

周期回折格子の電磁気解析

松田 豊稔*・奥野 洋一**

無限の周期構造をもつ回折格子による電磁波の回折問題(格子回折問題)は、マクスウェル-ヘルムホルツの方程式の境界値問題として定式化できる¹⁾。この問題には解析的な厳密解は存在しないので、回折格子の特性解析には、半解析的あるいは数値的な手法を用いざるを得ない。今世紀初頭以来多くの手法が提案されたが、それらは大別すると、①モード展開法²⁻¹⁷⁾、②積分方程式法¹⁸⁻²⁴⁾、③微分方程式法²⁵⁻³⁹⁾、④有限差分時間領域法⁴⁰⁻⁴³⁾、⑤その他⁴⁴⁻⁴⁶⁾に分類できよう。以下、問題の定式化を行った後、これらの手法について概説し、それぞれの手法の特徴を述べることにしたい。なお、回折格子に関しては良い解説書^{1,46)}があるので、詳細についてはこれらもあわせて参照されたい。

1. 格子回折問題の定式化

基本的な問題として、図1に示すような等方均質な材質で構成されたレリーフ型の回折格子に平面電磁波が入射したときの回折波を求める問題を考えよう。

回折格子の表面は X 軸方向に周期 d をもち、 Z 軸方向には一様とする。格子表面の1周期の断面を C とし、 C 上の点を $s(x, y)$ で表す。領域 S_1 は誘電体(屈折率 n_1 が実数)で、 S_2 は誘電体または金属(屈折率 n_2 が実数または複素数)である。

この回折格子に s 波(TE波: 格子の溝方向に偏波した平面電磁波)または p 波(TM波: 溝と垂直方向に偏波した平面電磁波)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}' \\ \mathbf{H}' \end{pmatrix}(\mathbf{P}) = \mathbf{i}_z F(\mathbf{P}) \begin{pmatrix} s \text{波} \\ p \text{波} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$F(\mathbf{P}) = \exp(ik_1 X \sin\theta - ik_1 Y \cos\theta)$$

が入射したときの回折問題の解を $\Psi_1(\mathbf{P})$ と $\Psi_2(\mathbf{P})$ とする。 $\Psi_1(\mathbf{P})$ と $\Psi_2(\mathbf{P})$ は、 s 波入射では領域 S_1 と S_2 における回折波の電界の Z 成分を、 p 波入射では回折波の磁界の Z 成分を表す。なお、 S_1 と S_2 における波数をそれぞれ k_1 および k_2 とし、時間因子 $\exp(-i\omega t)$ は記述から省略する。

回折波 $\Psi_q(\mathbf{P})$ ($q=1, 2$) は、領域 S_q における波動関数であり、次に示す各条件を満たしている:

(i) 2次元のヘルムホルツの方程式

$$(\nabla^2 + k_q^2) \Psi_q(\mathbf{P}) = 0 \quad (\mathbf{P} \in S_q); \quad (2)$$

(ii) 周期条件

$$\Psi_q(X+d, Y) = \exp(-ik_1 d \sin\theta) \Psi_q(X, Y); \quad (3)$$

(iii) 放射条件 $\Psi_1(\mathbf{P})$ [あるいは $\Psi_2(\mathbf{P})$] は、 Y の正 [あるいは負] 方向に伝搬または減衰する;

(iv) 境界条件 (格子表面 C 上における電界および磁界の接線成分の連続条件)

$$\begin{aligned} \Psi_1(s) - \Psi_2(s) + F(s) &= 0 \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial \nu}(s) - \gamma \frac{\partial \Psi_2}{\partial \nu}(s) + \frac{\partial F}{\partial \nu}(s) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\partial/\partial \nu$ は点 s での法線方向微分を表し、 γ は s 波入射のとき1、 p 波入射で $(n_1/n_2)^2$ となる定数である。

2. 各種の解法とその概要

上記の格子回折問題を解析するための各手法について概説し、その特徴を述べよう。

2.1 モード展開法

この解法は、回折波 $\Psi_q(\mathbf{P})$ ($q=1, 2$) をモード関数で展開し、この解が境界条件を満たすように展開係数を決定するものである。モード関数の選び方や境界条件の整合法によ

*熊本電波工業高等専門学校 (〒861-1102 熊本県菊池郡西合志町須屋 2659-2)

E-mail: tmatsu@tc.knct.ac.jp

**熊本大学工学部電気システム工学科 (〒862-8555 熊本市黒髪 2-39-1)

って、さらにいくつかの方法に分類できる。

2.1.1 Rayleigh 法

この方法では、放射条件と周期条件を満たすヘルムホルツの方程式の変数分離解^{*1}

$$\begin{cases} \phi_{1m}(P) = \exp[i\alpha_m X + i\beta_{1m} Y] & P \in S_1 \\ \phi_{2m}(P) = \exp[i\alpha_m X - i\beta_{2m} Y] & P \in S_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\alpha_m = k_1 \sin\theta + 2m\pi/d, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

$$\beta_{qm}^2 = k_q^2 - \alpha_m^2, \quad \text{Re}\{\beta_{qm}\} \geq 0, \text{Im}\{\beta_{qm}\} \geq 0 \quad (q=1,2) \quad (7)$$

による無限級数

$$\Psi_q(P) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{qm} \phi_{qm}(P) \quad (q=1,2) \quad (8)$$

で回折波を表す²⁾。境界条件の整合には、摂動法²⁾、点整合法³⁾、フーリエ級数法³⁾、または変分法⁴⁾が利用される。この種の解法では、無限級数(8)の収束域に関する制限(いわゆる Rayleigh 仮説の問題⁵⁾)のため、任意形状の格子の問題への適用には注意が必要である⁶⁾。平板格子やラメラ格子のように、境界の形状が変数分離可能な座標系の座標曲線に一致している場合、点整合法⁷⁾およびフーリエ級数法は有力である。

2.1.2 安浦の方法(最小2乗法的境界整合法)⁴⁷⁾

この方法には、通常安浦の方法⁹⁾と平滑化操作を伴う安浦の方法^{9,10)}がある。

通常安浦の方法では、モード関数として、通常、式(5)の変数分離解を採用し^{*2}、無限級数(8)の代わりに有限項の和

$$\Psi_{qN}(P) = \sum_{m=-N}^N A_{qm}(N) \phi_{qm}(P) \quad (q=1,2) \quad (9)$$

で回折波 $\Psi_q(P)$ の近似解を定義する。展開係数 $A_{qm}(N)$ は、近似解が最小2乗法の意味で、境界条件を満たすように決定する。このようにして求められた近似解の系列は、 $N \rightarrow \infty$ のとき真の回折波に(広義)一様に収束し、

$$\Psi_{qN}(P) \rightarrow \Psi_q(P) \quad (N \rightarrow \infty) \quad (10)$$

となることが証明される⁴⁷⁾。

理論的には、通常安浦の方法により、任意形状をもつ回折格子の問題に対して、真の回折波に収束する近似解の系列を得ることができる。ところが、実際に数値計算を行ってみると、格子の溝形状が変数分離可能な座標系から大きくずれてくると(つまり格子の溝が深くなったり、溝形

^{*1} 変数分離解 $\phi_{qm}(P)$ は、回折格子でよく用いられる m 次光(m 次の回折波)を表している。

^{*2} 安浦の方法では、モード関数の概念が拡張されており、変数分離解(5)を含む完備波動関数⁴⁷⁾をモード関数として用いることができる。2.1.3 項の等価波源法において利用されるモード関数も完備波動関数系の一つであり、等価波源を用いる解法は、理論的には、通常安浦の方法の範疇に含まれると考えられる。

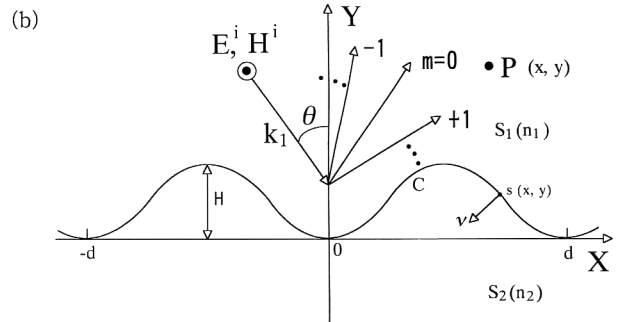
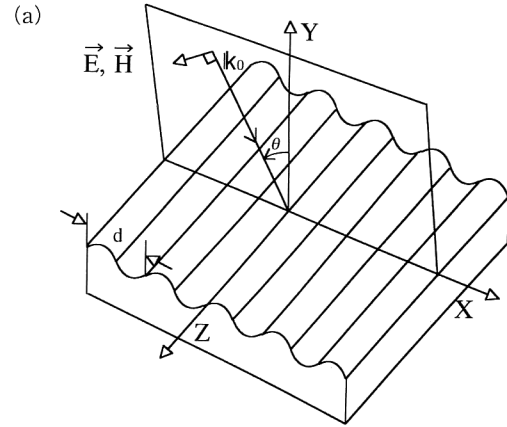


図1 レリーフ型回折格子とその断面形状。

状が複雑になると)、近似解の収束が遅くなり、高精度の近似解を得ることが実際上不可能になることがある。この困難は、平滑化操作^{9,10)}の導入または次項で述べるモード関数系の適切な選択(等価波源の利用)¹¹⁻¹³⁾のいずれかによって克服できる。

平滑化操作を伴う安浦の方法^{9,10)}は、境界条件を不定積分によって滑らかな条件に変形した後に最小2乗法によって整合させるもので、式(9)の近似解の収束を早めることができる。この解法によれば、通常用いられる回折格子の問題は、実用上十分な精度で解析できる^{14,15)}。また、安浦の方法は、計算機向きアルゴリズムが整備されており¹⁶⁾、数値計算の実行も簡単である。

2.1.3 等価波源を用いる解法

式(9)の近似能率を改善するもうひとつの方法として、変数分離解以外のモード関数を採用する方法がある。この方法では、領域 S_1 のモード関数を、 S_1 の補領域 S_2 に置いた等価波源からの寄与として構成する。配置する波源の種類によりいくつかの解法があり、波源としてモノポールを用いる fictitious source method¹¹⁾、マルチポールを利用する multiple multipole method¹²⁾、そして微小幅の電流を波源とする equivalent current model method¹³⁾ ほかがある。これらの等価波源を用いた最小2乗法的境界整合法では、等価波源の種類と配置をうまく選べば近似解の収束は

早く、溝が非常に深い（例えば $H/d > 1$ である）回折格子の問題に対しても高精度の近似解が求められている¹⁹⁾。これらの解法では、等価波源の配置が解の収束に強く影響するため、最適な配置を求めるアルゴリズムの研究が行われている⁴⁸⁾。

2.1.4 拡張境界条件法

全波動場は、1次波である入射波と境界上の2次波源より生じる回折波との和として表される。そこで、領域 S_2 を完全導体とした回折格子（完全導体格子）の回折問題において、格子上方の領域 S_1 の回折波を作る2次波源（表面電流）は、 S_2 では全波動場をゼロとするという、いわゆる拡張境界条件を用いた解法が提案されている¹⁷⁾。この解法では、境界上の2次波源をモード関数の境界値で展開し、そのときの回折波が拡張境界条件を満たすように展開係数を決定するが、この方法は先に述べた最小2乗法的境界整合法と双対な関係にあることが知られている⁴⁷⁾。拡張境界条件法では、2次波源が求められることから、遠方界に加えて格子表面近傍の界を高精度に算出することができる³⁾。この拡張境界条件法は、2媒質境界値問題に拡張することができ、誘電体格子や金属格子による回折問題も解析されている¹⁷⁾。

2.2 積分方程式に基づく解法

この解法は、格子表面境界上で定義される未知量に関する第1種または第2種のフレッドホルム型の積分方程式を導き、これを適当な離散化法で代数方程式に帰着させて未知量を求め、これから積分表現などを介して回折波を決定する手法である。積分方程式法は、1960年ぐらいから格子回折問題に適用されはじめ¹⁸⁾、その後、多くの研究者によって拡張や改良が行われ、格子回折問題の有力な数値解法のひとつとして用いられるようになった。積分方程式法は、未知量の選び方や離散化法の違いにより多くの種類がある。ここでは、格子回折問題へ適用された代表的な方法を紹介しよう。

2.2.1 完全導体格子による回折問題への適用

最初に、完全導体格子による回折問題への適用について述べる¹⁸⁻²⁰⁾。完全導体格子に平面電磁波が入射すると格子表面上に電流が流れ、これが2次波源となって回折波が作られる。図1の座標系においてs波入射を考えると、電流はZ軸方向に流れ、その表面電流密度を $j(s)$ で表す。このとき、回折波 $\Psi(P)$ は、 $j(s)$ を未知量として格子表面Cの1周期上の積分

$$\Psi(P) = - \int_C G(P,s) j(s) ds \quad (11)$$

で表現される。ここに、 $P=(X,Y)$ は観測点、 $s=(x,y)$ は境界上の点で、 $G(P,s)$ は周期構造のグリーン関数

$$G(P,s) = \frac{\omega\mu_0}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} \exp[i\alpha_n(X-x) + i\beta_n(Y-y)] \quad (12)$$

である。式(11)の積分表現で与えられる回折波は、ヘルムホルツの方程式、周期条件および放射条件を満足している。そこで、式(11)の表現を境界条件 ($\Psi(s) + F(s) = 0$) に代入すると $j(s)$ を未知量とする第1種フレッドホルム型の積分方程式

$$F(s) = - \int_C G(P,s) j(s) ds \quad (13)$$

が得られる。これを解いて電流密度 $j(s)$ を求めると、式(11)から回折波を決定できる。なお、p波入射の場合は、第2種の方程式

$$j(s) = F(s) + \int_C \frac{\partial G(s,t)}{\partial \nu} j(t) dt \quad (14)$$

が得られる。

以上が、電流密度を未知量とする積分方程式法であり、式(13)または(14)は通常の数値解法を利用して解かれる¹⁸⁻²⁰⁾。つまり、電流密度 $j(s)$ を関数展開し、モーメント法を用いて連立1次方程式を導き、これを数値的に解く。電流密度 $j(s)$ の展開には、フーリエ級数¹⁸⁾ や区間多項式²⁰⁾ が採用されている。ただし、格子回折問題では、積分方程式の積分核（例えば $G(P,s)$ ）が無級数で定義され、しかも特異性があることから、その評価には工夫が必要である²⁰⁾。

2.2.2 金属（誘電体）格子による回折問題への適用

積分方程式法は、2媒質境界値問題にも適用されている²⁰⁻²²⁾。まず、回折波の電界と磁界の境界上の接線成分 $\phi(s)$ と $\psi(s)$ を未知関数とする積分方程式について述べよう²¹⁾。この解法では、領域 S_1 と S_2 のそれぞれの領域におけるグリーン関数を用いて各領域における電界と磁界を積分表現し、これに境界条件を適用して、 $\phi(s)$ と $\psi(s)$ に関する連立の積分方程式を導く。数値計算では、連立の積分方程式を解く必要があり、完全導体格子の場合に比べて数値処理量が増大する。この解法は、主に屈折率が実数である無損失誘電体格子による回折問題に適用されていた⁴⁴⁾。

一方、2媒質境界値問題において、境界上で定義される1

⁴³⁾ 安浦の方法にも2次元波源算出のためのアルゴリズムがあり、これを用いれば同様のことができる⁴⁷⁾。

⁴⁴⁾ 金属格子の問題では、金属の導電率が大きくなると、離散化された連立一次方程式の係数行列の性質が悪くなり、数値的に不安定になることがある。

つの関数を未知量とする第1種の積分方程式を解く方法が提案されている²²⁾。この解法では、連立の積分方程式を解く必要がなく、また積分核の効率的な評価法が見いだされており、数値処理量を大幅に軽減できる。この方法によって、マイクロ波から紫外までの広い波長領域にわたって、種々の溝形状をもつ金属（または誘電体）格子の回折問題が解析されている²³⁾。

この積分方程式法により回折格子の光学的な振舞いが詳しく調べられ、その結果は回折格子の設計や性能評価そして新たな用途の開発に利用されている。ただし、積分方程式法はその定式化や数値計算に難しい個所があり、この解法の利用は少なかった。ところが、最近、積分方程式法の未知量を部分領域関数で展開するいわゆる境界要素法が格子回折問題に適用されており²⁴⁾、簡便性にすぐれたアルゴリズムの開発が期待されている。

2.3 微分方程式法

この解法は、格子回折問題の X 方向の周期性を利用して、回折波が満たす偏微分方程式を Y に関する常微分方程式に帰着させて解くものである。

2.3.1 微分方程式法と解析手順²⁵⁾

微分方程式法では、まず、図2(a)に示す格子領域 S_g において回折波を空間高調波で展開し、

$$E_{gz}(P) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m(Y) \exp(i\alpha_m X) \quad (P \in S_g) \quad (15)$$

$$H_{gx}(P) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_m(Y) \exp(i\alpha_m X)$$

と表す。さらに、 S_g 内の誘電率 ϵ （またはその逆数 $1/\epsilon$ ）をフーリエ級数で次のように展開する^{*5)}。

$$\epsilon(X, Y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \epsilon_n(Y) \exp(i 2 n \pi X / d) \quad (16)$$

これらをマクスウェルの方程式に代入して整理すると、 $E_m(Y)$ （または $H_m(Y)$ ）が満たす常微分方程式系

$$\frac{d\psi}{dY} = A(Y) \psi \quad (17)$$

が導かれる。ここに、 ψ は $E_m(Y)$ （または $H_m(Y)$ ）を成分とするベクトルで、 $A(Y)$ はその要素が α_m や $\epsilon_n(Y)$ などから構成される行列である。この微分方程式を解いて、 S_g における回折波を求め、 S_g の境界 $Y=0$ および $Y=H$ における電磁界の連続条件を用いて、平面波展開した領域 S_+ と S_- の回折波

*5 微分方程式法は、格子領域の誘電率がフーリエ級数で表現されることを利用しており、レリーフ型回折格子の他に、屈折率変調型の回折格子や周期的に配置された誘電体柱列からの回折問題等への適用が可能である²⁵⁾。

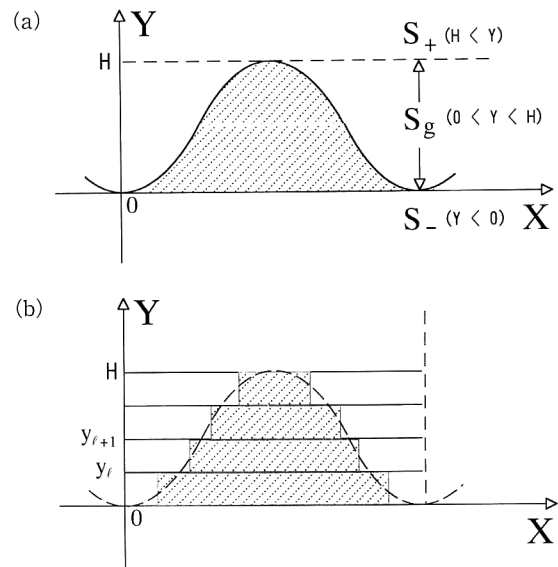


図2 微分方程式法の演算領域。

$$\begin{cases} \psi_+(P) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{1m} \phi_{1m}(P) & (P \in S_+) \\ \psi_-(P) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{2m} \phi_{2m}(P) & (P \in S_-) \end{cases} \quad (18)$$

と接続し、未知の展開係数 A_{qm} を決定する。

微分方程式法の初期の段階では、差分公式（例えば Adams-Moulton 法）を利用して式(17)の数値解を求め、これを平面波展開(18)と接続する方法^{26,27)}が用いられていた。ところが、この解法は、格子の溝が深くなったり、格子の材質が金属でその導電率が大きくなると、数値的に不安定になることがある。この問題点を克服する方法として、格子領域を多層分割する方法²⁸⁻³⁶⁾と座標変換を導入する方法³⁷⁾とが提案されている。

2.3.2 格子領域を多層分割する微分方程式法

これは、図2(b)に示すように格子領域を多層分割し、それぞれの層において導かれる常微分方程式を解いて電磁界を求め、それを各層間の境界で接続する方法である。この方法では、各層の境界で電磁界を接続する際の計算精度の劣化が問題となっていたが、最近の研究により有効な接続方法^{28,38,39)}が見いだされ、数値計算を安定に実行できるようになっている。

格子領域を多層分割する方法は、導かれる常微分方程式の解法により、さらに次のように分類される。

(a) 差分公式を用いる微分方程式法

この解法は、格子領域を多層に分割し、各層内の電磁界を式(15)と同様に空間高調波で展開し、このとき導かれる常微分方程式 $[d\psi_i/dY = A_i(Y) \psi_i]$ を差分公式を用いて数値的に解く方法である²⁸⁾。各層境界での電磁界の接続に

は、R-matrix propagation algorithm²⁸⁾ が用いられ、この解法により、深い溝形状をもつ格子や金属格子の問題に対して数値計算を安定に実行できるようになっている。

(b) 固有モードを用いる微分方程式法

格子領域を多層分割したうえで格子断面の形状を階段近似し、各層内では誘電率の Y 方向の変化がないと仮定すれば、各層の電磁界はマクスウェルの方程式の固有モードで展開できる。この解法では、展開する回折波や固有関数の表現式の違いによっていくつかの解法があり²⁹⁻³⁶⁾、代表的なものは modal method³³⁾, rigorous-coupled wave analysis 法 (RCWA 法)^{34,39)}, Fourier-expansion method³⁶⁾ などである。これらは、数学的には等価であるが、数値計算では精度や処理量に違いが生じる。ここでは、最近よく利用されている RCWA 法³⁹⁾ について説明しよう。

第 l 層内の電界の Z 成分 $E_l(X, Y)$ を空間高調波で展開し、これをマクスウェルの方程式に代入すれば、2階の定数係数常微分方程式系 $[d^2\psi_l/dY^2 = A_l\psi_l]$ が得られる。この常微分方程式の解を、その係数行列 A_l の固有値 λ_{ln} と固有ベクトル w_{ln} (の第 m 成分 w_{lm}) を用いて

$$E_{lm}(Y) = \sum_{n=1}^{\infty} w_{lm} \{ c_{lnm}^+ \exp(-\sqrt{\lambda_{ln}} Y) + c_{lnm}^- \exp(+\sqrt{\lambda_{ln}} Y) \} \quad (19)$$

と表現する。未知の係数 c_{lnm}^+ および A_{qm} は、各層境界での電磁界の連続条件から決定する³⁹⁾。

近年、大型行列の固有値と固有ベクトルを算出するルーチンが整備され、固有モードを用いる微分方程式法が容易にしかも高精度に実行できるようになった。この方法は、そのアルゴリズムを導くときの仮定からわかるように、矩形断面をもつバイナリー格子に対して特に有効であり、バイナリー格子の特性解析に広く利用されている。

2.3.3 座標変換を用いる微分方程式法

この解法では、格子表面の形状 ($y = \eta(x)$) を平面に移す座標変換 ($X' = X, Y' = Y - \eta(X)$) を考え、この変換された座標系 (X', Y') のもとで微分方程式法を適用する³⁷⁾。この座標変換によって、定係数の常微分方程式系が得られ、前節 (b) で述べた固有モードを用いる方法と同様にして回折波が求められる。この方法により、正弦波の溝形状をもつ金属格子において、非常に溝が深い場合の解析が行われている³⁷⁾。

2.4 有限差分時間領域法

有限差分時間領域法 (finite-difference time-domain method: FD-TD 法)⁴⁹⁾ は、マクスウェルの方程式を直接差分法を用いて解く解法で、電磁界解析に広く用いられその有効性が認められている。FD-TD 法の格子回折問題への

適用は 1990 年頃に始まり⁴⁰⁾、最近多くの問題が FD-TD 法により解析されている⁴¹⁻⁴³⁾。FD-TD 法の特長は汎用性にすぐれていることであり、複雑な溝形状や不均質な材質で構成される回折格子の問題への適用が期待できる。また、FD-TD 法では時間応答解析が可能であり、回折格子の時間領域での振舞いが調べられる。今後、FD-TD 法は、回折格子の特性解析を行う有力な数値解法として進展していくものと思われる。

2.5 その他

これまで述べてきたほかにも多くの解法が報告されているが、その中のおもなものに有限要素法⁴⁴⁾ や解析的な手法⁴⁵⁾ がある。有限要素法は簡便で汎用性の高いアルゴリズムとして、また解析的な手法は適用範囲は限定されるが参照解を与える解法として利用できよう。

以上、等方均質な材質で構成されたレリーフ型の回折格子による回折問題の数値解法について述べてきた。これらの解法は、基本的には、構造が複雑な回折格子 (例えば多層膜構造の回折格子や 2 次元周期構造の回折格子) の問題への拡張が可能である。また、異方性材料あるいはキラル (chiral) 媒質で構成された回折格子の問題への適用も行われている⁴⁶⁾。

光学素子に対する要求の多様化・高度化に伴い、回折格子の性能評価や最適設計に計算機シミュレーションが積極的に利用されるようになった。幸い、ハードウェアおよびソフトウェア両面における計算技術の最近の進歩によって、通常使用される程度の構造をもつ回折格子の問題は、高性能のパーソナルコンピュータまたはワークステーション上で解析できる。この解説が、これから格子回折問題のシミュレーションを手がけようとする方にいくらかでも役立つなら、筆者にとって望外の喜びである。

文 献

- 1) R. Petit (ed.): *Electromagnetic Theory of Gratings* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- 2) Lord Rayleigh (J.W. Strutt): Proc. R. Soc. London, A, **79** (1907) 399.
- 3) 文献 1) の pp. 15-19.
- 4) W. C. Meecham: J. Appl. Phys., **27** (1996) 361.
- 5) R. F. Millar: Proc. Cambridge Phils. Soc., **69** (1971) 217.
- 6) P. M. van den Berg: J. Opt. Soc. Am., **71** (1981) 1224.
- 7) 日向 隆, 細野敏夫: 電子通信学会論文誌 B, **J59-B** (1976) 571.
- 8) H. Ikuno and K. Yasuura: IEEE Trans. Antennas Propag., **AP-21** (1973) 657.
- 9) H. Ikuno and K. Yasuura: Radio Sci., **13** (1978) 937.
- 10) 奥野洋一, 安浦亀之助: 電子通信学会論文誌 B, **J61-B** (1978)

- 503.
- 11) R. Petit and M. Cadilhac: J. Opt. Soc. Am. A, **7** (1990) 1666.
 - 12) Ch. Hafner: J. Opt. Soc. Am. A, **12** (1990) 1057.
 - 13) A. Boag, Y. Leviatan and A. Boag: J. Opt. Soc. Am. A, **6** (1990) 543.
 - 14) 安浦亀之助, 富田正治: 電子通信学会論文誌 B, **J61-B** (1978) 662.
 - 15) 安浦亀之助, 村山正直: 電子通信学会論文誌 B, **J69-B** (1986) 198.
 - 16) T. Matsuda and Y. Okuno: J. Opt. Soc. Am. A, **7** (1990) 1693.
 - 17) P. C. Waterman: J. Acoust. Soc. Am., **57** (1975) 791.
 - 18) R. Petit: Nouv. Rev. Opt., **6** (1975) 129.
 - 19) R. B. Green: IEEE Trans. Microwave Theory Technol., **MTT-18** (1970) 313.
 - 20) K. A. Zaki and A. R. Neureuther: IEEE Trans. Antennas Propag., **AP-19** (1971) 208, 747.
 - 21) A. R. Neureuther and K. A. Zaki: *Proc. URSI Symp. EMT* (1969) p. 282.
 - 22) D. Maystre: J. Opt. Soc. Am., **68** (1978) 490.
 - 23) M. Breiden and D. Maystre: Appl. Opt., **19** (1980) 1812.
 - 24) 中田康則, 小柴正則: 電子情報通信学会論文誌 C, **J71-C** (1988) 1412.
 - 25) P. Vincent: "Differential methods," *Electromagnetic Theory of Gratings*, ed. R. Petit (Springer-Verlag, Berlin, 1980) pp. 101-121.
 - 26) M. Nevière, P. Vincent and R. Petit: Nouv. Rev. Opt., **5** (1974) 65.
 - 27) K. C. Chang, V. Shah and T. Tamir: J. Opt. Soc. Am., **70** (1980) 804.
 - 28) F. Montiel and M. Nevière: J. Opt. Soc. Am. A, **11** (1994) 3241.
 - 29) C. B. Burckhardt: J. Opt. Soc. Am., **56** (1966) 1502.
 - 30) S. T. Peng, T. Tamir and H. L. Bertoni: IEEE Trans. Microwave Theory Technol., **MTT-23** (1975) 123.
 - 31) W. Streifer and R. D. Burnham: IEEE. J. Quantum Elec- tron., **QE-12** (1976) 422.
 - 32) K. Knop: J. Opt. Soc. Am., **68** (1978) 1206.
 - 33) 山北次郎, 六島 克: 電子通信学会論文誌 B, **J66-B** (1983) 375.
 - 34) M. G. Moharam and T. K. Gayload: J. Opt. Soc. Am., **72** (1982) 1385.
 - 35) T. Yamasaki, T. Hosono and J. A. Kong: Trans. IEICE, **E74** (1991) 2839.
 - 36) J. Turunen: J. Opt. Soc. Am. A, **13** (1996) 1013.
 - 37) J. Chandezon, D. Maystre and G. Rault: J. Opt. (Paris), **11** (1980) 235.
 - 38) L. Li: J. Opt. Soc. Am. A, **11** (1994) 2816.
 - 39) M. G. Moharam, D. A. Pomet, E. B. Grann and T. K. Gaylord: J. Opt. Soc. Am. A, **12** (1995) 1077.
 - 40) C. H. Chan, S. H. Lou, L. Tsang and J. A. Kong: Microwave Opt. Tech. Lett., **4** (1991) 355.
 - 41) M. E. Veysoglu, R. T. Shin and J. A. Kong: J. Electromag. Waves Appl., **7** (1993) 1595.
 - 42) P. Harms, R. Mittra and W. K. Ko: IEEE Trans. Antennas Propag., **AP-42** (1994) 1317.
 - 43) H. Ichikawa: J. Opt. Soc. Am. A, **15** (1998) 152.
 - 44) 中田康則, 小柴正則: 電子情報通信学会論文誌 C, **J70-C** (1988) 1412.
 - 45) I. L. Verbitskii: J. Math. Phys., **22** (1981) 32.
 - 46) D. Maystre (ed.): *Diffraction Gratings* (SPIE, Washington, 1993).
 - 47) 安浦亀之助: "境界値問題の数値解法", 電磁界の近代解析法, 飯島泰蔵編 (電子通信学会, 1979) 第2章.
 - 48) R. Zaridze, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, R. Jobava, D. Economou and N. Uzunoglu: *The Method of Auxiliary Sources* (Institute of Communication and Computer Systems, Athens, 1998).
 - 49) K. S. Yee: IEEE Trans. Antennas Propag., **AP-14** (1966) 302.

(1998年7月23日受理)