

Fe : LiNbO₃ 単結晶を用いて構成したディジタルホログラム

中川 清・井口 慎也・峯本 工

神戸大学工学部情報知能工学科 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1

Digital Hologram in Photorefractive Fe Doped LiNbO₃ Crystal

Kiyoshi NAKAGAWA, Shinya IGUCHI and Takumi MINEMOTO

Department of Computer and Systems Engineering, Faculty of Engineering, Kobe University, 1-1, Rokkodai, Nada-ku, Kobe 657-8501

Photorefractive LiNbO₃ : Fe crystals have been used for the recording material of digital hologram. The holograms are designed as binary and Fourier-transformed holograms by means of a simulated annealing algorithm. The desired images with three kinds of brightness valued quantity was reconstructed from the synthesized digital hologram, which was stored as the distribution of the refractive index of the material and modulated the phase of the readout beam.

1. はじめに

ディジタルホログラムはコンピューター生成ホログラム (computer-generated hologram: CGH) やキノフォーム (kinoform) と呼ばれ、光波の波面操作手法のひとつとして多方面での応用が期待されている^{1,2)}。特に、光情報処理系でのフィルター、干渉光学系における参照波面生成素子、回折光学素子等として、その役割の重要性が指摘されている³⁾。ディジタルホログラムは、通常、ディジタル計算機を用いて設計される。設計されるホログラムで発生する回折を離散的計算により再現し、観測面で観測される光強度分布が所望の像を構成するようにホログラム面の離散構造を確定する手法である。このようなディジタルホログラムは、設計・構成が容易で安価に実現できることから、長年にわたって注目を集めている技術となっている。しかし、現実問題として、計算で求めたディジタルホログラム構造を光学システム中で実現し、読み出し光を意図するように回折させる材料に関しては、まだ考察の余地があると考える。そこで、本研究では、計算機を用いて設計したディジタルホログラム像を、記録し、読み出し光を変調する材料としてフォトリフラクティブ結晶のひとつである、鉄をドープしたニオブ酸リチウム (LiNbO₃ : Fe) 単結晶を提案し、ホログラムの構成を行い、その特徴について考察する。

フォトリフラクティブ結晶は、ホログラムメモリー材料

や光波混合における媒体等として近年広く研究されている材料である⁴⁾。フォトリフラクティブ結晶に光を照射すると、キャリヤーが励起され、結晶内を移動することで、結晶内の電荷が再分布する。電荷の再分布の結果として結晶中に空間的な電界の分布が生じ、電気光学効果を介して、照射した光量の分布に対応した屈折率の分布が発生する。Fe : LiNbO₃ 単結晶の場合、電荷の再分布に、比較的長い時間を必要とする。この性質は、書き込みに長時間を必要とすることを意味する。しかし、記録した屈折率の分布を保持するためには非常に望ましい性質である。

フォトリフラクティブ結晶をホログラム構成材料として用いると、写真フィルムを用いた場合に必要な現像処理が不要である。また、適当な消去プロセスにより記録された屈折率の分布を完全に消去でき、結晶の再利用が可能である。さらに、ホログラムを屈折率の空間分布として構成することから、位相型ホログラムが構成でき、読み出し光光量の損失が少ない。その上、ホログラムを体積型で記録するため、高い回折効率が期待できる。

一方、所望の再生像に最も近い光波面を発生する理想的なディジタルホログラムを設計するアルゴリズムについてもいくつかの方法が提案されている。一般的なアルゴリズムとしては、繰り返しフーリエ変換法、探索的手法としての遺伝的アルゴリズムやシミュレーティッドアニーリングなどがある⁵⁾。繰り返しフーリエ変換法は、計算コストは比較的小さいが、局所解に陥ることが欠点とされている^{4,5)}。

これに対して探索的手法では、ホログラム像の改善を探索的手順で実行し、局所解に陥ることを避けて設計を行う。具体的には、あらかじめ定めておいた評価関数の値を指標に、システム全体が大局的に最少エネルギーをもつよう、システム変数を変化させ探索を行う手法である。遺伝的アルゴリズムによる設計では、ホログラム像を遺伝子列と考えて、多数のホログラム像間の淘汰と交差・突然変異で、すぐれたホログラム像を求める⁶⁾。この手法では、多数のホログラム像の処理や比較を行うことから、計算量が多く、膨大なメモリーが必要である。これに対してシミュレーティッドアニーリングは、同じ探索的手法でありながら、比較的小さいメモリー容量で実現可能である^{7,8)}。しかし、探索の回数が膨大になる欠点をもつ。本研究では、計算機のメモリー容量に対する要求が比較的緩やかなシミュレーティッドアニーリングを応用してホログラム設計を行い、フォトリフラクティブ結晶へのディジタルホログラムの構成を行う。

2. ディジタルホログラム像の設計

ディジタルホログラムの構成において、本研究では目的画像としてFig. 1に示す像を用いた。この画像は、128×128画素で構成されている。全画像のうち、原画像が存在する領域を32×32画素とした。原画像は、バックグラウンドと茎部分そして花部分からなり、各々が、異なる明るさをもつ3値の画像とした。実画像面の座標を (m, n) とし、原画像 $h(m, n)$ は電場の分布として、

$$h(m, n) = \begin{cases} 1 \exp[j\phi_{mn}] & : \text{(花部分)} \\ 0.5 \exp[j\phi_{mn}] & : \text{(茎部分)} \\ 0 & : \text{(背景部分)} \end{cases} \quad (1)$$

と表せる。ここで、各画素の位置を示す m, n は、正の整数で、 $0 \leq m, n \leq 127$ である。各画素の位相成分を表す ϕ_{mn} は、ゼロから 2π にわたって一様に分布する乱数とした。つまり、原画像は位相分布はランダムで、強度分布にのみ情報を含んでいる複素振幅分布画像とした。設計するホログラム像は、簡単のために2値でコーディングされたフーリエ変換型のホログラムとした。構成したホログラムの画素数は、原画像同様128×128画素とした。ホログラム面の座標を (u, v) として、ホログラム像を簡単に、

$$H_k(u, v) = 0 \text{ or } 1 \quad (2)$$

で表す。ただし各画素の位置を示す u, v は、正の整数で、 $0 \leq u, v \leq 127$ である。

フーリエ変換型のディジタルホログラムとして設計したホログラム $H_k(u, v)$ からの再生像の電場分布 $r_k(m, n)$ は、ホログラム像 $H_k(u, v)$ のフーリエ変換で得られ、

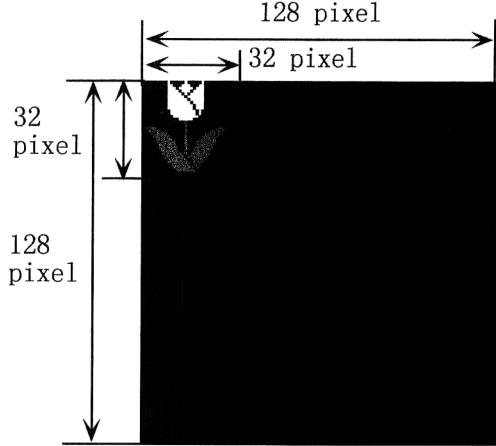


Fig. 1. Object $h(m, n)$ for hologram design. The image consists of 128×128 pixels.

$$r_k(m, n) = \text{FT}[H_k(u, v)] \quad (3)$$

と表される。ここで、 $\text{FT}[\cdot]$ は、フーリエ変換を表すオペレーターである。本論文におけるホログラム設計においては、式(1)の原画像と式(3)の再生画像について、対応する画素間の強度差の2乗の総和が少ないホログラムが良好なホログラムと考えて設計を行った。原画像と再生画像間の強度差は、コスト関数 E_k ：

$$E_k = \sum_{0 \leq m, n \leq 31} |h(m, n) \times h(m, n)^* - \alpha r_k(m, n) \times r_k(m, n)^*|^2 \quad (4)$$

で評価した。ここで、*は、共役複素数を表す。また、 α は、スケーリングファクターで、

$$\alpha = \sum_{0 \leq m, n \leq 31} h(m, n) \times h(m, n)^* / \sum_{0 \leq m, n \leq 31} r_k(m, n) \times r_k(m, n)^* \quad (5)$$

と定義した。コスト関数による評価は、計算の簡単のために、原画像が存在する領域(32×32画素)に限定した。本研究のホログラム設計では、このコスト関数 E_k の値が小さければ小さいほど、すぐれたホログラム像であるとして設計を行った。コスト関数の形態については議論があるが⁹⁾、本研究では、式(4)、(5)を用いて設計を行った。

シミュレーティッドアニーリングによる、ホログラムの設計アルゴリズムの概略をFig. 2に示す。初期温度 T_0 および、閾値温度 T_{th} を設定する。ただし、 $0 < T_0, T_{th} \leq 1$ で、 $T_{th} < T_0$ とした。まず量子化された初期ホログラム像として $H_k(u, v)$ を決める。ただし、このときを $k=0$ とする。この $H_k(u, v)$ から再生される再生像 $r_k(m, n)$ を式(3)を用いて計算し、原画像との相違をコスト関数の値 E_k (式(4))として求める。つぎに、ホログラム面上の1つの画素を選択し、その画素での値を新たに0または1とランダムに入れ替えて新しい $H'_k(u, v)$ を求める。この新しい

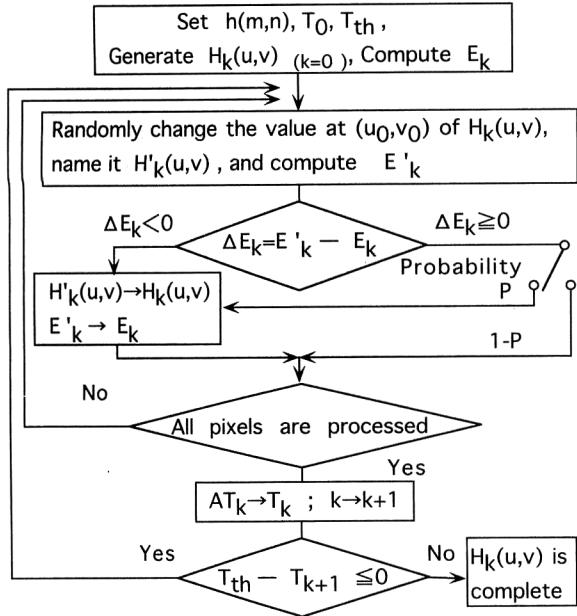


Fig. 2. Flow chart of the simulated annealing algorithm.

$H'_k(u, v)$ について同様に、 $r'_k(m, n)$ および E'_k を計算する。コスト関数値の変化 ΔE_k を求め、偏差 ΔE_k が負であれば、行った変更によりホログラム像が改善されたことになるので、 $H'_k(u, v)$ を新しいホログラム像 $H_k(u, v)$ とする。 ΔE_k が負でない場合は、行った変更により改悪されたことになる。しかし、シミュレーティッドアニーリングでは、確率 P で、改悪されたホログラム像 $H'_k(u, v)$ を $H_k(u, v)$ として受け入れる。それ以外では（確率 $1-P$ ）、ホログラム像 $H'_k(u, v)$ を破棄し、元の $H_k(u, v)$ を採用する。そして、また別の画素を選択し、同様の試行を行う。そしてホログラム面上のすべての画素について試行が行われるまで同じ試行を繰り返す。

改悪の場合 ($\Delta E_k \geq 0$) に採用/破棄を決定する確率 P は、

$$P = \exp[-\Delta E_k / T_k] \quad (6)$$

と定めた。ただし、 T_k は k 回繰り返したときの温度パラメーター、また初期状態においては、 $\Delta E_0 = E_0$ とした。確率 P での採用/破棄の決定は、まず、0から1の範囲の値を示す乱数 X_{rnd} を発生した。そして求めた P が発生した X_{rnd} と比べて大きい場合には、 $H'_k(u, v)$ を採用し、小さい場合は、 $H'_k(u, v)$ を破棄すると定めて、処理を定量的に行った。

ホログラム上のすべての点 (u, v) について検証が終了すると、本研究では、 AT_k を T_k として温度 T_k を減少させ、 k を $k+1$ とした。ここで、 A は温度パラメーターの減衰率で、 $A < 1$ である。減少した温度 T_{k+1} が、閾値 T_{th} を下回ったときに設計の終了とし、下回るまで処理を続けた。

本研究では、量子化された初期ホログラム像 $H_0(u, v)$ と

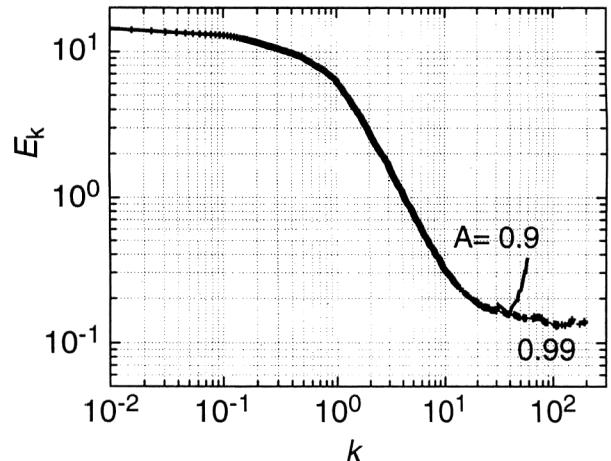


Fig. 3. Value of cost function E_k as a function of the iteration number k .

して原画像 $h(m, n)$ について、逆回折計算結果を2値にコーディングしたホログラム像を用いて計算を始めた。つまり、原画像 $h(m, n)$ のフーリエ変換像 $\text{FT}[h(m, n)] = |OH_{uv}| \exp[\Phi_{uv}]$ を求め、求めた複素振幅を、規則：

$$H_0(u, v) = \begin{cases} 1 : 0 \leq \Phi_{uv} < \pi \\ 0 : \pi \leq \Phi_{uv} < 2\pi \end{cases} \quad (7)$$

で、2値に量子化・コーディングし、 $H_0(u, v)$ とした。ここで、 $|OH_{uv}|$ および、 Φ_{uv} は、 $h(m, n)$ のフーリエ変換像における画素座標 (u, v) での振幅成分と位相成分である。本研究では、 $H_0(u, v)$ による再生像が、目的画像に近づくようにホログラム像を改善していくという方針で、ホログラム設計を行った。結果的には、ランダムな初期像から始めるよりも早く良好な特性を示すホログラム像が得られた。また、任意の一画素の値を変化させる場合の一画素の選び方として、本研究では、左上の画素からラスター・スキャン方式により順序よく選択した。選択方法による設計結果の違いはないとはいえないが、結果的にはこの方法で、 E_k の比較的小さなホログラム像を得ることができた。

ホログラム設計の過程における、繰り返し回数とコスト関数値 E_k の関係をFig. 3に示す。初期温度 $T_0=1$ 、温度の減少率 $A=0.9, 0.99$ として計算を行った結果である。 E_k の計算結果は、各画素の値を変更するたびに計算されたものを表示した。初期ホログラム $H_0(u, v)$ からの再生像の場合、 $E_k=15$ であった誤差が、繰り返し回数が増加するにしたがって良好に減少し、 $k=100$ のときに約0.15となっている。 $A=0.9$ の場合には、 $k=40$ までは単調に改善され、それ以後は劣化した。これは、ここで用いた改善方法が、常に利用できるものではないことを示している。

初期ホログラム像 $H_0(u, v)$ による再生像の計算結果を

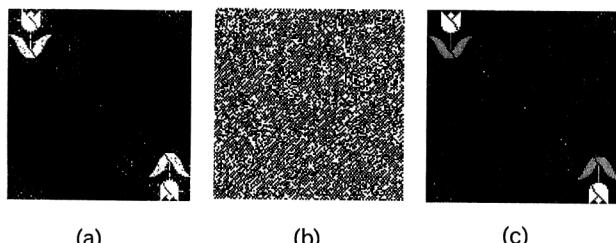


Fig. 4. (a) Reconstructed intensity by computer simulation from the starting hologram $H_0(u,v)$, which was designed by the simple coding rule of Eq.(7), (b) designed hologram pattern with binary value, and (c) reconstructed intensity by computer simulation from the pattern of (b).

Fig. 4(a)に示す。式(7)の規則で行った量子化による情報量の減少によりノイズの多い再生像となっている。また、花と葉および背景が示すべき3値の強度の違いがまったく表現できていない。再生像には、点対称にもうひとつ共役像が発生している。これは、ホログラムが2値化ホログラムであるためである。

$A=0.99$, $k=110$ の場合に計算されたホログラム像をFig. 4(b)に、そのホログラム像からの再生画像の計算結果をFig. 4(c)に示す。設計した2値化ホログラムから良好な3値の再生像が再現されている。再生像の背景のノイズのみが低減されている。これは、コスト関数値の評価をこの低減されている領域(32×32 画素)に限定したためである。

ここで行ったホログラム改善では、最適化が実行できたとはいはず、局所解に留まっている可能性がある。しかし、計算のパラメーターをいろいろ変化させ、最も良好な結果が得られたものをここに示した。以下では、Fig. 4(b)に示したホログラム像の計算結果をフォトリフラクティブ結晶中に屈折率分布として表現することでデジタルホログラムを実現する。

3. フォトリフラクティブ結晶へのホログラム構成

シミュレーティッドアニーリングで設計したホログラム像を、レーザースキャナーを用いて、フォトリフラクティブ結晶中に構成した。結晶中にホログラムを構成している様子をFig. 5に示す。書き込み光は、マルチモード発振の Ar^+ レーザー光である。ビームのスポットサイズは、約30 μm 程度であった。書き込み光のトータルパワーは約6 mWで、一画素当たりの露光時間を10 msとして書き込みを行った。レーザービームを照射した画素と、照射しなかった画素で、2値化ホログラムを表現した。レーザービームを照射した画素は、屈折率が変化し、照射しなかった画素は、結晶本来の屈折率($n_e=2.20$, $n_o=2.29$)⁴⁾を示す。し

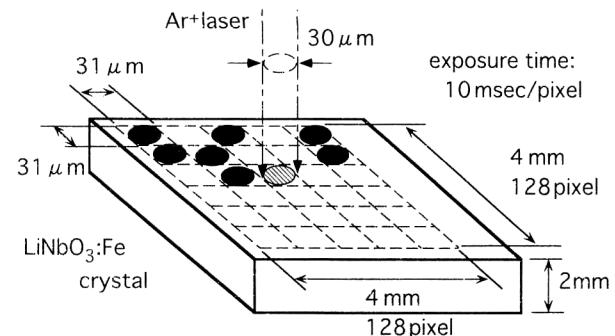


Fig. 5. Geometry for the storage process of the designed hologram in photorefractive crystal.

たがって、この書き込みによって、位相型ホログラムが構成できる。また書き込みにおいては、結晶内のレーザー光のファニギング効果¹⁰⁾による空間分解能の低下を抑えるために、結晶に対して常光線となる偏光方向をもつレーザービームによりホログラムを書き込んだ。

本研究では、画素数 128×128 のホログラムを $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ の領域に記録した。したがって、ホログラム面上での一画素は、 $31 \mu\text{m} \times 31 \mu\text{m}$ となった。用いた Fe:LiNbO_3 単結晶板の厚みは、2 mmとした。レーザースキャナーの走査の位置分解能は約 $0.8 \mu\text{m}$ である。各画素ごとのレーザービームのオン/オフは、AOM (acousto-optic modulator) を用いた。つまり、AOMにより発生する1次の回折光のみを書き込みに利用することで、高速スイッチング機構とした。結果的に、 128×128 画素のデジタルホログラムを左上を原点にラスタースキャンによって構成し、1枚のホログラムの書き込みは、約4分で完了した。

レーザー光照射による屈折率変化は、結晶の吸収効果のために、結晶表面が最も大きく、書き込みビームの伝搬方向つまり結晶板の厚さ方向に沿って小さくなると考えられる。しかし、一画素当たりの露光時間を調整することで、ある画素での屈折率変化領域(厚さ)を制御でき、一画素の大きさに比して十分厚い屈折率変化領域を実現できる。したがって、一画素当たりの露光時間を増やすことによって、体積型のホログラムの構成が可能である。またホログラムを蓄積した $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 結晶を、室温・暗状態で保管すると、2日間以上、ホログラム像を保持できた。さらに、温度約130°Cで15分間アニュールすることで、保持していた屈折率変化の分布は、完全に消去できた。本研究におけるホログラム構成の前には、この消去プロセスを実行してから実験を行った。

フォトリフラクティブ結晶に構成したホログラムの再生を行ったフーリエ変換光学系をFig. 6に示す。読み出し光としては波長633 nmのHe-Neレーザー光を用いた。He-

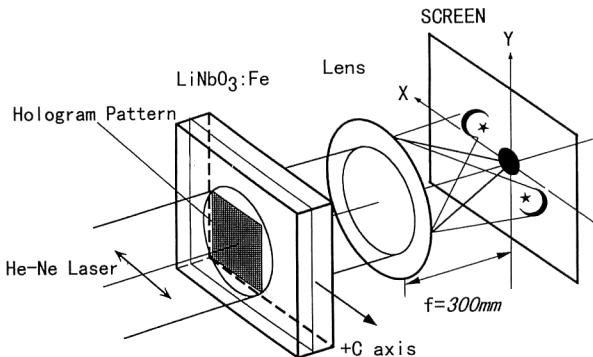
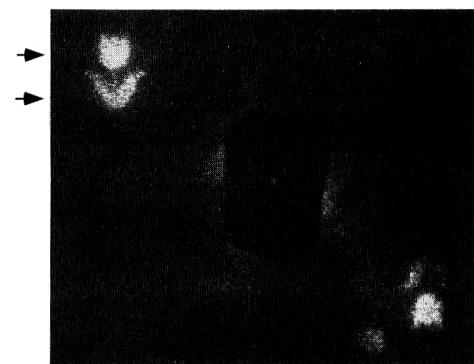


Fig. 6. Optical reconstruction setup for the synthetic digital hologram in photorefractive crystal.

Ne レーザー光の照射による結晶中の屈折率変化は、無視できるほど小さかった。実験では、 0.3 mW/mm^2 の光強度で連続的に読み出しを数分間行っても、再生画像の明るさの低下はみられなかった。読み出し光の偏光方向は、結晶に対して異常光となる方向とした。これは、異常光線として入射される光が、結晶中の屈折率の変化に最も敏感に変調されるためである⁴⁾。フーリエ変換は、焦点距離 300 mm の単レンズで行った。再生像は、レンズの焦点面に置いた半透明なスクリーン上の強度分布を CCD カメラの受光面に結像して観測した。0 次のスポット光は、スクリーン上のストッパーによりカットした。

構成したホログラムの読み出し時には、読み出し光の結晶への入射方位を調整して、位相整合条件が満たされる入射方位を探す必要があった。しかし、厳密に調整する必要はなく数度の寛容性が観測された。また、1 次の回折像が最も明るく発生したもの、高次の回折像も同時に観測された。完全な体積ホログラムであれば、位相整合条件を満足する入射光の入射方位、および回折方位が厳密に決められ、高次の回折光は発生しない。しかし、本研究で構成したホログラムの場合、1 画素の大きさ ($31 \mu\text{m}$) と比較して体積ホログラムの厚さ (屈折率変化領域の厚さ) が薄かつたため、プラグ回折とラマナース回折の中間状態が発生したことが原因と理解できる⁴⁾。以上のことより、構成したディジタルホログラムは、不完全ながらも体積型で構成されていると考えられる。

フォトリフレクティブ結晶に構成したディジタルホログラムの回折効率を評価するために、結晶上に定義した画素のマトリクスを用いて、縞間隔 $62 \mu\text{m}$ (2 画素) の回折格子状のディジタルホログラムを構成した。回折効率は、構成したホログラム読み出し時における、レンズの集光点の光強度と 1 次の回折光強度の比で定義した。測定の結果、約 20% の回折効率が得られた。



(a)

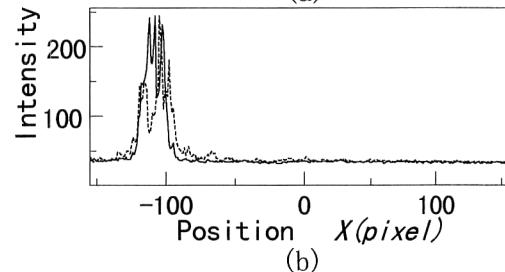


Fig. 7. (a) Reconstructed image, and (b) the profile of the intensity distribution according to the horizontal position shown by two arrows, when the hologram was designed by the simple coding rule of Eq.(7).



(a)

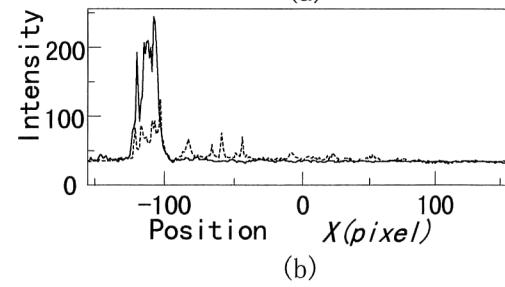


Fig. 8. (a) Reconstructed image, and (b) the profile of the intensity distribution according to the horizontal position shown by two arrows, when the hologram was well-designed by the simulated annealing.

次に、前章で設計したホログラム像を $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$ 単結晶に記録したときに得られた再生像を Figs. 7, 8 に示す。Fig. 7(a) には、式(7)に示した規則より求めた初期ホログラム

ラム像 $H_0(u, v)$ をそのまま結晶中に構成した場合における再生像を示す。図中の中央の暗い部分は、トップバーの影である。Fig. 7(b)には、再生像の横に矢印で示す位置における水平方向の光強度分布を、各々対応するように描いている。実線は花の部分、破線は茎の部分に相当する位置の光強度の分布である。これらの結果より、比較的良好な読み出し像が得られている。しかし、画像全体が明るく、背景部分にノイズの成分が多くみられる。また、光強度分布の測定結果からエッジ部分の劣化が観測される。さらに、花、茎、背景についての異なった3値の明るさに対する再生が十分でない。これらの不完全さや劣化は Fig. 4(a)で示した計算の結果と同様である。そこで次に、シミュレーティッドアニーリングにより改善したホログラムをフォトリフラクティブ結晶に構成した場合の再生像を Fig. 8(a)に示す。また、矢印で示した位置の強度分布を Fig. 8(b)に示す。コスト関数値によるホログラム改善の対象とした再生像の領域は、Fig. 8(b)においては、約 $-150 < X < -90$ pixel の部分に相当する。この部分において背景の S/N が、Fig. 7(b)と比較しても、飛躍的に改善されている。また、Fig. 8 では、花、茎、背景の各々の部分が異なった光強度で再生され、エッジ部分も正確にかつシャープに再現できている。花部分と茎部分の強度比は、約 3:1 である。これは、式(1)に決めた原画像の強度比 (1:0.5²) にほぼ一致している。これらは、シミュレーティッドアニーリングによるホログラム改善の効果である。また、Fig. 7, Fig. 8 とともに、0 次のスポットに対して左側に再生される像の光強度が、右側の共役像よりも強く再生されている。これは、回折方向による回折効率の依存性によるものである^{11,12}。つまり、フォトリフラクティブ結晶に構成した体積ホログラムを読み出す場合には、回折方向と結晶軸の関係により回折効率が異なることに起因している。ここでは、結晶の +c 軸は図中で、左水平方向に配置されていた。この現象は、2 値化ホログラムでは常に発生する共役像の光強度に比べて、目的とする再生像の光強度の分布を明るく、強調して再生できることを示し、有効な特性である。一方、 $X > -90$ pixel の領域では、Fig. 8 の強度のほうが、Fig. 7 に比べて、ノイズ光が増加している。これは、この部分が、改善の対象とされた部分の S/N を上げるために利用され、一種のダミーエリア¹³となっているためである。

以上の結果より、フォトリフラクティブ結晶によく設計された2値フーリエ変換型ホログラムを構成すれば、3値

の光強度階調を示す再生画像が良好に得られることを明らかにできた。

4. ま と め

シミュレーティッドアニーリングによって改善した2値化フーリエ変換ホログラムをフォトリフラクティブ結晶を用いて構成し、3値の階調をもつ画像が良好に再生できた。位相型ホログラムとして構成したため、比較的明るい再生が得られ、回折効率は、20%と評価している。以上のことより、フォトリフラクティブ結晶に構成したコンピュータ生成ホログラムは、写真フィルムのような薄い振幅型のホログラムにはない特徴が観測され、今後の応用に有効であろう。

文 献

- 1) T. S. Huang: "Digital holography," Proc. IEEE, **59** (1971) 1335-1346.
- 2) O. Bryngdahl and F. Wyrowski: "Digital holography — computer-generated holograms," *Progress in Optics XXVIII*, ed. E. Wolf (Elsevier Science Pub., Amsterdam, 1990) pp.1-86.
- 3) "特集：計算機ホログラム (CGH) の最近の動向", O plus E, **204** (1996) 77-110.
- 4) P. Yeh: *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics* (John Wiley & Sons, New York, 1993).
- 5) R. W. Gerchberg and W. O. Saxton: "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," Optik, **35** (1972) 237-246.
- 6) J. R. Fienup: "Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms," Opt. Eng., **19** (1980) 297-305.
- 7) N. Yoshikawa, M. Itoh and T. Yatagai: "Quantized phase optimization of two-dimensional Fourier kinoforms by a genetic algorithm," Opt. Lett., **20** (1995) 752-754.
- 8) N. Yoshikawa and T. Yatagai: "Phase optimization of a kinoform by simulated annealing," Appl. Opt., **33** (1994) 863-868.
- 9) 田中賢一, 坂本賢政, 下村輝夫：“シミュレーティッドアニーリングを用いた計算機ホログラムにおけるコスト関数の影響”，電子情報通信学会論文誌 C-I, **J80-C-I** (1997) 100-104.
- 10) J. Feinberg: "Asymmetric self-defocusing of an optical beam from the photorefractive effect," J. Opt. Soc. Am., **72** (1982) 46-51.
- 11) D. L. Staebler and J. J. Amodei: "Coupled-wave analysis of holographic storage in LiNbO₃," J. Appl. Phys., **43** (1972) 1042-1049.
- 12) J. Otten, A. Ozols, M. Reinfelde and K. H. Ringhofer: "Selfenhancement in lithium niobate," Opt. Commun., **72** (1989) 175-179.
- 13) H. Akahori: "Spectrum leveling by an iterative algorithm with a dummy area for synthesizing the kinoform," Appl. Opt., **25** (1986) 802-811.