ振幅部分である。測定される信号は次式のように表すことができる。

$$[{\rho b + aJ_0(2k\xi) \sin \phi}^2 + {aJ_0(2k\xi) \cos \phi}^2]^{1/2} \tag{11}$$

2.3 鋸歯状波の帰線区間における干渉信号の解析

Fig. 1(b) からわかるように、 $-T/2$ から $-T/2 + \tau$ までの鋸歯状波の帰線区間におけるビート周波数は式(3)で与えられるビート周波数 ω_b とは異なる。これは鋸歯状波が有限な周期をもつために起こるものである。したがって、検出される信号はこの帰線区間 $-T/2$ から $-T/2 + \tau$ における干渉信号と、 $-T/2 + \tau$ から $T/2$ における式(5)の通常の干渉信号の両方を考慮しなければならない。周波数領域における解析を行うため、この両方の寄与を含んだ干渉信号をフーリエ変換すると次式を得る。

$$S_i(\omega) = \omega_s \left[\int_{-T/2}^{-T/2+\tau} s_r(t) \exp(-j\omega t) dt + \int_{-T/2+\tau}^{T/2} s_o(t) \exp(-j\omega t) dt \right] \times \text{comb}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \quad (12)$$

$s_r(t)$ は帰線区間における干渉信号であり次式のように表すことができる³⁾。

$$s_r(t) = I_b \left[\left\{ 1 + \frac{\rho}{T}(t+T-\tau) \right\}^{1/2} \left\{ 1 + \frac{\rho t}{T} \right\}^{1/2} \right] \times [1 + \gamma \cos\{(\Delta\omega - \omega_b)t + \phi\}] \quad (13)$$

Fig. 4 は式(12)のパワースペクトルを図示したものである。計算には Fig. 2 の場合と同様に $\omega_b = \omega_s$, $\rho = 0.35$, $\gamma = 0.76$ という値を用いた。通常の干渉信号と帰

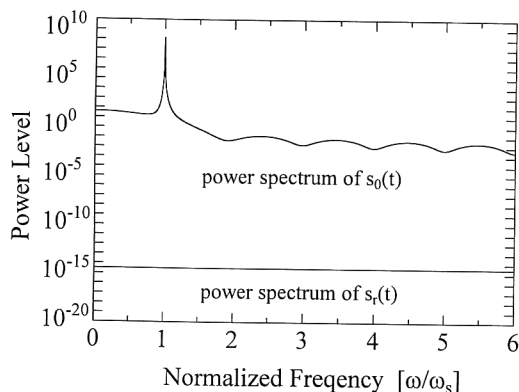


Fig. 4. Power spectrum $S_i(\omega)$ in Eq.(12) as a function of normalized frequency ω/ω_s .

線区間における干渉信号ではパワーレベルに 10^{-15} 以上の差がある。このことから鋸歯状波の帰線区間における干渉信号は復調機構に影響を与えない。つまり $S_i(\omega) = S(\omega)$ と考えてよい。

3. 実 験

Fig. 5 に実験に用いた光学系を示す。用いた LD は中心波長 $\lambda_c = 830$ nm, 閾電流 $i_{th} = 40.2$ mA の GaAlAs 3 重量子井戸構造の LD (Hitachi HL 8325 G) である。注入電流変化に対する波長変化を調べることで、電流変調効率 $\beta = 2.07$ GHz/mA が得られた。注入電流は 52 mA でバイアスされており、それに周波数 $\omega_s/2\pi = 80$ Hz, 振幅 $i_m = 4.16$ mA の鋸歯状波を重畳することにより変調を行った。鋸歯状波変調されたレーザー光は対物レンズにより平行光にされた後アイソレーターを通り、ビームスプリッターで物体光と参照光に分けられる。物体鏡にはジルコン・チタン酸鉛素子磁器 (PZT) でできた圧電性素子を取り付けてある。これに交流電圧を印加し、歪ませることで正弦的な振動が与えられる。用いた PZT は 60 kHz で共振周波数を持ち、この周波数付近では PZT の印加電圧と与えられる振幅との間に線形な関係がなくなる。そこで、印加電圧と振幅の間に線形な関係が成り立つ 1 kHz に交流電圧の周波数を選んだ。このときの印加電圧と振幅の関係は $2 \text{ nm}/V_{0-p}$ であることがわかっている。物体光は物体鏡により位相変調を受け、2 つの光波はビームスプリッター上で再び

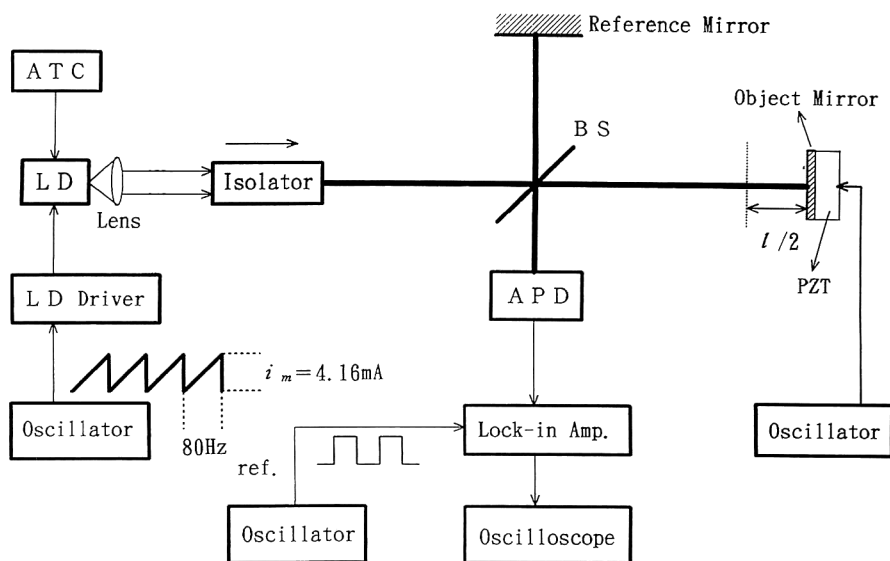


Fig. 5. Experimental setup of an optical heterodyne interferometry for small displacement measurement.

重なり、そこで干渉が起こる。干渉信号はアバランシフフォトダイオード (APD) により電気信号に変換され、ロックインアンプによりビート周波数と同じ周波数成分だけが出力される。この場合、ロックインアンプは一種のバンドパスフィルターとみなすことができる。すなわち、ロックインアンプの参照信号の周波数をビート周波数と同期させれば、干渉信号からビート周波数と同じ周波数成分だけを出力させることができる。実験では参照信号としてビート周波数と等しい 80 Hz の周波数をもつ矩形波を用いた。ロックインアンプからの出力信号は式 (11) と同一のものである。LD は温度の変化により波長が変化するので、温度自動調整回路 (ATC) によりレーザーチップ内の温度が $18.0 \pm 0.01^\circ\text{C}$ となるようにしている。振幅 $i_m = 4.16 \text{ mA}$ に固定し、光路差を微調

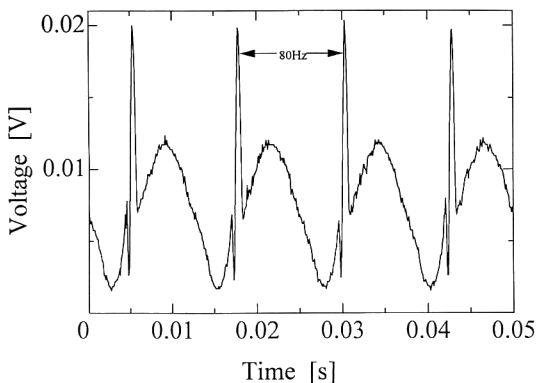


Fig. 6. Intensity of interference beat signal when the condition of $\omega_b = \omega_s$ is fulfilled.

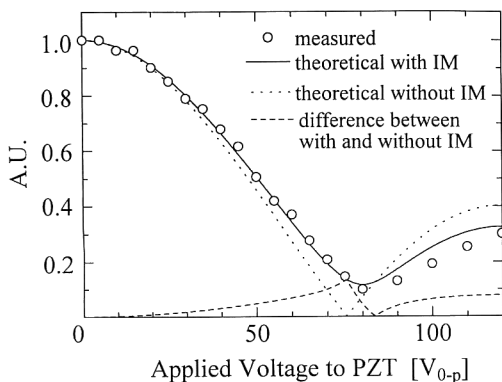


Fig. 7. Optical heterodyne output signal versus applied voltage to PZT: measured (\circ), theoretical with IM (—), without IM (.....) and difference between theoretical with and without IM (-----). IM-intensity modulation.

整することで $\omega_b = \omega_s$ なる干渉信号を生じさせた。Fig. 6 は鋸歯状波の変調周波数 ω_s と等しいビート周波数 ω_b をもつ干渉信号を示している。80 Hz という一周期にちょうど一周期のビート信号があることがわかる。このとき光路差は式 (4) から $l = 35 \text{ mm}$ 、式 (6) から $\rho = 0.35$ と計算される。また、可視度は式 (5) を Fig. 6 の波形にフィッティングさせることで $\gamma = 0.76$ と求めた。Fig. 7 は PZT に周波数 1 kHz の交流電圧を印加し、振幅の測定を行った結果を示している。横軸は PZT の印加電圧、縦軸は電圧を印加していないときを基準として表したものである。白丸は測定値、実線は強度変調による誤差を含んだ式 (11) から求めた理論値、点線は強度変調の効果を無視したとき ($\rho = 0$ としたとき) の値である。理論値と測定値がよく一致しており、強度変調の影響で最小値がゼロにならないことがわかる。破線は強度変調による誤差を含んだ理論値と強度変調の効果を無視したときの差を表している。振幅が大きくなるに従い強度変調による誤差は徐々に大きくなり、いったんは小さくなるが、再び大きくなっていくことがわかる。

4. ま と め

本論文では、正弦振動物体の振幅測定を行い、LD の強度変調が原因で生じる測定誤差について理論的な解析と実験の比較検討を行った。LD を光源に用いた干渉計はコンパクトかつ簡単に構成できるという利点がある。さらに、LD の強度変調の効果を抑制するために、強度変調を表すパラメーターに $\rho = 0.35$ という小さな値を用いた。これまでに報告されている周波数領域における解析法により、振幅測定を行う場合の測定誤差について簡単な理論式を導いた。実験においては鋸歯状波変調 LD を光源とした光ヘテロダイン干渉計を用いて、振幅の測定を行った。測定結果と導いた理論式の間により一致が見られた。強度変調の効果が小さな場合でも、振幅が大きくなるに従ってこれによる誤差が徐々に大きくなっていくことがわかった。解析および実験においては、ビート周波数 ω_b は鋸歯状波の振幅 i_m や光路差 l により任意の値に調整可能なので、ビート周波数と鋸歯状波の周波数は等しい ($\omega_b = \omega_s$) という条件を用いた。

今後の課題として、ビート周波数と鋸歯状波の周波数が等しくない ($\omega_b \neq \omega_s$) 条件について検討すること、および変調周波数の違いによる影響を詳細に調べることがあげられる。

最後に、本研究をすすめるに当たり貴重なアドバイスを与えてくださった職業能力開発大学校電子工学科教授

石井行弘先生に深く感謝いたします。

文 献

- 1) M. Imai and K. Kawakita: "Optical-heterodyne displacement measurement using a frequency-ramped laser diode," *Opt. Commun.*, **78** (1990) 113-117.
- 2) Y. Ishii, J. Chen and K. Murata: "Digital phase-measuring interferometry with a tunable laser diode," *Opt. Lett.*, **12** (1987) 233-235.
- 3) R. Onodera, Y. Ishii, N. Ohde, Y. Takahashi and T. Yoshino: "Effect of laser-diode power change on optical heterodyne interferometry," *J. Lightwave Technol.*, **13** (1995) 675-681.
- 4) 高橋佳孝, 大出暢之, 芳野俊彦: "出力一定 FM レーザダイオードとその干渉計測への応用", *光学*, **23** (1994) 122-126.
- 5) 棚橋昌史, 大谷幸利, 吉澤 徹: "半導体レーザーを用いた直交2周波光源の開発", *光学*, **23** (1994) 758-764.
- 6) R. Onodera and Y. Ishii: "Effect of beat frequency on the measured phase of laser-diode heterodyne interferometry," *Appl. Opt.*, **35** (1996) 4355-4360.
- 7) H. Olesen and G. Jacobsen: "A theoretical and experimental analysis of modulated lase fields and power spectra," *IEEE J. Quantum Electron.*, **18** (1982) 2069-2080.

付 録

式(5)に窓関数をかけて一周分だけを切り出し, それとくし形関数の畳込み積分をとることで周期 T をもつ周期関数を拡張すると次式を得る.

$$s(t) = \left\{ \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \times s_0(t) \right\} * \text{comb}\left(\frac{t}{T}\right) \quad (14)$$

ここで, $\text{rect}(t/T)$, $\text{comb}(t/T)$ は次のような関数であり, $*$ は畳込み積分を表している.

$$\text{rect}(t/T) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{comb}(t/T) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (16)$$

式(16)における $\delta(t)$ はデルタ関数である. 周波数領域における解析を行うために式(14)をフーリエ変換すると次式が得られる.

$$\begin{aligned} S(\omega) = \mathcal{F}[s(t)] = & I_b \left[2\pi \text{sinc}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) + \rho j \omega_s \text{sinc}'\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \right. \\ & + \pi \gamma J_0(2k\xi) \left\{ \exp(j\phi) \text{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_b}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \exp(-j\phi) \text{sinc}\left(\frac{\omega + \omega_b}{\omega_s}\right) \right\} \\ & + \frac{\rho}{2} j \gamma \omega_s J_0(2k\xi) \left\{ \exp(j\phi) \text{sinc}'\left(\frac{\omega - \omega_b}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \exp(-j\phi) \text{sinc}'\left(\frac{\omega + \omega_b}{\omega_s}\right) \right\} \\ & - \pi \gamma j \exp(j\phi) J_1(2k\xi) \left\{ \text{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_b - \omega_0}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \text{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_b + \omega_0}{\omega_s}\right) \right\} \\ & + \pi \gamma j \exp(-j\phi) J_1(2k\xi) \left\{ \text{sinc}\left(\frac{\omega + \omega_b + \omega_0}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \text{sinc}\left(\frac{\omega + \omega_b - \omega_0}{\omega_s}\right) \right\} \\ & + \frac{\rho}{2} \gamma \exp(j\phi) \omega_s J_1(2k\xi) \left\{ \text{sinc}'\left(\frac{\omega - \omega_b - \omega_0}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \text{sinc}'\left(\frac{\omega - \omega_b + \omega_0}{\omega_s}\right) \right\} \\ & - \frac{\rho}{2} \gamma \exp(-j\phi) \omega_s J_1(2k\xi) \left\{ \text{sinc}'\left(\frac{\omega + \omega_b + \omega_0}{\omega_s}\right) \right. \\ & \left. + \text{sinc}'\left(\frac{\omega + \omega_b - \omega_0}{\omega_s}\right) \right\} + \dots \left. \right] \times \text{comb}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \quad (17) \end{aligned}$$

実験で用いた条件 $\omega_b = \omega_s$, $\omega_b/2\pi = 80$ Hz, $\omega_0/2\pi = 1$ kHz では $\omega_0/\omega_s = 12.5$ となる. また, $\text{sinc}^2(\omega/\omega_s)$, $\{\text{sinc}'(\omega/\omega_s)\}^2$ の2つの関数は変数 ω/ω_s が増えると, 急速にゼロに接近する. これらのことを考慮し, 実際に必要なビート周波数付近のパワースペクトルを考えるため式(17)に $\omega = \omega_b$ を代入する. このとき $J_n(2k\xi)$ に対し $n \geq 1$ の係数は無視でき, 式(17)で支配的な項は第2項目, 第3項目, 第6項目の3項であることがわかる. したがって, 干渉信号をフーリエ変換したものは式(8)のように表すことができる.