

レンズ設計におけるグローバル最適化

一色真幸

レンズ設計の最適化手法としては、現在、減衰最小自乗法 (damped least squared method: DLS) が一世を風靡している。実はこのほかにもいくつかの手段が考えられたのではあるが、結局取り扱ひの簡便さとコンピューターへの相性のよさが圧倒的に強い DLS だけが残った。この手法は世界中で使われることとなり、30 年以上の長期にわたり多くの人の改善が加えられて、ますます実用性が高められてきた。

ただ、この DLS にはひとつの大きな欠点がある。それは、この手法によって得られる設計解は、設計者がたまたま選んだ出発点の近傍にある局所的な (ローカル) 解に過ぎないことである。他にもっと性能のすぐれている解があってもそれを自動的に探すことはできないのである。この欠点は DLS 法が開発された当初より強く意識されていた。ここでは大局的な (グローバル) 最適化手法と、そのひとつであるエスケープ関数法とについて述べる。

1. 減衰最小自乗法¹⁻⁴⁾

レンズ設計とは図 1 に示すような断面のレンズを作るための資料を得ることである。具体的には、レンズ各面の曲率、光軸に沿った面間隔、硝子の屈折率や色分散を表すアッペ数などの数値 (この例では約 30 個くらい) を決めることである。これらを一括して設計パラメーターと呼び、 $x_j (j=1, 2, \dots, n)$ と表すと、設計とはレンズによい性能を与える x_j の組、つまり n 次元ベクトル空間内の 1 点を決めることに他ならない。例えば図 2 のように地殻内に分布する鉱脈を探索することに相当する。減衰最小自乗法は出発点に最も近い有望な鉱脈を自動的に探索する方法であ

る。得られる解は、たまたま出発点の最も近くのある鉱脈ではあるが、これより離れたところにあるもっと有望な鉱脈には決して到達しない。これらの鉱脈は 3 次元空間に分布しているが、これとは桁違いに多い次元の空間で解を求めるレンズ設計はさらに複雑な問題を抱えている。

ここでは、レンズの収差を $f_i (i=1, 2, \dots, m)$ と表す。これらなるべく小さい、できればゼロであることが望ましいわけであるが、実際にはこの収差の自乗和をメリット関数なる単一評価尺度

$$\phi = \sum_i f_i^2 \quad (1)$$

としてこれができるだけ小さくなるような解を求めることになる。収差 f_i は設計パラメーター x_j の関数であるから、メリット関数 ϕ が極値をとるための条件は

$$\partial\phi/\partial x_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

で与えられる。この式を解いて x_j の組を求めればよいのであるが、これは決して簡単ではない。収差 f_i は x_j のきわめて複雑な関数であって、その数値は追跡計算によってのみ得られるからである。最小自乗法ではこの f_i を設計の出発点近傍で x_j に関して線形近似する。そうすれば ϕ は x_j の 2 次式となり、これを微分した式 (2) は x_j に関する連立一次方程式となる。この解は容易に得られるがそれは近似解に過ぎない。したがってこの解を出発点として再び第二次の近似解を求める。こうした繰り返し作業を行うことによって真の解に近づこうとするのである。図 3 は設計パラメーターが 2 つのときの解へ至る道筋を示したもので、設計はその出発点 A_0 より A_1, A_2 を経て局所解 P に収束する。各ステップの大きさと方向はその出発点におけるメリット関数を近似したものによるのであるから、あまりステップサイズが大きいと近似が悪くなり真の解への収束が保証されない。さりとて、このステップサイズを小さくしすぎる

東京工芸大学工学部 (〒243-0297 厚木市飯山 1583)
現在：一色オプティクス (〒247-0064 鎌倉市寺分 3-10-10)
E-mail: issniki@yk.netlaputa.ne.jp

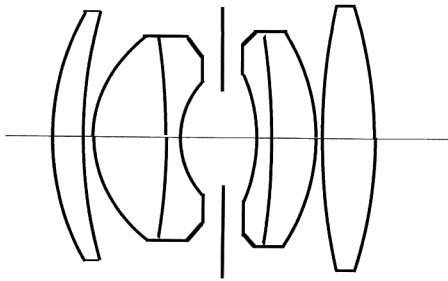


図1 レンズ断面.

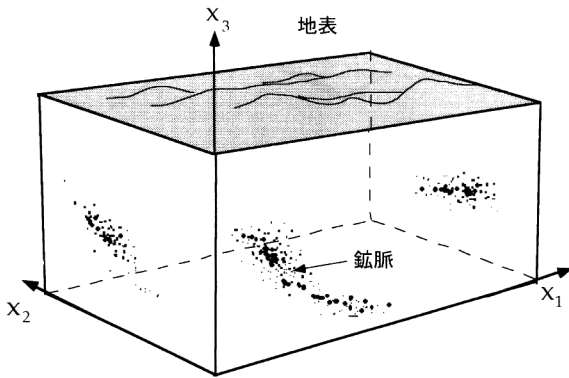


図2 鉱脈の分布.

と解への収束はするもののステップ数が多くなり、時間がかかりすぎて実用性が失われる。そのつど適当にステップサイズをコントロールする必要がある。減衰最小自乗法では、減衰因子 (damping factor) を用いることによりこの問題を解決した。すなわち、メリット関数に減衰項(式(3) 2項)を加えて

$$\phi = \sum_i f_i^2 + \sum_j D (x_j - x_{j0})^2 \quad (3)$$

とし、これを極小化するのである。ここに D は減衰因子と呼ばれるもので、 x_{j0} は改善サイクルの出発点における設計パラメーターの値である。この新しい ϕ を小さくするような手段をとれば、パラメーター空間内の移動にブレーキがかかる。ステップサイズが大きくなると式(3)の第2項が急に大きくなるためである。メリット関数の地形を判断してこのブレーキの強さ (D の大きさ) を自動的に調節することに成功したので、減衰最小自乗法 (DLS) がレンズ設計の最適化に広く用いられるようになったのである。

2. グローバル最適化

減衰最小自乗法の欠点は前述のとおり得られた解が局所解に過ぎないことである。設計が局所解に近づくと減衰因子が自動的に大きくなってその解よりの離脱を不可能にするからである。したがって、設計者がこの解に満足できないときは設計の出発点を変えて再び最適化を行うことにな

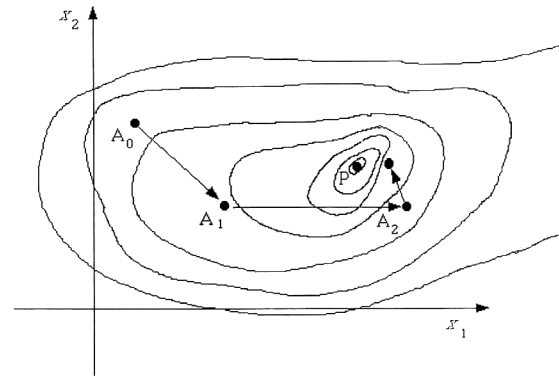


図3 最小自乗法による解Pへの収束.

表1 グローバル最適化手法.

手法	発明者, 著者
(1) アニーリング法 (Simulated annealing)	Hearn
(2) ASA 法 (Adaptive simulated annealing)	Jones and Forbes
(3) GS (Global synthesis)	Kuper and Harris
(4) エスケープ関数 (Escape function)	一色, 小野, 中楯
(5) 遺伝的手法 (Genetic algorithm)	Moore
(6) エキスパートシステム	Dilworth
(7) BUSD (Blow up/Settle down)	Shafer

るが、よい出発点の選定はたいへん難しい。

グローバル最適化を行う試みはこれまで何回も行われてきた⁵⁻¹⁹⁾。主なものを表1にあげておく。(1), (2)の annealing 手法⁵⁻⁷⁾ は乱数を用いてパラメーター空間内を探索するものであるが、こうした手法は境界条件の処理が相当な重荷になるのではないかと考えられる。(3)の global synthesis は学会に発表された論文は多いものの⁸⁻¹⁰⁾、その手法が一切公開されていないので、そのアルゴリズムに対するコメントはできない。市販のプログラムに含まれてはいるが、ユーザーにとっては全くのブラックボックスである。(4)の escape function 法¹¹⁻¹⁴⁾については次にやや詳しく述べるが、実用性と今後計画中の地形探索力が期待される。(5)は遺伝の研究手法をレンズ設計に適用したもので、その新規性が注目されている。(6)のエキスパートシステム¹⁵⁾は設計者の経験による成果をファイルしておき、目標とする設計仕様に適した初期設計データを探し出す手法である。(7)の BUSD (blow up/settle down) は DLS による最適化の途中で故意に極端に低い減衰因子を使うもので¹⁶⁾、これにより設計が局所解の勢力範囲より大きく飛躍して別の局所解領域に飛び込むことを狙ったものである。

3. エスケープ関数による最適化手法

3.1 エスケープ関数

減衰最小自乗法 (DLS) により設計がメリット関数 ϕ の極小値 (ローカルミニマム) に収束したとき、これより脱

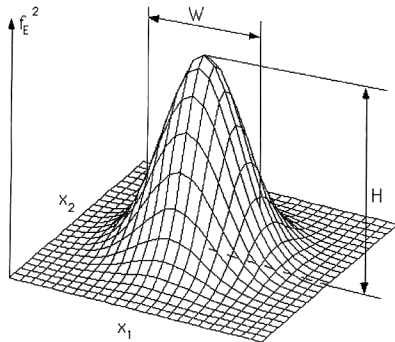


図4 エスケープ関数の寄与.

出して別の解を探すために筆者らはエスケープ関数 f_E を提唱した。この f_E を最適化過程でコントロールされる収差群 f_i に付加することにより、パラメーター空間のローカルミニマム付近でメリット関数の値を高めることができる。そこで設計はこの解を抜け出して別の極小値を探すことになる。エスケープ関数は次式で定義される。

$$f_E = \sqrt{H} \exp \left[-\frac{1}{2W^2} \sum_j \{ \mu_j (x_j - x_{jL}) \}^2 \right] \quad (4)$$

ここに、 x_{jL} はローカルミニマムの位置、 μ_j は各パラメーターのメリット関数に対する感度に相当する荷重である。また、 H はローカルミニマム位置で ϕ の値を増加する量、 W はエスケープ関数の影響の及ぶ範囲の目安である。図4は2次元のパラメーター空間におけるエスケープ関数のメリット関数への寄与 f_E^2 を示したものである。

3.2 手法の手順

図5はエスケープ関数により複数の局所解を自動的に求めるフローチャートである。設計が局所解に陥ったとき、まずエスケープ関数を設定する。この関数を含むメリット関数を小さくするため数回の繰り返し最適化を行い、設計を局所解の影響力の範囲外に移す。そこでエスケープ関数を除いて、再び最適化を行うことにより別の解に到達する。この解をファイルすると同時に、同様なエスケープ操作をあらかじめ定められた数の解が得られるまで繰り返すのである。

ときとしてこのエスケープが失敗して、別の解を探したつもりがもとの解に戻ってしまうことがある。あるいは新しい解がすでに探索されファイルされている解のひとつと一致する事態も起こり得る。これらは H, W の値が不適切に設定されたためで、そうした場合はこれらの値を定められたルールに従って変更してから再びエスケープを試みるために、フローチャートの左ルートがある。エスケープの成否を判断する基準には次の「距離」を用いる。

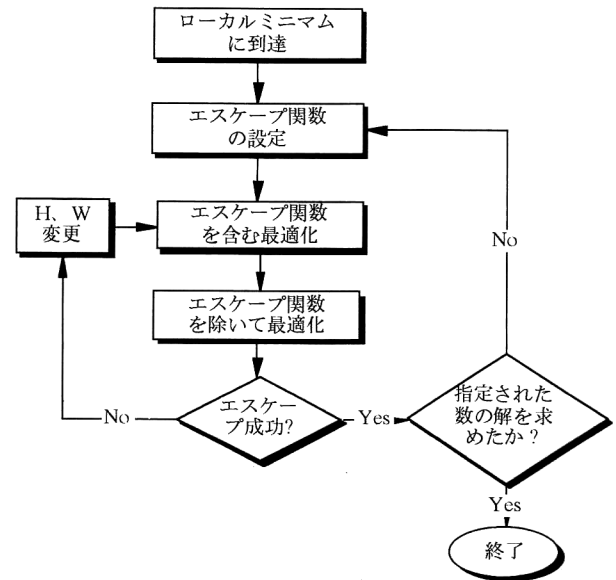


図5 エスケープ法のフローチャート.

3.3 パラメーター空間における距離と閾値

パラメーター空間における2つの設計値ベクトル \mathbf{x} と \mathbf{x}' の距離として

$$D_p = \sqrt{\sum_{j=1}^n [\mu_j (x'_j - x_j)]^2} \quad (5)$$

を定義する。これが十分に小さい2つの設計は同一であるとみなされ、新しく得られた解が前の解またはそれまでにファイルされた解と同一であればエスケープは失敗したとみなされる。実際には、適当な閾値 D_t を決め、

$$D_p < D_t \quad (6)$$

ならばエスケープは失敗であると判断する。この閾値を適当に選ぶことによって、パラメーター空間の精探索と粗探索を使い分けることができる。解が比較的狭い空間に密集しているとき、閾値を小さくすれば多くの解が得られ、また閾値を大きくすれば、これら形態が類似した解はそのひとつ (ϕ の小さいほう) で代表されて、形状の大きに異なる解のみが拾いあげられファイルされることになる。

精探索および粗探索の例をそれぞれ図6、図7に示す。これはIC製作装置のKrFエキシマレーザーを光源とした縮小投影露光レンズで、結像倍率0.2、像面サイズ10×10 mm、NA=0.3のものである。

4. エスケープ関数によるパラメーター空間の考察

レンズ設計とは前述のようにパラメーター空間内の1点を求める仕事である。この空間は多次元であるので、3次元の世界に住み慣れた人間にとってはたいへん見通しの悪いものである。単に、機械的に次元を拡張したというわけにはいかない。筆者らはエスケープ関数を実地に使ってき

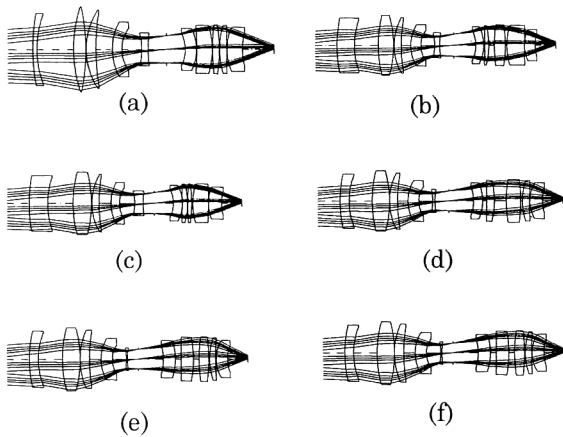


図6 精探索, 閾値 $D_1=0.1$. (a) は設計の出発点, (b), (c), (d), (e) および (f) はそれぞれ 3, 6, 9, 12, 15 番目に得られた解. 類似性が強い.

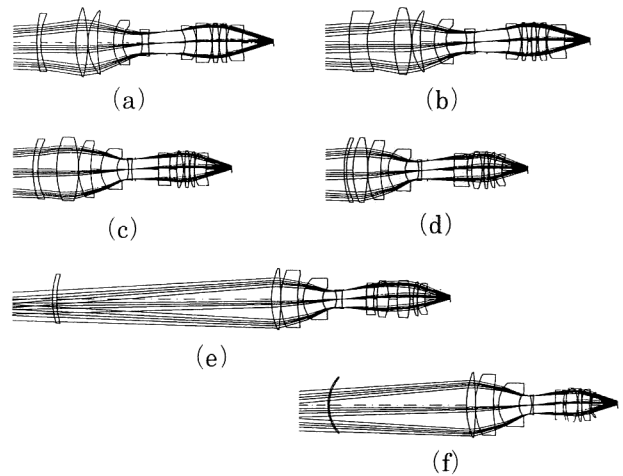


図7 粗探索, 閾値 $D_1=10$. (a) は設計の出発点, (b), (c), (d), (e) および (f) はそれぞれ 3, 6, 9, 12, 15 番目に得られた解. タイプに変化がみられる.

まざまの設計を行い, レンズ設計という仕事を別の視点より見直してみた. 得られた資料の考察はまだまとまっていないが, ここに現状を述べ今後の見通しについて触れておきたい.

4.1 グローバル探索の限界

エスケープ関数をも含めた現在までのグローバル最適化法は広域で多くの設計解をもたらすものの, この中に一番よい解が含まれているかどうかは保証の限りではない. 図8はエスケープ関数を使って得られた100個の解のメリット関数を探索順に並べたものであるが, 101番目にもっとすぐれた解があるかもしれないのである.

しかしながら, これらメリット関数の値をみると, その下限値はあまり異なっていない. この限界はレンズの複雑さによってほぼ決まるとみてよいのではないかと. したがって100個を超える解を探しても, この下限より飛躍的に小さいものは望めないように思われる. この下限(限界性能)に満足できなければ, レンズの複雑さを増やすべきである. それには, 枚数の増加, 非球面の導入などが考えられる.

グローバル探索法でこの限界に近い複数の解が得られたときは, それらのうちから製造誤差に対する安定性や作りやすさなどがすぐれたものを選択するのがよい. この意味からも, グローバル最適化は単にメリット関数のすぐれた複数の解を探す目的に限定し, 実用的に最良の解を求めるのは設計者の判断に任すべきであろう.

4.2 谷底領域

パラメータ空間内に1つの局所解を見いだしたとする. これはメリット関数のローカルミニマムであるから, この点を少し離れるとメリット関数は増大するはずである. 今, 簡単な3次元のメリット関数のモデルをつくり¹⁴⁾,

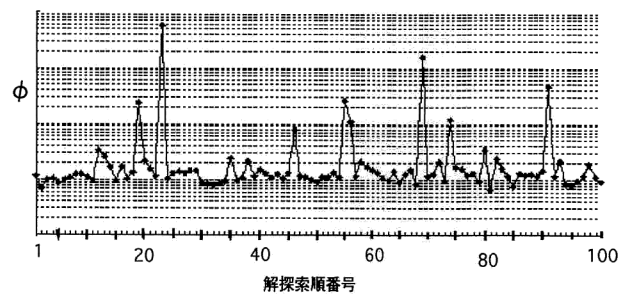


図8 メリット関数の値.

この空間内にランダムに分布する各点についてメリット関数を計算し, これをローカルミニマムよりの距離

$$L = \sqrt{\sum_j [\mu_j (x_j - x_{jL})]^2} \quad (6)$$

の関数としてプロットしたのが図9である. ドット群の下端を結ぶ曲線 ϕ の値は L が増えるにつれては徐々に増加し, 一定の値を超えるとまた低下する. この最高点がいわゆるサドルポイントで, 設計がローカルミニマムを脱出して, 次の解を求めるための理想的な通路のひとつであるサドルパスはこのサドルポイントを通ると考えられる. この曲線をみれば, エスケープ関数における2つの係数 H および W をどのように決めればよいという目安が得られるはずである.

ところが実際のレンズ設計を対象として, 多次元空間(この例では17次元)においてこうしたドット分布図を作ってみると図10のようになる. ドットの下端がほぼ水平直線になっているのは一見奇妙だが, 設計パラメータの次元が増えるにつれてこの傾向は強くなるのである. $L=0$ の位置における ϕ の値は最適化の結果得られたものであるからもちろんひとつのローカルミニマムで, その近傍で

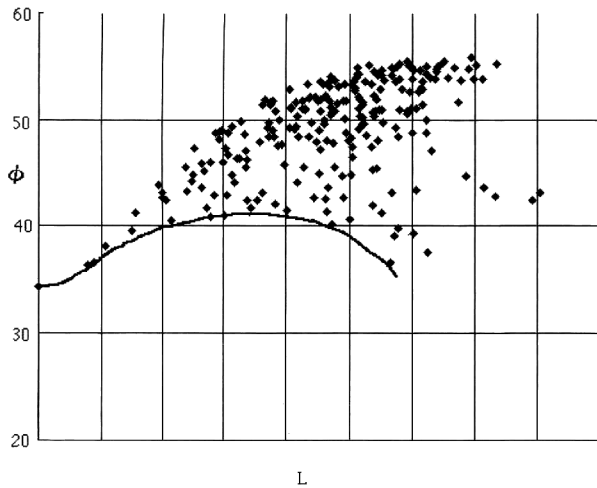


図9 ϕ プロット (3次元).

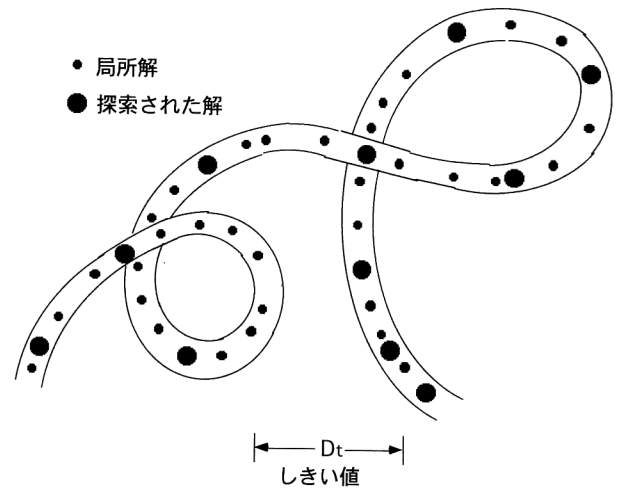


図11 ひも状領域.

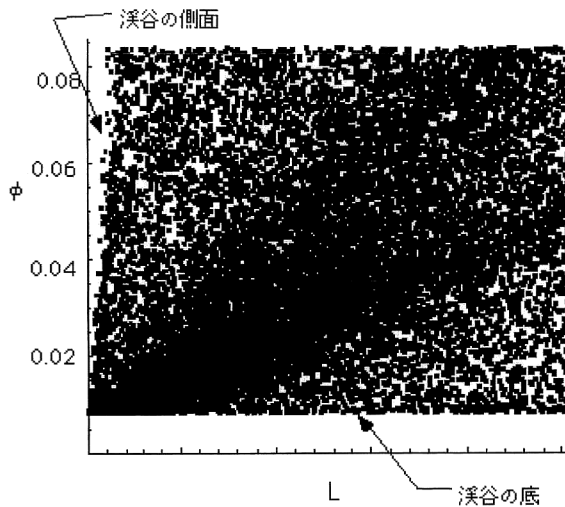


図10 ϕ プロット (17次元).

一番低いのは間違いないが、 $L \neq 0$ における最小値との差は非常に少ない。このことは、実際のレンズ設計では多次元空間において1つのすぐれた解があれば、ほぼ同等のメリット関数値をもった解が連続してかなり遠くの領域まで続いていることを暗示している。こうした谷底の領域は多次元のパラメータ空間内を曲がりくねって延びているのである。この渓谷の側面はきわめて急峻な斜面であることは図10の左のドット限界の立ち上がり勾配により想像される。このような地形 (twisted valley) があることはすでに経験的な知識として述べられていたが^{17,19)}、それが実験でも確かめられたことになる。

4.3 エスケープ関数によるレンズタイプの考察

実際のレンズ設計では、多次元パラメータ空間内に走る曲がりくねった“ひも” (winding string) 状領域に多くのすぐれた局所解が分布することが非常に多い。これらを拾い上げることは乱数発生によって可能かもしれないが、

それは決して実用的でない。 L の値が大きくなると、乱数によるシステムはレンズの境界条件を侵した解を遠慮会釈なく拾い上げてくるからである。図10のドットの中で左にゆくにしたがって実用可能なものは激減する。

エスケープ関数で H の値を非常に小さく設定して空間の探索を行えば、これらの無意味な解を拾うという心配はいらぬ。エスケープ関数は減衰最小自乗法に基づいているので、今まで多くの技術者によって開発されてきた境界条件コントロールの手段をすべてそのまま使うことができるからである。したがって、特定のひもに属する物理的に実現可能な解を、閾値の選択により任意の間隔で探索することができるのである (図11)。

また、レンズタイプを従来とは異なる立場より分類することもできる。設計の間隔 L が大きくても、同一のひも領域に属する設計は同グループであるとみなし、たとえタイプの形状は似ていても、異なるひも領域にある解は別種だとみることできる。

ところで、今まではとても不可能だと考えられていたような仕様のレンズが、あるとき誰かの努力によって完成されたとする。いったんこのことがわかると、その後次々と同仕様を満足させる異なったタイプのレンズが設計されることが過去に何回もあった (ステッパー用レンズ、高ズーム比レンズ、小型ズームレンズなど)。設計者にとって“解が存在する”という事実が、今までは諦められていたその設計を得ようとする努力を強く促すためであろう。このことは視点を変えればひもの存在によっても説明される。全く新規とみられるタイプが実は元の設計を含むひもを辿ることによって得られることも多い。ここまで考えてくると、レンズ設計の特許というのはいったい何を保護しているのかという問題が起こってくる。特許の請求範囲では、

特定の設計に対していくつかの設計変数の数値範囲を限定したり、その相互関係を指定したりするのが普通である。

ところが、前述のエスケープ関数の利用あるいはその他の方法²⁰⁾により、特許の指定に抵触しない領域に同様の性能をもった設計が容易に見いだされる可能性が高くなる。

なお、本節の裏付けとなる実験を行った東京工芸大学工学部の学生、武俊典、荒井大作、山崎岳教、須田貴裕、田中要司、田辺和佳子、筑後あけみ等の諸君に深く感謝する。

グローバル最適化の手法につき私論を述べ、特にエスケープ関数法の特長と実用性について報告した。エスケープ関数は、最初は設計がいったんメリット関数のローカルミニマムに陥ると抜け出せないという状況を克服し、他の解を求める手段であった。これをフローチャートで示されるような設計プログラムに組み込むことによって、グローバル探索を比較的短時間で自動的に行うことが可能になった。さらに多次元における設計パラメーター空間の地形を研究することによって、ひも理論の利用などいろいろな可能性が生まれつつある。筆者らは現在このような新しい見方に立って実用設計技術を開発すべく研究中であるが、まとまった時点でまた報告をしたい。

文 献

- 1) M. J. Kidger: "Use of the Levenberg-Marquardt (damped least-squares) optimization method in lens design," *Opt. Eng.*, **32** (1993) 1731-1739.
- 2) D. F. Feder: *Appl. Opt.*, **2** (1963) 1209.
- 3) G. H. Spencer: "A flexible automatic lens correction procedure," *Appl. Opt.*, **2** (1963) 1257-1264.
- 4) C. G. Wynne: "Lens designing by electronic digital computer I," *Proc. Phys. Soc.*, **73** (1959) 777.

- 5) G. Hearn: "Design optimization using generalized simulated annealing," *Proc. SPIE*, **818** (1987) 258.
- 6) G. Forbes and A. Jones: "Toward global optimization with adaptive simulated annealing," *Proc. SPIE*, **1354** (1990) 144-153.
- 7) A. Jones and G. Forbes: "Application of adaptive simulated annealing to lens design," *OSA Proc. of the IODC, vol. 22* (Rochester, NY, 1994) pp. 42-45.
- 8) T. Kuper and T. I. Harris: "Global optimization—An emerging technology," *Proc. SPIE*, **1780** (1992) 14-28.
- 9) T. Kuper, T. I. Harris and R. Hilbert: "Practical lens design using a global method," *OSA Proc. of the IODC, vol. 22* (Rochester, NY, 1994) pp. 46-51.
- 10) T. Kuper and T. I. Harris: "A new look at global optimization for optical design," *Photonics Spectra*, (1992) 151-160.
- 11) 一色真幸, 小野広起, 中橋末三: "レンズ設計の最適化手法(ローカルミニマムの処理)", *光学*, **23** (1994) 98-99.
- 12) M. Isshiki, H. Ono and S. Nakadate: "Lens design: An attempt to use 'escape function' as a tool in global optimization," *Opt. Rev.*, **2** (1995) 47-51.
- 13) 一色真幸, 小野広起, 中橋末三: "エスケープ関数によるレンズ設計", *光学*, **24** (1995) 415-421.
- 14) M. Isshiki, H. Ono, K. Hiraga, J. Ishikawa and S. Nakadate: "Lens design: Global optimization with escape function," *Opt. Rev.*, **2** (1995) 463-470.
- 15) D. Dilworth: "Expert systems in lens design," *Proc. SPIE*, **1354** (1990) 359-370.
- 16) D. Shafer: "Global optimization in optical design," *Comput. Phys.*, **8** (1994) 188.
- 17) D. Sturlesi and D. C. O'Shea: "Future of global optimization in optical design," *Proc. SPIE*, **1354** (1990) 54-58.
- 18) D. Sturlesi and D. C. O'Shea: "The search for a global minimum in optical design," *Proc. SPIE*, **1168** (1989) 92-106.
- 19) E. Glatzel and R. Wilson: "Adaptive automatic correction in optical design," *Appl. Opt.*, **7** (1968) 265-276.
- 20) 中川治平: "Additive method によるレンズシステムの合成", *光学*, **27** (1998) 101-103.

(1998年4月30日受理)