

Mod π のフーリエ位相情報を組み込んだ繰り返し型 ブラインドデコンボリューションアルゴリズムの特性

高城 洋明*・牧 英雄*・高橋 徹**

*九州工業大学工学部電子工学教室 〒804-0015 北九州市戸畑区仙水町 1-1

**大分工業高等専門学校電気工学科 〒870-0152 大分市牧 1666

Characteristics of the Iterative Blind Deconvolution Algorithm Making Use of the Modulo π Fourier Phase Information

Hiroaki TAKAJO,* Hideo MAKI* and Tohru TAKAHASHI**

*Department of Electronic Engineering, Kyushu Institute of Technology, 1-1, Sensuicho, Tobataku, Kitakyushu 804-0015

**Department of Electrical Engineering, Oita National College of Technology, 1666, Maki, Oita 870-0152

Recently we proposed the iterative technique which, in noise free case, can effectively complete blind deconvolution even when the knowledge of the support of the original image to be retrieved is not available. This method consists of two steps. At the first step, the modulo π Fourier phase information of the original image is derived from the measured convolution image. At the next step, blind deconvolution is accomplished with an algorithm incorporating the derived phase information into Ayers and Dainty's blind deconvolution technique. In this paper, the performance of this algorithm in the presence of noise is investigated. Computer simulations demonstrated that this algorithm is no less or more robust than our earlier blind deconvolution method which needs the knowledge of the support of the original image.

1. はじめに

点像応答関数によって乱された観測像のみから原像を分離する問題はブラインドデコンボリューション問題といわれ、天体観測をはじめ光学のさまざまな分野で生じる。Lane と Bates は観測像の Z 変換のゼロ点分布すなわち zero sheet の概念を用いて、観測像から原像が分離可能であることを示した¹⁾。Ayers と Dainty はフーリエ変換と逆変換を利用したアルゴリズムのなかで像の非負性等の拘束条件を繰り返し課すことによって原像を分離する繰り返し型のブラインドデコンボリューション法 (AD 法と略記する) を提案した²⁾。この方法は現在最も実用性の高い方法のひとつであるといわれているものの、観測像にノイズが存在せず原像の正確なサポートがわかっている場合でさえ、完全に原像を分離できるとは限らないという問題を有している。

一方、Lane と Bates は観測像自身から原像のフーリエ

位相の mod π での情報が入手できることを示すと同時に、その情報を繰り返し型の振幅回復アルゴリズムに組み込むことによって原像を回復する方法を提案した³⁾。また、筆者らは、Lane と Bates らが示したのと等価な方法で原像のフーリエ位相の 2 倍の位相を入手し、繰り返し型の振幅および位相回復アルゴリズムを組み合わせて用いることによって原像を回復する方法を構築した^{4,5)}。これらの方法は少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には、原像を事実上完全に回復することが可能である。しかしながらこれらの方法は、いずれも後半の繰り返し型の振幅回復アルゴリズムや位相回復アルゴリズムを実行する過程において、原像のサポートについての知識を必要とするために、原像のサポートの情報を入手不可能の場合に適用できないという問題点を有している。これに対して筆者らは最近、Lane と Bates らの方法によって得られる原像の mod π のフーリエ位相情報を AD 法に組み込むことを提案した⁶⁾。この方法によれば、少なくとも観測像にノイズが存在しない場合には、原像のサポートの知識を必要とすることなく原像

E-mail: tohru@oita-ct.ac.jp

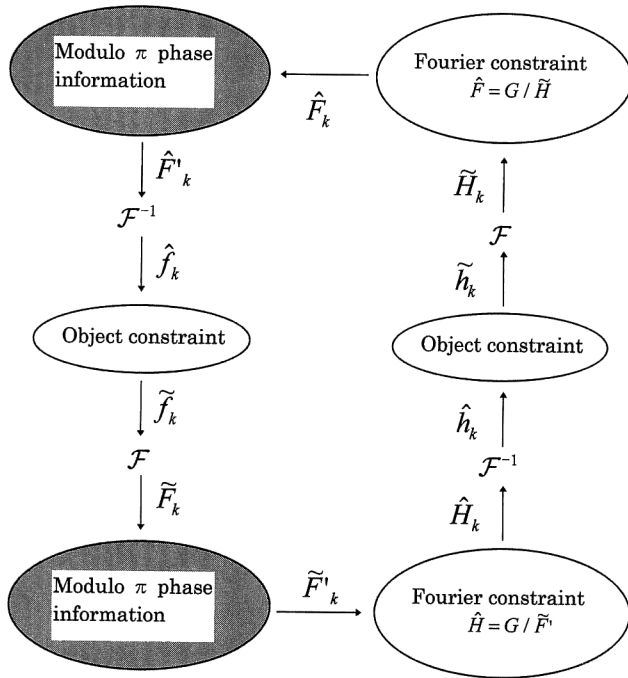


Fig. 1. Block diagram of step 2 of MAD algorithm.

をほぼ完全に分離できる。本論文では、観測像がノイズによって乱されている場合のこの方法 (mod π AD 法と呼び MAD 法と略記する) の問題点を議論しその対処法を示すとともに、計算機シミュレーションにより MAD 法の有効性を検討する。この際、点像応答関数による違いが回復度に与える影響についても検討する。

2. ブラインドデコンボリューション法

MAD 法の手順は、文献 6) に示しているとおりであるが、以下の議論の準備のために記号の導入を兼ねて簡単に復習する。観測像を $g(x,y)$ とおく。観測像は原像 $f(x,y)$ と点像応答関数 $h(x,y)$ とのたたみこみ、

$$g(x,y) = f(x,y) \otimes h(x,y) \quad (1)$$

によって表されるものとする。ここで \otimes はたたみこみを表し、 (x,y) は像空間におけるサンプル点の座標を表す。観測像がノイズ $n(x,y)$ によって乱される場合は、

$$g(x,y) = f(x,y) \otimes h(x,y) + n(x,y) \quad (2)$$

と記述される。本論文では、 $g(x,y)$ 、 $f(x,y)$ 、 $h(x,y)$ はそれぞれ非負の実数値をとるものとする。また、 $f(x,y)$ と $h(x,y)$ はそれら自身が別の 2 つ以上の信号のたたみこみとして表されることはないものとする。MAD 法は以下に示す 2 つのステップで構成される。

ステップ 1:

原像のフーリエ位相の mod π での情報を入手する。観測像 $g(x,y)$ のフーリエ変換を $G(u,v)$ 、その振幅を $|G(u,v)|$

と表す。 $|G(u,v)|$ を用い、Fienup によって提案された位相回復アルゴリズム^{7,8)} を実行する。像領域の拘束条件として $g(x,y)$ に外接する矩形サポートと非負条件を用いる。ノイズがない場合には、4 通りの像、すなわち観測像自身 $g(x,y)$ とその反転像 $g(-x,-y)$ ならびに $g^+(x,y) = \Im^{-1}\{F(u,v)H^*(u,v)\}$ とその反転像 $g^+(-x,-y)$ が解として許される。ここで $*$ は複素共役を表す。何通りもの乱数分布の像を初期像として、Fienup の位相回復アルゴリズムを $g(x,y)$ と $g(-x,-y)$ 以外の像が得られるまで実行する。このようにして得られた像が $g^+(x,y)$ であるか $g^+(-x,-y)$ であるかを判断することはできないが、それらのうちのどちらが得られていてもかまわない。いま $g^+(x,y)$ が得られたとすれば、次式

$$\begin{aligned} G(u,v) + G^+(u,v) &= F(u,v) \{H(u,v) + H^*(u,v)\} \\ &= 2\text{Re}\{H(u,v)\}F(u,v) \end{aligned} \quad (3)$$

が成立する。したがって、 $G(u,v) + G^+(u,v)$ の位相 $\theta(u,v)$ を求めることにより、原像のフーリエ変換 $F(u,v)$ の位相と mod π の意味において等しい位相を入手することができる。 $g^+(-x,-y)$ が得られたときには、同様な手続きによって点像応答関数のフーリエ位相と mod π の意味で等しい位相を入手することができる。以下では原像の mod π のフーリエ位相情報が得られたものとして話を進める。

ステップ 2:

第 2 のステップでは、ステップ 1 で得られた位相情報を AD 法に組み込む。このアルゴリズムの模式図を Fig. 1 に示す。 k 回目の繰り返しにおいて像領域の拘束条件を満足する原像の推定像を $\tilde{f}_k(x,y)$ 、そのフーリエ変換を $\tilde{F}_k(u,v)$ とおく。この $\tilde{F}_k(u,v)$ のフーリエ位相をステップ 1 で得られた $\theta(u,v)$ およびそれに π を加えた $\theta(u,v) + \pi$ と比較し、近いほうの位相を推定位相として採用しこれと置き換えて $\tilde{F}_k(u,v)$ を得る。この $\tilde{F}_k(u,v)$ に対して、フーリエ領域の拘束条件を課す。すなわち積が $G(u,v)$ となるように、点像応答関数のフーリエ変換 $\hat{H}_k(u,v)$ を、

$$\hat{H}_k(u,v) / \tilde{F}_k(u,v) \quad (4)$$

として得る。このフーリエ逆変換 $\hat{h}_k(x,y)$ に対して像領域の拘束条件を課して $\tilde{h}_k(x,y)$ を得る。以後 F と H を入れ替えて同じ操作を行うと $k+1$ 回目の原像の推定像 $\tilde{f}_{k+1}(x,y)$ を得る。本手法では像領域の拘束条件として観測像に外接する矩形サポートと非負条件のみを用い、原像あるいは点像応答関数のサポートについての拘束条件は課さない。

3. シミュレーションによる検討

観測像にノイズが存在する場合の本手法の能力を文献

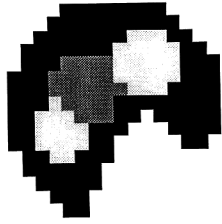


Fig. 2. Original image.



Fig. 3. Point spread function.

5) の収束の保証されたブラインドデコンボリューション法 (以下これを TBD 法と呼ぶ, および AD 法と比較して検討する. 観測像に存在するノイズとして平均値ゼロの正規乱数を以下のように加える.

$$g(x,y) = |f(x,y) \otimes h(x,y) + n(x,y)| \quad (5)$$

このときのノイズの割合を

$$N_r = \left\{ \frac{|n(x,y)|^2}{|g(x,y)|^2} \right\}^{1/2} \times 100 \quad [\%] \quad (6)$$

で表す. アルゴリズムの評価関数として

$$E_{Fk}^{(2)} = \left\{ \frac{\sum_{u,v} |G(u,v) - \tilde{F}_k(u,v) \tilde{H}_k(u,v)|^2}{\sum_{u,v} |G(u,v)|^2} \right\}^{1/2} \quad (7)$$

を定め, ステップ 2 においてこの値が最小となる像を推定像として採用する. 得られた推定像の回復度を考察するために, 原像との平均自乗誤差,

$$E_{ik} = \left\{ \frac{\sum_{x,y} \{f(x,y) - \tilde{f}_k(x,y)\}^2}{\sum_{x,y} \{f(x,y)\}^2} \right\}^{1/2} \quad (8)$$

を求め比較する. ただし, $\tilde{f}_k(x,y)$ の位置ずれを考慮して E_{ik} の値が最も小さくなるときの値を採用する.

原像 $f(x,y)$, 点像応答関数 $h(x,y)$ として, 各々 Fig. 2, Fig. 3 で示す像を用いる. このときのコンボリューション像 $g(x,y)$ を Fig. 4 に示す.

まず, ステップ 1 について検討する. ノイズ N_r が 0.1% のときのステップ 1 における繰り返し回数に対するエラー,

$$E_{Fk}^{(1)} = \left\{ \frac{\sum_{u,v} \{ |G(u,v)| - |\tilde{G}_k(u,v)| \}^2}{\sum_{u,v} |G(u,v)|^2} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

の変化を Fig. 5 に示す. ここで $\tilde{G}_k(u,v)$ は繰り返し回数 k 回目に推定されたコンボリューション像のフーリエ変換である. Fig. 5 における実線は $g^+(x,y)$ が得られる場合を示

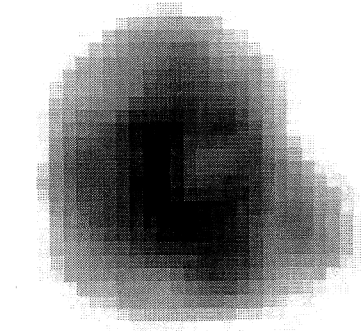


Fig. 4. Convolution image.

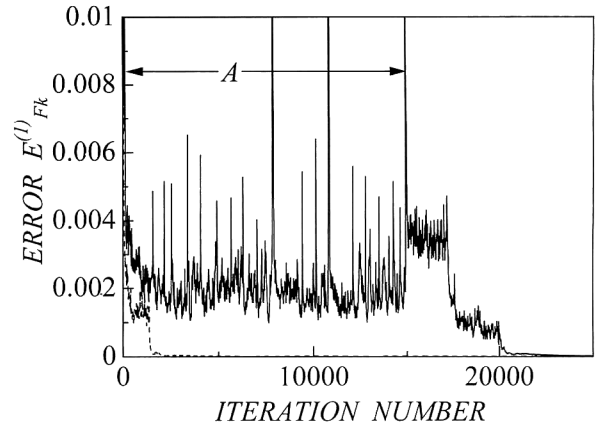


Fig. 5. RMS error $E_{Fk}^{(1)}$ defined by Eq.(9) vs. the number of iterations in step 1 of MAD algorithm for the case in which $N_r=0.1\%$. As the estimate of $g^+(x,y)$, the image is chosen which corresponds to minimum of $E_{Fk}^{(1)}$ in the interval A of the solid line. For the dotted line case, the algorithm does not come close to $g^+(x,y)$ and converges to $g(x,y)$ directly.

し, 破線は観測像 $g(x,y)$ が得られる場合を示している. 観測像にノイズが存在するときには, $g(x,y)$ は Fienup による振幅からの位相回復アルゴリズムにおける解であるが, $g^+(x,y)$ は解ではないことに注意しなければならない. しかしこのとき, $g^+(x,y)$ はノイズが存在しないときには解のひとつであるので, その近傍にエラー $E_{Fk}^{(1)}$ が深い極小値となる物体が存在する可能性が高い. このことは, この極小値物体と解 $g(x,y)$ とのあいだにエラーが大きな値となる物体群が存在していることも意味している. したがって推定物体が $g^+(x,y)$ の近傍にある場合, アルゴリズムは $g^+(x,y)$ の近傍から完全に脱出するまでに $g^+(x,y)$ 近傍への収束と脱出を繰り返すので, Fig. 5 の A と示した部分のように $E_{Fk}^{(1)}$ の変動振幅の大きな状態が持続する. そこでこの部分において $E_{Fk}^{(1)}$ が最小となる物体を得ることによって $g^+(x,y)$ の推定物体とすることができ. こうして得られた物体と観測像とから原像の $\text{mod } \pi$ のフーリエ位相の推定値を得. ノイズの割合を増加して 1% としたときの

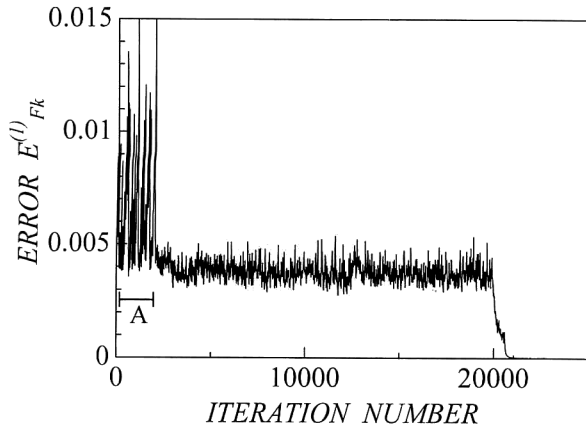


Fig. 6. RMS error $E^{(1)}_{Fk}$ vs. the number of iterations for the case in which $N_r=1\%$.

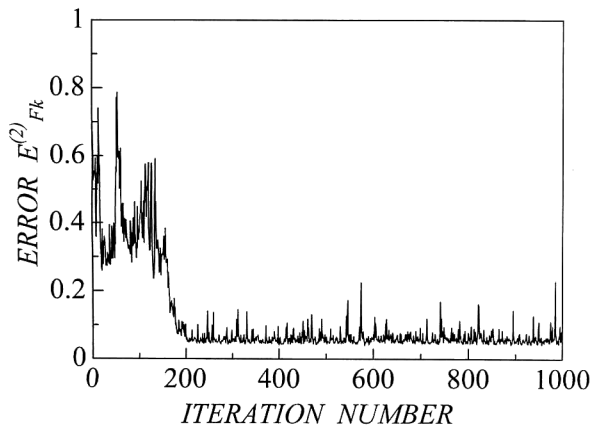


Fig. 7. RMS error $E^{(2)}_{Fk}$ defined by Eq. (7) vs. the number of iterations in step 2 of MAD algorithm for the case in which $N_r=0.1\%$.

$E^{(1)}_{Fk}$ の変化を Fig. 6 に示す。ノイズの割合が増加しても $g^+(x,y)$ を取り出すことのできる A と示した部分の特性すなわちエラーの変動振幅が大きいう特性は保持されている。しかしながらノイズの増加とともに、この部分の範囲が狭くなりエラーの最小値も大きくなっていることがわかる。これはノイズの増加とともに $g^+(x,y)$ に対するエラーの値が大きくなり、したがって $g^+(x,y)$ 近傍から脱出しやすくなるためであると考えられる。筆者らのシミュレーションでは Fig. 3 以外の点像応答関数を用いた場合でもノイズの割合が 5% を超えるようになると A の部分の識別が困難となるため $g^+(x,y)$ の推定が困難になった。

次にステップ 2 について検討する。ノイズが 0.1% のときにステップ 1 で得られた原像の $\text{mod } \pi$ のフーリエ位相の推定値をステップ 2 に組み込んで原像を推定した場合の $E^{(2)}_{Fk}$ の繰り返し回数に対する変化を Fig. 7 に示す。ノイズの存在にもかかわらず、AD 法とは異なり、ある繰り返し回数からエラーがほぼ単調に減少した後は一定の範囲内

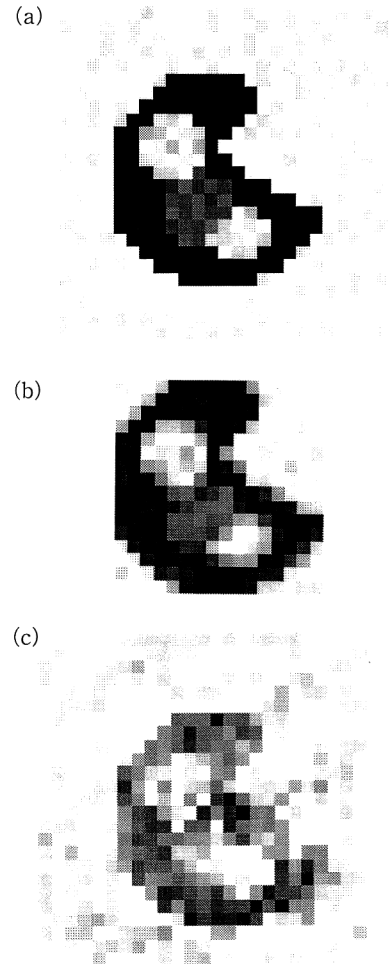


Fig. 8. Estimated image for the original one obtained by (a) MAD, (b) TBD or (c) AD algorithm for the case in which $N_r=0.1\%$.

の値が持続していることがわかる。このときの推定像を Fig. 8(a) に示す。 $E_t=0.0657$ である。この結果と比較するために、ノイズが同じく 0.1% のときに TBD 法によって像を回復した場合の結果を Fig. 8(b) に示す。このとき $E_t=0.1481$ である。Fig. 8(c) には AD 法による推定像を示す。 $E_t=0.5171$ である。この AD 法においては、MAD 法と同様に像領域の拘束条件として観測像に外接する矩形サポートと非負性を用いているが、初期像の違いに回復度が依存しやすく安定した回復が得られなかった。ここではその中で良好な回復度であった場合の推定像を示している。一方、MAD 法によれば TBD 法と同程度以上の回復度が得られていることがわかる。

ノイズの割合を増加して 1% としたときの $E^{(2)}_{Fk}$ の変化を Fig. 9 に示す。ノイズの割合が 1% を超えると、エラーがある繰り返し回数で大きく減少してほぼ一定となるという Fig. 7 のような特性はみられなくなった。しかし得られる最低の $E^{(2)}_{Fk}$ の値は初期像に依存することなく Fig. 9

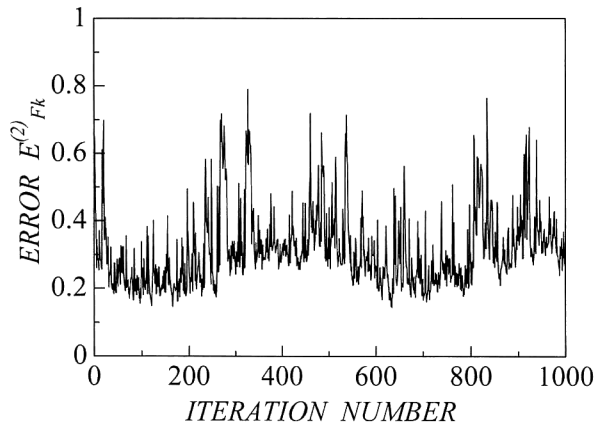


Fig. 9. RMS error $E_{Fk}^{(2)}$ vs. the number of iterations for the case in which $N_r=1\%$.

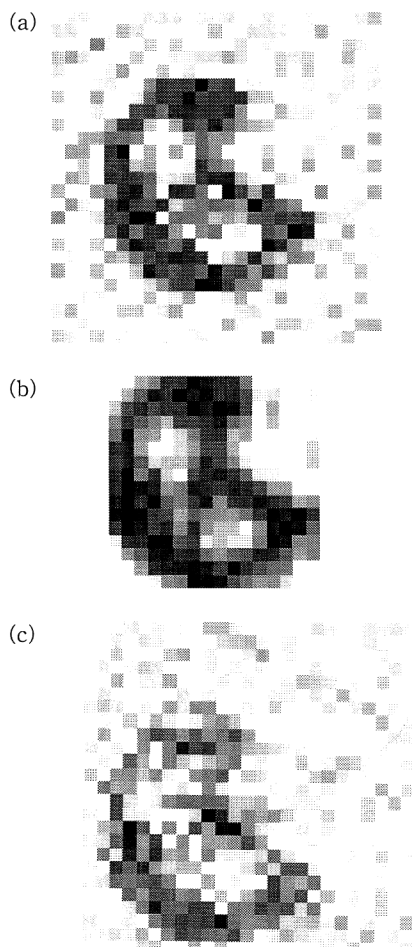


Fig. 10. Estimated image. $N_r=1\%$. (a) MAD, (b) TBD, (c) AD.

と同様の値を得ることができた。すなわち MAD 法は初期像の違いに依存する度合いが小さく安定して推定像の得られる方法であるということができる。ノイズが 1% のときの各方法による推定像を Fig. 10 に示す。AD 法はノイズの割合にかかわらず安定して回復できる方法ではないこと

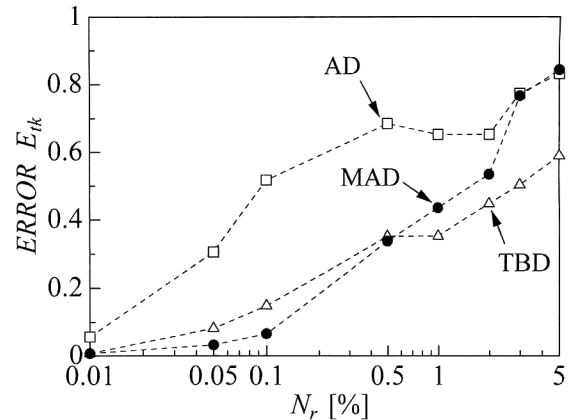


Fig. 11. Estimation error E_{ik} defined by Eq.(8) for the estimated image obtained by MAD, TBD or AD algorithm vs. N_r .

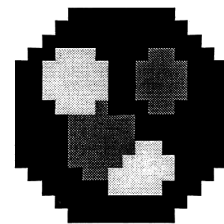


Fig. 12. Point spread function.

がわかる。また TBD 法はよい回復度が得られるものの原像に外接するサポートの 2 倍の大きさのサポートが必要である。これに対して MAD 法は原像のサポートに関する知識をいっさい必要としないにもかかわらず TBD 法とほぼ同等の回復度が得られているということが出来る。ただし原像のサポート条件を用いないため、原像のサポート外における推定エラーが大きくなっている。Fig. 11 にさまざまなノイズの割合における各方法による推定像のエラー E_{ik} を示す。AD 法では推定像のエラーの初期像による依存性が大きいので、最も良好な推定が得られた場合を示している。MAD 法と TBD 法は初期像を変えて推定を行った場合のエラーの平均値を示している。ノイズの割合が数%以上になると MAD 法による推定の回復度は AD 法による推定のそれにほぼ一致するようになり、AD 法に比べて改善がみられなくなる。しかし、ノイズが数%以下であれば TBD 法にほぼ一致した回復度が得られている。さらにノイズが 0.1% 以下になるとわずかではあるが TBD 法よりもよい推定となっている。

最後に、点像応答関数がより複雑になった場合について検討する。ここでは、Fig. 12 に示す像を点像応答関数に用いる。原像は Fig. 2 で示した像を用いる。ノイズが 0.1% のときおよび 1% のときの MAD 法および TBD 法による

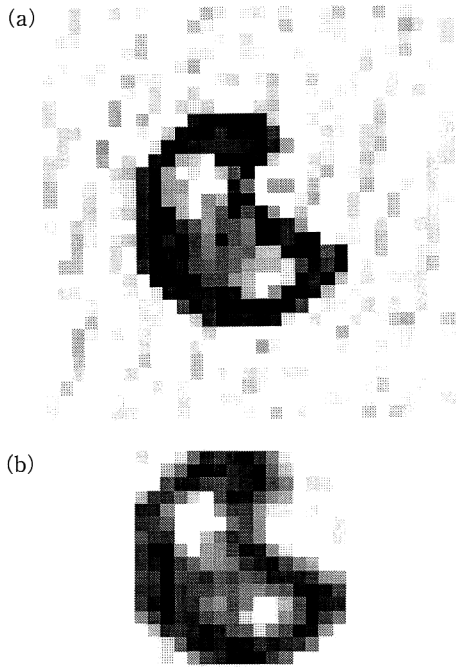


Fig. 13. Estimated image obtained by (a) MAD or (b) TBD algorithm for the case in which the PSF is given by Fig. 12 and $N_r=0.1\%$.

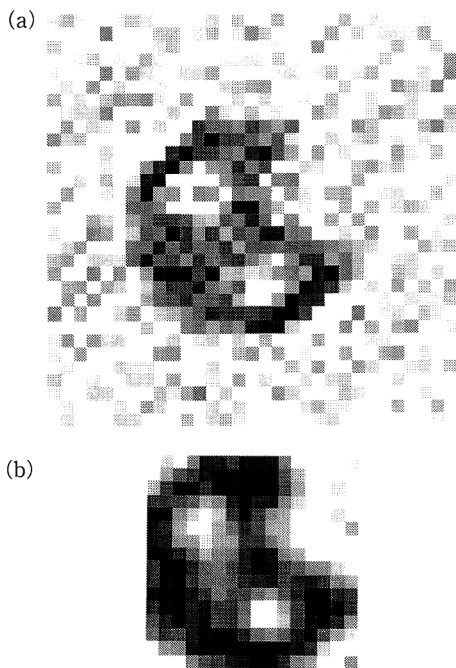


Fig. 14. Estimated image. $N_r=1\%$. (a) MAD, (b) TBD.

推定像を Fig. 13, Fig. 14 に示す。筆者らのシミュレーションでは、少なくともノイズの割合が 0.1% 以下であれば MAD 法が TBD 法よりも悪い推定となることはなかった。しかしながら、ノイズの割合が大きくなると点像応答関数が複雑であるほど回復度が悪くなる傾向にあった。例

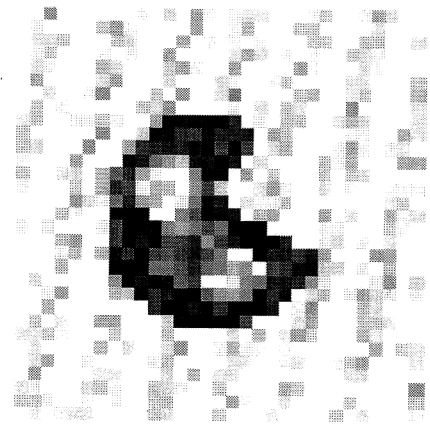


Fig. 15. Estimated image for the case in which the ideal solution is obtained in step 1 and $N_r=1\%$.

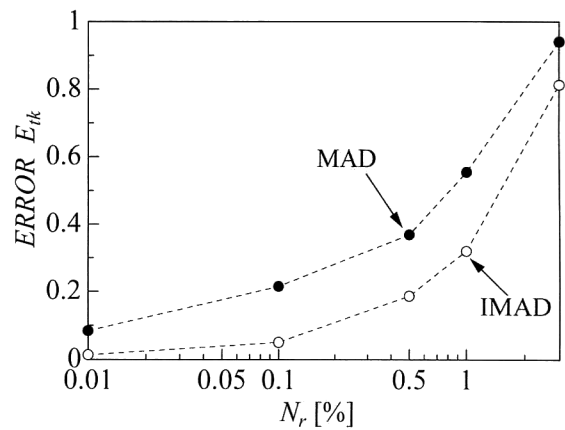


Fig. 16. Estimation error E_k vs. N_r for MAD or IMAD.

えば Fig. 10 と比べると Fig. 14 では原像の形がわかる程度には回復しているものの回復度がかなり悪くなっている。この原因のひとつとして、ステップ 1 においてノイズの影響を受けて $g^+(x,y)$ に十分近い像が回復されず、したがって原像の $\text{mod } \pi$ のフーリエ位相が良好には回復されていないことが考えられる。そこでステップ 1 で理想的な解が得られた場合における MAD 法の推定像を Fig. 15 に示す。ここでステップ 1 における理想的な解とは、ステップ 1 における振幅からの位相回復アルゴリズムの初期像として真の $g^+(x,y)$ を用いた場合の収束像を $g^+(x,y)$ の推定として採用し、これと観測像とから導出される原像の $\text{mod } \pi$ のフーリエ位相の推定値のことである。Fig. 14 の推定像と比較するとかなり回復度が改善されていることがわかる。Fig. 16 にノイズの割合に対する推定像のエラー E_k の変化を、ステップ 1 で理想的な解が得られた場合における MAD 法の推定像の E_k の値 (図中に IMAD と記す) と併せて示す。ノイズが 1% のときの E_k の値が 1/2 程度になっており、MAD 法の有効な範囲が広がっていることがわか

る。つまりステップ1の段階でより適確な解が得られれば、MAD法の推定結果はさらによくなるということが出来る。

4. ま と め

前回の報告で提案した $\text{mod } \pi$ の位相情報を組み込んだブラインドデコンボリューション法 (MAD法) のノイズに対する有効性を、収束性を有するブラインドデコンボリューション法 (TBD法) およびAD法と比較し検討した。MAD法は、原像のサポートに関する情報を必要としないだけではなく、ノイズに対してもその割合が数%以下であればTBD法と比較して同等もしくはさらに有効な推定を行い得る方法である。一方、ノイズが大きくなるとステップ1が適切に機能しなくなるために推定像の劣化が大きくなってしまう。したがって、ステップ1においてノイズの割合が大きい場合にも良好な推定を行うことのできる位相回復法を開発することが今後の課題である。

文 献

- 1) R. G. Lane and R. H. T. Bates: "Automatic multidimensional deconvolution," J. Opt. Soc. Am. A, **4** (1987) 180-188.
- 2) G. R. Ayers and J. C. Dainty: "Iterative blind deconvolution method and its applications," Opt. Lett., **13** (1988) 547-549.
- 3) R. G. Lane and R. H. T. Bates: "Relevance for blind deconvolution of recovering Fourier magnitude from phase," Opt. Commun., **63** (1987) 11-14.
- 4) 高城洋明, 高橋 徹, 黒木洋光: "収束の保証されたブラインドデコンボリューション法", 光学, **25** (1996) 55-57.
- 5) 黒木洋光, 高城洋明, 高橋 徹: "位相回復および振幅回復アルゴリズムを用いたブラインドデコンボリューション法の特性", 光学, **26** (1997) 47-50.
- 6) 高城洋明, 高橋 徹, 内田博彦, 牧 英雄: "位相情報を組み込んだ繰返し型ブラインドデコンボリューションアルゴリズム", 光学, **25** (1996) 712-717.
- 7) J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison," Appl. Opt., **21** (1982) 2758-2769.
- 8) 高城洋明, 高橋 徹: "位相回復におけるハイブリッドインプットアウトプット・アルゴリズムの能力について", 光学, **22** (1993) 419-427.