

位相変調と2次元ロックインアンプによる複屈折分布測定

前野恭

光学測定は非破壊かつ非接触で測定できるという点ですぐれています。屈折率の異方性により生じる複屈折を測定することで、応力分布の測定や電界分布を知ることが可能である。最近では、ガラスやレンズなどの光学部品の微小な複屈折を測定し定量的な評価を行うために、より高感度な複屈折測定装置が求められている¹⁾。筆者らは、このような目的のため、位相変調器を用いた高感度複屈折測定装置を開発した^{2,3)}。これは、位相変調器（ポックセル素子）を用いて試料に入射する光の位相に変調をかけ、ロックインアンプで復調する方法により微小な光強度の変化を検出し、位相差および進相軸方向角を測定するものである。しかしながら、従来の手法は細いレーザービームによる1点での測定であるため、試料全体の複屈折分布を得るには測定点を移動する必要があり、複屈折分布の動的な変化を捉えることは困難である。そこで、ビデオカメラとコンピューターを用いて2次元のロックインアンプを構成し、微小な光強度分布の変化を2次元の画像として検出する装置を開発した。これを複屈折分布測定装置に応用することにより、0.1 rad程度の微小な位相差分布の経時変化を捉えることができるようになった。

1. 2次元ロックインアンプ⁴⁾

ロックインアンプとは、雑音に埋もれた微小信号を検出する測定装置で、理化学計測の分野で広く用いられている。測定対象に交流電圧を印加するなどの周期的な変調を加え、センサーで信号を検出した後、変調周波数に同期した参照信号を掛け合わせると、掛け算出力が得られる。これに平均化を行うと、信号の振幅に比例した直流成分が得られる。しかし、雑音のような非同期信号の場合、平均値はゼ

ロに収束する。したがって、十分な時間平均化をすることで、周期的な変化をする測定対象信号のみを検出することができる。2次元ロックインアンプとは、これを2次元に拡張したものである。光信号にビデオカメラのフレーム時間に同期した変調を掛け、取り込んだ画像を加減算処理することで、2次元で処理できるロックインアンプが構成される。図1は2次元ロックインアンプの概念を示している。①のような背景雑音に埋もれた測定対象を含む画像(7の文字)がある場合、測定対象を周波数 f_m で変調（この例では点滅）させると、②のような周期的な点滅となる。この周波数 f_m に同期したカメラで取り込まれた映像信号は、A/D変換器を通してコンピューターに取り込まれ、点灯時と消灯時の映像信号の差を加算平均する。こうして得られた結果は雑音が減衰するとともに、背景となるバイアスも取り除かれる。また、この差画像は変調周波数の時間差 $\Delta t = 1/f_m$ の点灯時と消灯時から得られるため、各状態（点灯・消灯）の平均化を独立に行ってから減算した結果に比べ、時間的相關性が高く、測定環境の変化といった低周波領域の雑音（1/f雑音）の影響を受けない。

2. 光弾性効果による複屈折測定法⁵⁾

ガラスやアクリル等の等方性透明材料の平板に力を加え、平板面内に応力が生じると、これらの弾性体は光に対して複屈折性を示す。このように、応力によって物体の光学的性質に与える影響のことを光弾性効果という。光弾性効果による、光電界波の位相差 $\Delta\theta_s$ は次の式で表せる。

$$\Delta\theta_s = \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot C \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1)$$

ここで、 λ は試料に入射する光の波長、 σ_1 、 σ_2 はそれぞれ遅相軸、進相軸に対する垂直応力（主応力）、Cは試料の光弾性定数、Lは試料の光路長である。進相軸と遅相軸は互

郵政省通信総合研究所（〒184-8795 小金井市貫井北町 4-2-1）
E-mail: tmaeno@crl.go.jp

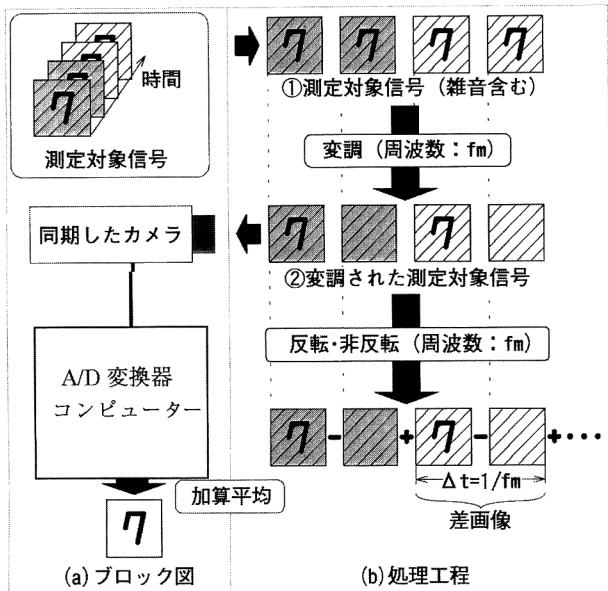


図1 2次元ロックインアンプの概念。

いに直交する。また、平面応力のつり合いを考えると、測定点における主応力の一方は極大値をとり、もう一方は極小値をとる⁶⁾。

ここで、試料で生じる位相差および進相軸方向角を測定するため、図2のように互いの透過光軸を直交させた偏光子2枚を試料の前後に挿入する。このとき、最大光強度 I_0 と透過光強度 I には次の関係が成り立つ。

$$I = I_0 \left(\sin^2 \frac{\Delta\theta_s}{2} \right) \cdot \cos^2 2\phi_s \quad (2)$$

ここで、 ϕ_s は進相軸方向角を表す。式(2)より、位相差 $\Delta\theta_s$ および進相軸方向角 ϕ_s という2つの未知数がある。透過光強度 I からこれらの値を求めるには、1つの測定点において2つの条件で測定を行う必要がある。

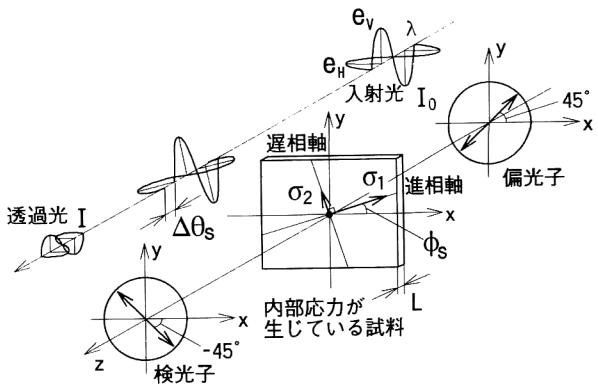


図2 光弾性効果。

3. 複屈折分布測定装置⁷⁾

3.1 複屈折分布測定装置の概要

図3に複屈折分布測定装置を示す。光源には、波長が632.8 nm の He-Ne レーザー（ビーム直径 1 mm）を用いる。光源からの光は偏光子を透過し、直線偏光（透過光軸 $\phi_p=0^\circ$ ）となる。この光に位相変調をかけ、楕円偏光にする。2次元測定を行うため、位相変調したビームをビームエキスパンダーにより直径 50 mm に拡大し、試料に入射する。試料から出射される光の位相は、位相変調器での位相差 $\Delta\theta_M$ に試料で生じている位相差 $\Delta\theta_s$ を重畠したことになる。複屈折の大きさ（位相差）と方向（進相軸方向角）を同時に測定するために、試料から出射された光をビームスプリッター（15×15×15 mm）で分け、2種類の透過光軸に設定した検光子をそれぞれ透過させる。検光子を透過した光強度分布を2台の光検出器（撮像管を用いた自製ビデオカメラ。画素数 32×32～128×128。フレームレート最大 50 Hz）により検出する。光強度分布は12ビットのA/D変換ボードとコンピューターからなる2次元ロックインアンプにより同期検波処理が行われる。この結果から位相差お

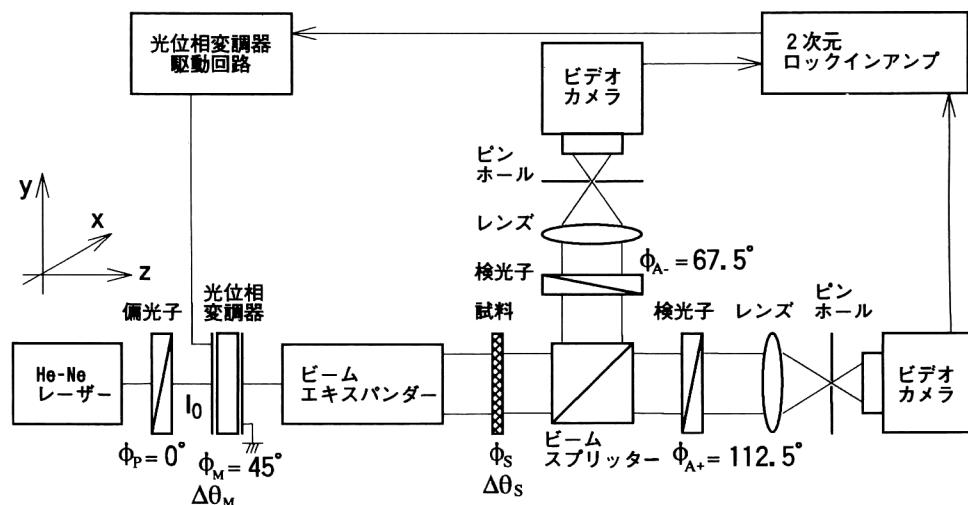


図3 光位相変調器を用いた高感度複屈折分布測定装置。

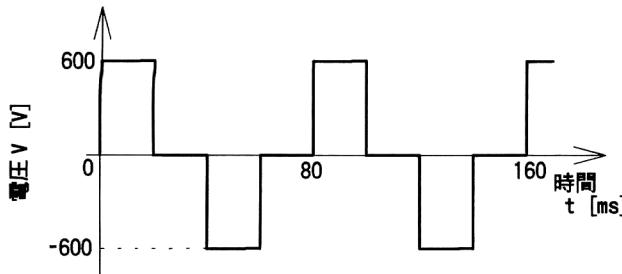


図4 印加電圧波形。

より進相軸方向角を算出し、ディスプレイに逐次表示する。本装置では、測定から結果を表示するまでに要する時間は1枚につき約7秒であり、およそ10秒単位での経時変化の測定が可能である。

3.2 ポッケルス素子を用いた位相変調⁸⁾

試料への入射光を位相差 $\Delta\theta_M$ で変調することによって、複屈折分布という直流量（時間的に変化しない画像）を交流量（周期的变化をする画像）に変換する。図3に示すように、偏光子と試料との間に位相変調器（進相軸方向角 $\phi_M = 45^\circ$ ）を置く。変調器は、縦型のポッケルス素子であるBSO 単結晶（酸化ケイ素ビスマス：Bi₁₂SiO₂₀, 17×17×1 mm）を用いた。BSO の両面に透明電極を蒸着し、両端の電極間に図4に示すような階段波電圧 V （以下、階段矩形波と呼ぶ）を印加することにより、次の式で表される位相差を与える。

$$\Delta\theta_M = \begin{cases} \Delta\theta_M \\ 0 \\ -\Delta\theta_M \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta\theta_M$ は階段矩形波変調の振幅である。ポッケルス効果による印加電圧と位相差の関係は以下の式で表せる。

$$\Delta\theta_M = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_0^2 \cdot \gamma_{41} \cdot V \quad (4)$$

ここで、 λ は He-Ne レーザーの波長 (632.8 nm), n_0 は常光線屈折率 (2.65), γ_{41} は BSO 結晶のポッケルス定数 ($5 \times 10^{-12} \text{ m/V}$) である。印加電圧振幅は 600 V 程度で、 $\Delta\theta_M = 0.5 \text{ rad}$ となるように調整した。

3.3 光強度と位相差の関係

図3の光学系における透過光強度比 I/I_0 と位相差 $\Delta\theta_s$ 、進相軸方向角 ϕ_s との関係は、検光子の透過光軸を ϕ_A としたとき、次の式で表せる。

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_0} &= \left(\sin^2 \frac{\Delta\theta_s}{2} \right) \cdot \cos^2 2\phi_s \\ &= \frac{1}{2} \{ 1 + \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad + \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin 2\phi_s \cdot \cos \Delta\theta_s \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad - \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin \Delta\theta_s \cdot \sin \Delta\theta_M \} \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 I は透過光強度、 I_0 は最大光強度、 $\Delta\theta_M$ は光位相

変調器での位相差である。いま、図4のような階段矩形波を用いた場合、検出される光強度 I と位相差および進相軸方向角との関係は以下のように表せる。

- (a) $\Delta\theta_M = \Delta\theta_M$ のとき、透過光強度を I^+ とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{I^+}{I_0} &= \frac{1}{2} \{ 1 + \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad + \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin 2\phi_s \cdot \cos \Delta\theta_s \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad - \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin \Delta\theta_s \cdot \sin \Delta\theta_M \} \quad (6) \end{aligned}$$

- (b) $\Delta\theta_M = 0$ のとき、透過光強度を I^0 とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{I^0}{I_0} &= \frac{1}{2} \{ 1 + \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \\ &\quad + \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin 2\phi_s \cdot \cos \Delta\theta_M \} \quad (7) \end{aligned}$$

- (c) $\Delta\theta_M = -\Delta\theta_M$ のとき、透過光強度を I^- とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{I^-}{I_0} &= \frac{1}{2} \{ 1 + \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad + \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin 2\phi_s \cdot \cos \Delta\theta_s \cdot \cos \Delta\theta_M \\ &\quad + \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin \Delta\theta_s \cdot \sin \Delta\theta_M \} \quad (8) \end{aligned}$$

さらに、この透過光強度は次のような処理により各周波数成分に分離できる⁷⁾。

- ・基本波成分 $I_{1\omega}$ （同期加減算処理、AC 成分）

$$\frac{I_{1\omega}}{I_0} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{I^+}{I_0} - \frac{I^-}{I_0} \right) \quad (9)$$

- ・第二高調波成分 $I_{2\omega}$ （同期加減算処理、AC 成分）

$$\frac{I_{2\omega}}{I_0} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{I^+}{I_0} - \frac{I^0}{I_0} + \frac{I^-}{I_0} - \frac{I^0}{I_0} \right) \quad (10)$$

- ・直流成分 I_{dc} （加算処理、DC 成分）

$$\frac{I_{dc}}{I_0} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{I^+}{I_0} + \frac{I^0}{I_0} + \frac{I^-}{I_0} + \frac{I^0}{I_0} \right) \quad (11)$$

3.4 位相差、主応力軸方向の算出

3.3 より、透過光強度比の各周波数成分は次のように表せる。

- (a) 基本波成分

$$\frac{I_{1\omega}}{I_0} = -\frac{1}{2} \cdot \sin 2(\phi_s - \phi_A) \cdot \sin \Delta\theta_s \cdot \sin \Delta\theta_M \quad (12)$$

- (b) 第二高調波成分

$$\begin{aligned} \frac{I_{2\omega}}{I_0} &= \frac{1}{4} \cdot \{ \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \\ &\quad + \sin 2\phi_s \cdot \sin 2(\phi_s - \phi_A) \} \cdot (\cos \Delta\theta_M - 1) \quad (13) \end{aligned}$$

- (c) 直流成分

$$\begin{aligned} \frac{I_{dc}}{I_0} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \{ \cos 2\phi_s \cdot \cos 2(\phi_s - \phi_A) \\ &\quad + \sin 2\phi_s \cdot \sin 2(\phi_s - \phi_A) \} \cdot (\cos \Delta\theta_M + 1) \quad (14) \end{aligned}$$

ここで式(12)から、検光子の透過光軸 ϕ_A を 2通り ($\phi_{A+} = 112.5^\circ$, $\phi_{A-} = 67.5^\circ$) に設定し、それぞれの透過光強度の基本波成分 ($I_{1\omega+}$, $I_{1\omega-}$) から $\Delta\theta_s$ と ϕ_s を分離すると以下のようになる。

・進相軸方向角

$$\phi_s = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{I_{1\omega+} \cdot \sin 2\phi_{A-} - I_{1\omega-} \cdot \sin 2\phi_{A+}}{I_{1\omega+} \cdot \cos 2\phi_{A-} - I_{1\omega-} \cdot \cos 2\phi_{A+}} \right) \quad (15)$$

・位相差

$$\Delta\theta_s = \sin^{-1} \left(\frac{-2I_{1\omega+}}{\sin 2(\phi_s - \phi_{A+}) \cdot \sin \Delta\theta_M \cdot I_0} \right) \quad (16)$$

また最大光強度 I_0 は、検光子の透過光軸が ϕ_{A+} のときの第二高調波成分 $I_{2\omega+}$ および直流成分 I_{dc+} から式(13), (14)より逐次求める。

・最大光強度

$$I_0 = 2I_{dc+} - 2I_{2\omega+} \cdot \left(\frac{\cos \Delta\theta_M + 1}{\cos \Delta\theta_M - 1} \right) \quad (17)$$

式(15)より、 ϕ_s の値のとりうる範囲は $-45^\circ \sim 45^\circ$ である。ここで、 ϕ_s を進相軸の角度として式を導いているため、位相差の結果が正の場合には、 ϕ_s は進相軸方向角を表す。一方、位相差の結果が負の場合には、 ϕ_s は負の進相軸つまり遅相軸方向の角度を表すことになる。なお、進相軸と遅相軸は直交しており、進相軸方向角を主応力軸方向角として表す。

4. 複屈折分布測定

本装置を用いて、ガラス板の加熱過程で生じる熱応力により生じる複屈折分布の経時変化測定を試みた。測定方法を図5に示す。測定試料は市販のガラス板 ($26 \times 76 \times 1$

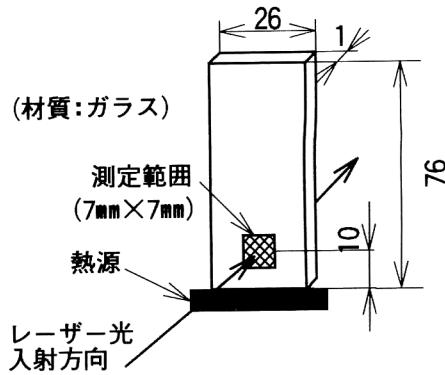


図5 試料形状、寸法 (単位:mm).

mm)を用いた。図5に示すように、試料下部から加熱を行い、その後熱源を取り去り自然冷却した。このとき、試料に生じる複屈折分布を複屈折分布測定装置で測定した。また比較のために、赤外線カメラを用いてガラスの表面温度分布も併せて測定した。

4.1 加熱過程におけるガラス板の複屈折分布

図6に加熱過程におけるガラス板の表面温度分布および複屈折分布を示す。複屈折分布は表面温度分布の図のうち、四角で囲った部分について測定した。線の長さが位相差を、線の向きが進相軸方向角を表し、位相差 0.5 rad に相当する線の長さを下に表示してある。式(1)から、位相差は遅相軸および進相軸に対する主応力の差に比例する。ま

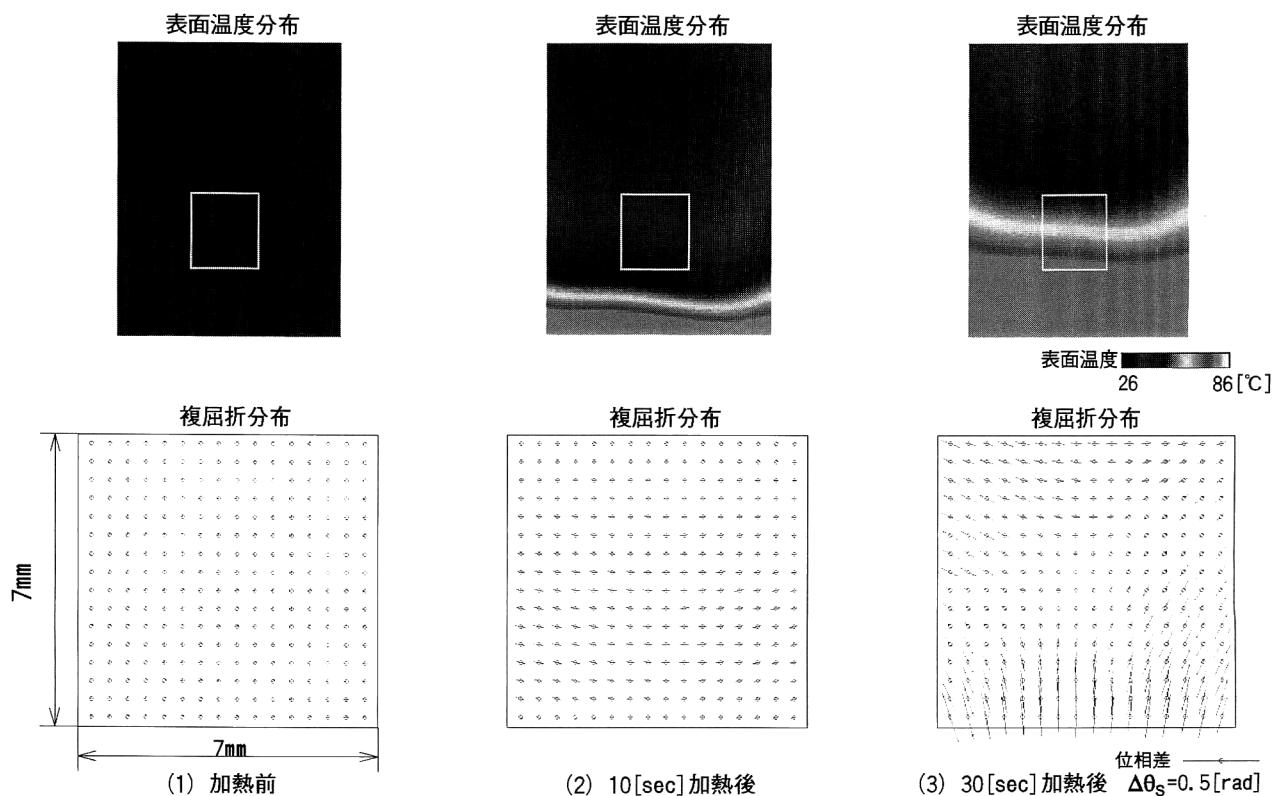


図6 加熱過程におけるガラス板の温度と複屈折分布。

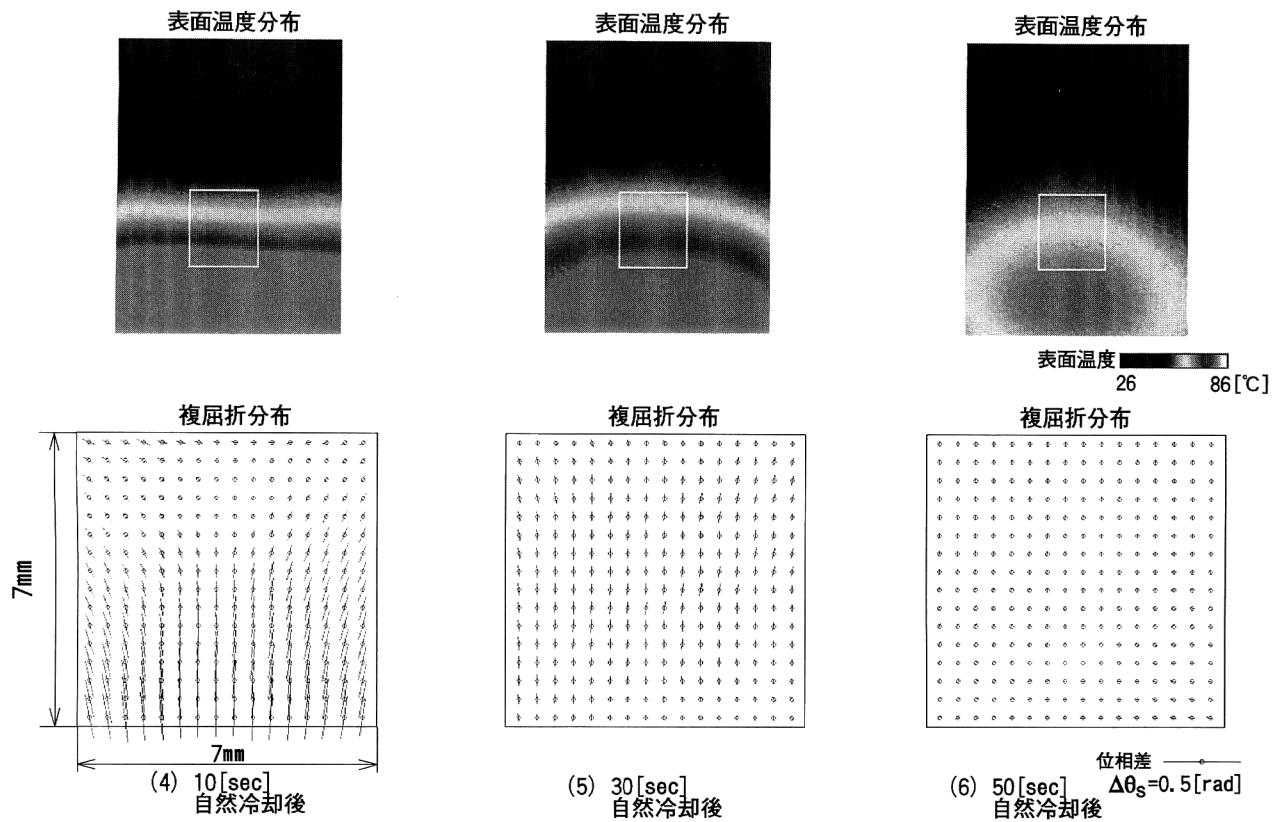


図7 冷却過程におけるガラス板の温度と複屈折分布。

た、進相軸方向角は主応力軸方向を表す。

加熱を始めると、試料下部から両側面方向に位相差、すなわち主応力差が大きくなっていく様子がわかる。赤外線画像から、ガラス板の両側面のほうが内側よりも温度上昇が早いためであると考えられる。また図6(3)の結果で、中心付近に位相差がなく等方になる部分、すなわち主応力差がない部分が存在することがわかる。これは、試料内部で生じた主応力がつり合ったためであると考えられる。

4.2 冷却過程におけるガラス板の複屈折分布

図6(3)の後加熱源を取り去り、自然冷却した。図7に冷却過程におけるガラス板の複屈折分布を示す。加熱をやめると、熱が試料内部から外へ拡散する過程で試料内部の温度が不均一になるため歪みが生じるが、時間の経過とともに歪みが減少する様子がわかる。

複屈折分布の経時変化を測定できるシステムを開発した。また、本装置を用いてガラス板の加熱・冷却過程における複屈折分布の経時変化を約10秒間隔で測定し、ガラス内部で生じる応力分布の動的な変化を観察することができた。本装置は、微小な光強度変化の2次元分布を非接触で測定することができるため、応力分布の測定だけでなく、カーポ効果を利用した液体誘電体中の電界分布の測定⁸⁾

や、フィルム上の放電図形の計測⁹⁾などの応用も可能である。

文 献

- 1) T. D. Goodman, R. E. Gerber and M. Mansuripur: "Temperature dependence of the birefringence of optical-disk substrates," *Appl. Opt.*, **35** (1996) 3031-3038.
- 2) 佐藤, 山口, 吉元, 高田: "光位相変調器とファラデー素子を用いた高感度自動複屈折測定装置の開発", *素材物性学雑誌*, **4** (1992) 22-34.
- 3) 高山, 高田, 吉野: "高感度複屈折測定装置を用いた応力分布測定法", *非破壊検査*, **44** (1995) 249-252.
- 4) 前野, 西方, 板部, 広本, 高田: "2次元ロックインアンプによる顕微鏡画像の深さ方向分解能の改善", *電気学会論文誌C*, **112** (1992) 474-479.
- 5) 久保田, 浮田, 會田編: *光学技術ハンドブック* (朝倉書店, 1968).
- 6) 坂田: *固体力学* (朝倉書店, 1975).
- 7) 伊藤, 田中, 高田, 前野: "光位相変調と2次元ロックインアンプを用いた高感度複屈折分布測定装置の開発", *電気学会論文誌E*, **117** (1997) 581-587.
- 8) 前野, 高田: "電界変調と橢円偏光を用いたカーポ効果による絶縁油中の直流電界分布測定", *電気学会論文誌A*, **107** (1987) 395-401.
- 9) 川崎, 高田, 前野: "ポッケルス効果による電荷潜像の可視化と定量化技術—画像ロックインアンプを用いた高感度測定-", *電気学会論文誌C*, **113** (1993) 1114-1120.

(1998年7月29日受理)