

# 凹面格子検査用トーリック波面ホログラフィック干渉法： 誤差解析

両角修四郎

信州大学工学部機械システム工学科 〒380-8553 長野市若里 4-17-1

## Toric-Wavefront Holographic Interferometry for Testing Concave Gratings: Error Analysis

Shushiro MOROZUMI

Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering, Shinshu University,  
4-17-1, Wakasato, Nagano 380-8553

Error analysis is made of an interferometric system consisting of a test concave grating, a reference hologram, and its recording and their illuminating point sources. The interferometric system is considered in which grating and hologram, their point sources being fixed in erroneous positions, are aligned so that the test and reference wavefronts fit together. Analytical expressions are given for aberrations resulting from point source positioning errors and from grating and hologram misalignments, being represented by the wavefront fitting itself and by fitting errors. A numerical example of the interferometric system is shown, and influences are discussed which the system error aberration has on the precision of aberration measurement of the concave grating.

### 1. はじめに

これまで、凹面格子の検査法として光波干渉を用いる方法がいくつか提案されている<sup>1-4)</sup>。しかし、その刻線精度または波面収差の定量測定に関する研究は少ない。位相増幅干渉法を用いる検査<sup>4)</sup>は、収差補正型凹面格子<sup>5)</sup>の場合に、干渉波面間の偏差が大きく縞間隔の細かい部分が生じ、縞測定精度の点で不利である。一方、トーリック波面ホログラフィック干渉法<sup>3)</sup>を用いる検査は、光学系の光軸調整が少し面倒であるが、収差補正型凹面格子の場合でも被検波面と基準波面の形状はほとんど等しくできるから上記の欠点は除かれる。また、位相増幅干渉法では、凹面格子照明用の平面波面を得るために、比較的大きい高精度のミラーやレンズを必要とするが、トーリック波面ホログラフィック干渉法では、基本的には凹面格子とホログラムの照明や記録には点光源からの球面波面だけを用いるので、ホログラムの他は上記のような高精度の光学部品を用いる必要がない点でも有利である。このトーリック波面ホログラフィック干渉法を用いて凹面格子の波面収差を定量的に測定評価するためには、さらに、この干渉法の誤差解析が必要

である。

本研究では、直線溝の収差補正型凹面格子を検査するための干渉光学系の誤差解析を行う。この光学系の配置は、従来型凹面格子を検査するための干渉光学系の場合と同じ方法で決定される<sup>3)</sup>。

ここで、トーリック波面ホログラフィック干渉法の概要を述べる。Fig. 1は干渉光学系の配置を示す。被検凹面格子は点Aの光源で、またホログラムは点Q<sub>c</sub>の光源で照明され、ホログラムは点Q<sub>1</sub>とQ<sub>2</sub>の光源で記録されたものとする。ここで、点Q<sub>i</sub>(i=1,2,c)はすべてホログラムの中心O<sub>H</sub>から等しい距離にある。点Aの凹面格子に対する、また点Q<sub>i</sub>のホログラムに対する配置および凹面格子に対するホログラムの配置は、凹面格子が完全なものとしたとき、両者のトーリック回折波面の形状ができるだけよく一致するように決定されている。ただし、両波面の形状がわずかに異なっているために、両波面間の収差が光学系に固有なものとして残る。このように光学要素が設計どおりに配置されているとき、凹面格子に誤差のない場合の回折波面を $\Sigma_G$ 、誤差のある場合のそれを $\Sigma_{G*}$ とし、ホログラムの回折波面を $\Sigma_{HC}$ 、これと同じ光束の $\Sigma_{HC}$ から距離O<sub>H</sub>Oだけ離れた波面を $\Sigma_H$ とする。ここで、Oは凹面格子の中心であ

E-mail: mrzms8@gipwc.shinshu-u.ac.jp

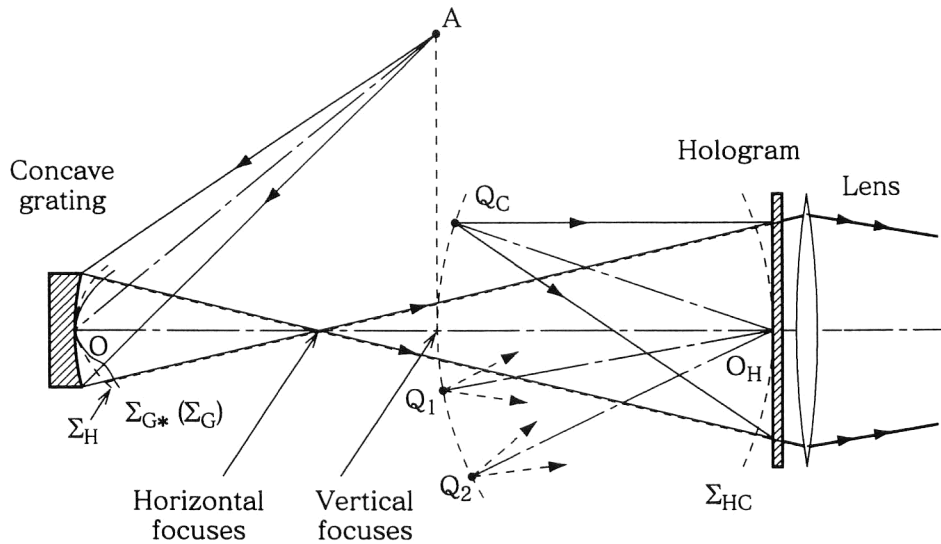


Fig. 1. Interferometric system for testing a concave grating with a lensless-Fourier-transform-type hologram. The test concave grating, the reference hologram, and their point sources are in a designed configuration.

る。この  $\Sigma_H$  は被検波面  $\Sigma_G$  または  $\Sigma_{G^*}$  に対する基準波面となる。 $\Sigma_{G^*}$  と  $\Sigma_H$  との間で生じる干渉縞は、 $\Sigma_G$  と  $\Sigma_H$  との間で生じる干渉縞から歪んだものになり、凹面格子の誤差による波面収差はこの歪みから測定される。実際の干渉光学系の配置は設計配置からずれてくるから、この収差測定の精度は配置誤差の影響を受ける。

本論文では、干渉光学系の誤差解析は次のように行う。凹面格子には誤差があるものとし、凹面格子とホログラムの光源が所定の位置 A と  $Q_i$  から変位し、そのために変形した両者の回折波面を  $\Sigma_{G^*}$  と  $\Sigma_{HC}$  とする。凹面格子に対するホログラムの配置は、 $\Sigma_{G^*}$  と  $\Sigma_{HC}$  の主焦平面および垂直方向の主曲率中心が一致する（このとき両波面は“整合する”とよぶ）ように行うものとする。この調整は、凹面格子とホログラムに対する、それぞれの光源の位置は固定したままにしてホログラム系を移動させて行うものとする。この調整において、 $\Sigma_{G^*}$  と  $\Sigma_{HC}$  が完全に整合しても、これらの波面には凹面格子の誤差や光源の配置誤差の影響が現われるので、凹面格子に対するホログラムの配置に誤差が生じる。しかし、この調整で得られる凹面格子とホログラムの配置は、設計配置に十分近いものに行うことができる。というのは、凹面格子の誤差は小さいとみなされるし、光源の配置誤差や両波面の整合誤差も小さく抑えられるからである。実際上も、この調整法は、両波面の整合誤差のほとんどが干渉縞模様は鋭敏に反映されるために、干渉縞を観察しながら容易に実現できる方法であり、妥当なものと考えられる。ここで、凹面格子に対するホログラムの配置誤差は波面整合自体と整合誤差によって表すこととする。さて、 $\Sigma_{G^*}$  と  $\Sigma_{HC}$  が整合するとき、 $\Sigma_{HC}$  と同じ光束の  $\Sigma_{HC}$  から

ら  $O_HO$  だけ離れた波面を  $\Sigma_{\hat{H}}$  とする。この  $\Sigma_{\hat{H}}$  は、 $\Sigma_{G^*}$  に対する基準波面になる。 $\Sigma_{\hat{H}}$  が整合誤差のためにホログラムと一体となって変位したとする。そこで、波面  $\Sigma_{G^*}$  および変位した  $\Sigma_{\hat{H}}$  の式を与えて両波面間の収差を求め、この中から配置誤差による収差を抽出する。

以下において、2章では干渉光学系の配置パラメータと固有収差を与え、3章では配置誤差による収差を求め、4章ではひとつの数値例を示し、配置誤差が凹面格子の収差測定の精度に与える影響を考察する。

## 2. 基本光学系と固有収差

凹面格子に座標系  $O-\xi\eta\xi$  を設け、格子中心 O に原点を、O での格子面の法線に沿って  $\xi$  軸を、O での格子面の接平面内で刻線方向に垂直に  $\xi$  軸を、平行に  $\eta$  軸をとる (Fig. 2)。凹面格子の曲率半径を  $R$ 、刻線溝は直線で、溝間隔は溝位置の座標  $\xi$  の関数として次式で表されるものとする。

$$\sigma = \sigma_0 / \left( 1 + \frac{2b_2}{R} \xi + \frac{3b_3}{R^2} \xi^2 + \frac{4b_4}{R^3} \xi^3 \right) \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_0$  は格子定数で  $\xi=0$  における溝間隔であり、 $b_i$  は刻線パラメータである。

凹面格子の照明光源の波長を  $\lambda$ 、回折光の次数を  $m$  とすると、 $\xi-\xi$  面内の照明光源の位置  $A(\rho, \varphi, 0)$  の座標は次式で与えられる。

$$\varphi = \angle AO\xi = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{\sigma_0}\right), \quad \rho = AO = \frac{R}{\cos \varphi} \quad (2)$$

凹面格子を点 A の光源で照明したときに生じる  $m$  次回折波面を  $\Sigma_G$  とする。格子上的任意の点を  $P(\xi, \eta, \xi)$ 、この P に対応する  $\Sigma_G$  上の点を  $\bar{P}(\xi, \eta, \xi_G)$  とする。 $\Sigma_G$  は  $\bar{P}$  の



$=\rho_v+r_v$  だけ離れた点  $O_D$  を原点にもつ座標系  $O_D-\xi\eta\zeta$  を考える. Fig. 2 では, 簡単のため,  $O_D-\xi\eta\zeta$  系は  $O-\xi\eta\zeta$  系に重ねて示されている. 波面  $\Sigma_{HC}$  と同じ光束をもつ, 点  $O_D$  を通る波面を  $\Sigma_H$  とし, これを  $O_D-\xi\eta\zeta$  系で表す.  $\Sigma_H$  上の任意の点を  $\bar{B}_D(\xi, \eta, \zeta_H)$ , これに対応する  $\Sigma_{HC}$  上の点を  $\bar{B}(x, y, z_H)$  とする.  $\Sigma_H$  は  $\bar{B}_D$  の座標  $\zeta_H$  で表され,  $\zeta_H$  は,  $\bar{B}_D$  と  $\bar{B}$  の座標間関係 (2 点を通る光線の方向余弦で結ばれる) から座標  $\xi$  と  $\eta$  の関数として次のように与えられる.

$$\zeta_H(\xi, \eta) \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\xi^2}{\rho_h} + \frac{\eta^2}{\rho_v} \right) + \Delta\zeta_H(\xi, \eta) \quad (6)$$

ここで,  $\rho_h = D - r_h$ ,  $\rho_v = D - r_v$ ,  $\Delta\zeta_H(\xi, \eta) = H_{30}\xi^3 + (1/8\rho_v^3)(\xi^2 + \eta^2)^2 + H_{40}\xi^4 + H_{22}\xi^2\eta^2 + H_{50}\xi^5 + H_{32}\xi^3\eta^2$ , 係数  $H_{ij}$  は付録式(A2)で与えられる. 式(6)の3次項は式(3)のそれに一致する ( $H_{30} = \zeta_{30}$ ) ことに注意する.

凹面格子とホログラムの配置が, 両者の波面  $\Sigma_G$  と  $\Sigma_H$  が整合する, または座標系  $O-\xi\eta\zeta$  と  $O_D-\xi\eta\zeta$  が一致する (Fig. 2) ようなものであるとき, 光学系には次式で表される収差 (固有収差) が生じる.

$$(\zeta_G - \zeta_H)\tilde{N} \approx S_{40}\xi^4 + S_{22}\xi^2\eta^2 + S_{50}\xi^5 + S_{32}\xi^3\eta^2 \quad (7)$$

ここで,  $\tilde{N}$  は  $\Sigma_G$  の法線の方向余弦の  $\xi$  成分である, また  $S_{ij} = \zeta_{ij} - H_{ij}$ .

### 3. 誤差解析

凹面格子とホログラムに対する照明光源や記録光源の配置誤差および凹面格子に対するホログラムの配置誤差を解析し, このために光学系に生じる収差を考える. ここで, 凹面格子に対するホログラムの配置は, 両者の波面が整合するように行うものとし, したがって, この配置誤差は波面整合自体とその誤差によって表すことにする. ここでは, 凹面格子の誤差を仮定し, それによる収差を考慮する.

#### 3.1 波面整合誤差とそれによる収差

最初に, 凹面格子とホログラムの光源には配置誤差はないものとし, 両者の基本波面  $\Sigma_G$  と  $\Sigma_H$  の間の整合誤差とそれによる収差を考える. 整合誤差の比較的大きなものは, Fig. 3 に示すように,  $\Sigma_H$  が,  $\Sigma_G$  と整合する位置  $\Sigma_H^0$  からそれに接しながら  $\Sigma_H^1$  に変位する場合に生じる<sup>6)</sup>. いま,  $\Sigma_H^1$  における波面の中心光線が,  $\Sigma_H^0$  における波面の焦点  $l_h$  と  $l_v$  を通り, それが  $\eta-\xi$  および  $\xi-\zeta$  面となす角を  $\tau_h$  と  $\tau_v$  とすると,  $\Sigma_H^1$  における波面の  $\xi$  軸方向の変位は  $s_h = \tau_h\rho_h$ ,  $\eta$  軸方向の変位は  $s_v = \tau_v\rho_v$  となる. ここで,  $\Sigma_H$  と同じ主曲率半径  $\rho_h$  と  $\rho_v$  をもつ樽型およびタイヤ型波面を考え, これ

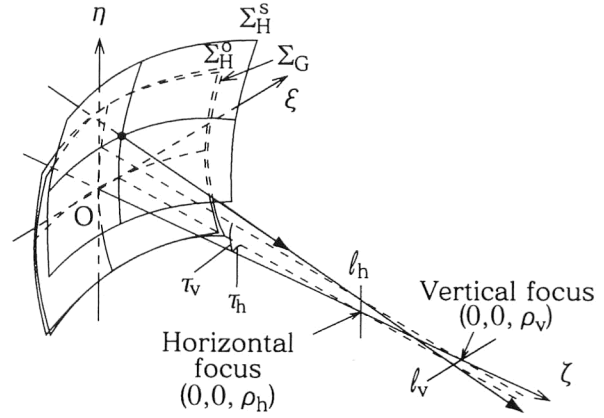


Fig. 3. A shear of the reference wavefront  $\Sigma_H$ .  $\Sigma_H^0$  is  $\Sigma_H$  in fitting the test wavefront  $\Sigma_G$ , and  $\Sigma_H^1$  is  $\Sigma_H$  after shearing along itself from  $\Sigma_H^0$ . The shear of  $\Sigma_H$  from  $\Sigma_H^0$  to  $\Sigma_H^1$  is approximated by two successive rotations of  $\Sigma_H$  through  $\tau_h$  ( $\tau_v$ ) about the focal line  $l_h$  ( $l_v$ ) and of the first rotated wavefront through  $\tau_v$  ( $\tau_h$ ) about the focal line  $l_v$  ( $l_h$ ).

を基準にした,  $\Sigma_H$  の収差を  $\Delta_h$  と  $\Delta_v$  とする (付録式(B3)).  $\Sigma_H$  が  $\Sigma_H^0$  から  $\Sigma_H^1$  に変位したことで生じる収差は  $\Sigma_H^0$  と  $\Sigma_H^1$  にある波面間の光路長で与えられ, これは,  $\Sigma_H$  が  $\Sigma_H^0$  からそれぞれ,  $s_h$  と  $s_v$  だけ変位したことで生じる収差の和  $-\{(\partial\Delta_h/\partial\xi)s_h + (\partial\Delta_v/\partial\eta)s_v\}$  で近似される. また, 整合誤差の小さなものは,  $\Sigma_H$  が, 整合位置  $\Sigma_H^0$  から  $\xi, \eta, \zeta$  軸のまわりに, それぞれ,  $s, t, \chi$  だけ回転したり, 3 軸方向に, それぞれ,  $u, v, w$  だけ移動する場合に生じる. これらの変位による収差は  $-\{s\xi + t\eta + (\partial\zeta_H/\partial\xi)u + (\partial\zeta_H/\partial\eta)v\} + \tilde{N}w + (\eta\partial\zeta_H/\partial\xi - \xi\partial\zeta_H/\partial\eta)\chi$  となる. したがって, 任意の整合誤差によって生じる収差は, 上記の2種類の収差の和で与えられるから次式のように表される.

$$W_M(\xi, \eta) \approx w - \left( s + \frac{u}{\rho_h} \right) \xi - \left( t + \frac{v}{\rho_v} \right) \eta - \left( 3H_{30}s_h + \frac{w}{2\rho_h^2} \right) \xi^2 + \left( \frac{1}{\rho_h} - \frac{1}{\rho_v} \right) \chi \xi \eta - \frac{w}{2\rho_v^2} \eta^2 - 4S_{S_h}\xi^3 - 2T_{V_s v}\xi^2\eta - 2T_{h_s h}\xi\eta^2 - 5U_{S_h}\xi^4 - 2V_{S_v}\xi^3\eta - 3V_{S_h}\xi^2\eta^2 \quad (8)$$

ここで, 収差係数  $S, T_h, T_v, U, V$  は付録式(B4)で与えられる.

#### 3.2 照明光源の配置誤差と被検波面

Fig. 4 において, 完全な格子面を  $S$ , 誤差のある格子面を  $S'$  とし,  $S$  と  $S'$  は格子中心  $O$  で接し,  $S(S')$  には座標系  $O-\xi\eta\zeta$  が 2 章と同様に設定されているものとする. 照明光源は所定の位置  $A(\rho, \varphi, 0)$  (式(2))から  $A'(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi, \delta\gamma)$  に変位しているものとする. ここで, 座標  $\delta\gamma$  は, 入射光線  $A'O$  が  $\xi-\zeta$  面となす角である.  $S$  と  $S'$  のそれぞれを

<sup>\*)</sup>  $\Delta z_H(x, y)$  は,  $\Delta\zeta_H(\xi, \eta)$  の展開係数  $H_{ij}$  (付録式(A2)) において  $D=0, \rho_h \rightarrow -r_h, \rho_v \rightarrow -r_v, l_h = -1, l_v = -1$  とした後に  $\Delta z_H(x, y) = -\Delta\zeta_H(-x, y)$  と置いて得られる.

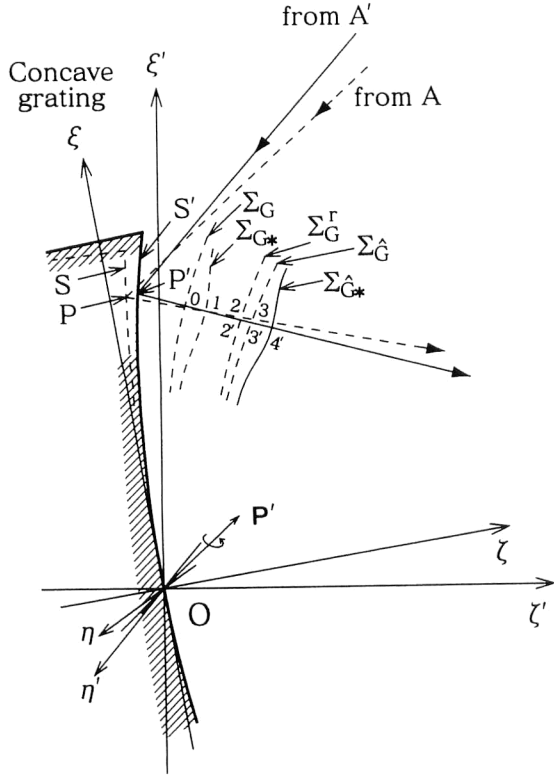


Fig. 4. Test wavefront  $\Sigma_{c*}$  with aberrations due to concave grating imperfections and due to illuminating point source positioning errors.

点 A と A' の光源で照明し, S からの波面を  $\Sigma_G$  と  $\Sigma_{c*}$ , S' からの波面を  $\Sigma_{G*}$  と  $\Sigma_{c*}$  とする. 光源が A から A' に変位したことによる回折波面の回転<sup>7,8)</sup>を  $\mathbf{P}' \approx (\delta\gamma, -\cos\varphi \times \delta\varphi, 0)$  とし,  $\Sigma_G$  の回転  $\mathbf{P}'$  後の位置を  $\Sigma_G^r$  とする. S 上の任意の点 P( $\xi, \eta$ ) での入射光線 AP に対応する回折光線が,  $\Sigma_G$ ,  $\Sigma_{G*}$ ,  $\Sigma_G^r$ ,  $\Sigma_{c*}$  と交わる点を 0, 1, 2, 3 とし, S' 上の点 P'( $\xi', \eta'$ ) での入射光線 A'P' に対応する回折光線が,  $\Sigma_G^r$ ,  $\Sigma_{G*}^r$ ,  $\Sigma_{c*}$  と交わる点を 2', 3', 4' とする. 波面  $\Sigma_{c*}$  の  $\Sigma_G^r$  に対する歪みは, 凹面格子の取差  $\langle 3'4' \rangle \approx \langle 01 \rangle = W(\xi, \eta)$  と光源の変位による歪み  $\langle 2'3' \rangle \approx \langle 23 \rangle = \delta W_A(\xi, \eta)$  (付録式(C1))の和で与えられる. ここで,  $W(\xi, \eta)$  は次式で与えられるものとする.

$$W(\xi, \eta) = \sum_{i=2}^L \sum_{j=0}^i W_{i-j,j} \xi^{i-j} \eta^j \quad (9)$$

また,  $\delta W_A(\xi, \eta)$  は次式で表され

$$\delta W_A(\xi, \eta) \approx \sum_{i=2}^4 \sum_{j=0}^i g_{i-j,j} \xi^{i-j} \eta^j \quad (10)$$

係数  $g_{ij}$  は付録式 (C2) によって与えられる.

ここで, 座標系 O- $\xi\eta\xi'$  に回転  $\mathbf{P}'$  を与えて得られる座標系を O- $\xi'\eta'\xi''$  とする. 被検波面  $\Sigma_{c*}$  は, O- $\xi'\eta'\xi''$  系で表すと, 式(3), (9), (10) から次式のようなになる.

$$\xi_{c*}'(\xi', \eta') \approx \xi_c(\xi', \eta') + W(\xi', \eta') + \delta W_A(\xi', \eta')$$

$$\approx \frac{1}{2} \left( \frac{\xi'^2}{\rho_h'} + \frac{\eta'^2}{\rho_v'} \right) + C\xi'\eta' + \Delta\xi_c(\xi', \eta') + \sum_{i+j \geq 3} \sum_{j=0}^i (W_{i-j,j} + g_{i-j,j}) \xi'^{i-j} \eta'^j \quad (11)$$

ここで,

$$\frac{1}{2\rho_h'} = \frac{1}{2\rho_h} + W_{20} + g_{20}, \quad \frac{1}{2\rho_v'} = \frac{1}{2\rho_v} + W_{02} + g_{02} \\ C = W_{11} + g_{11} \quad (11a)$$

波面  $\Sigma_{c*}$  の水平および垂直方向の主曲率半径を  $\rho_h''$  と  $\rho_v''$  とし, 主焦平面が  $\xi''-\xi'$  および  $\eta''-\xi'$  面となす角を  $\psi$  とすると, これらは両座標面内の主曲率半径  $\rho_h'$  と  $\rho_v'$  によって次式のように表される.

$$\rho_h'' \approx \rho_h', \quad \rho_v'' \approx \rho_v', \quad \psi \approx C \left( \frac{1}{\rho_h'} - \frac{1}{\rho_v'} \right)^{-1} \quad (12)$$

$\psi$  は, 近似的に  $\Sigma_{c*}$  の焦平面が  $\xi$  軸となす角である. ここで, 後に被検波面  $\Sigma_{c*}$  と基準波面の整合を考える際の便宜のために, O- $\xi'\eta'\xi''$  系を  $\xi''$  軸のまわりに  $\psi$  だけ回転して得られる座標系 O- $\xi''\eta''\xi''$  を導入する.  $\xi''$  と  $\eta''$  軸は  $\Sigma_{c*}$  の主焦平面内にあるから, 両座標系の間には次の関係がある.

$$\xi'' = \xi' \cos \psi + \eta' \sin \psi \\ \eta'' = -\xi' \sin \psi + \eta' \cos \psi \\ \xi'' = \xi' \quad (13)$$

### 3.3 記録および照明光源の配置誤差と基準波面

Fig. 5 において, ホログラムには座標系  $O_H-xyz$  (Fig. 2) が設定され, その記録および照明光源は,  $x-z$  面内で所定的位置  $Q_i(r_v, \theta_i, 0)$  ( $i=1, 2, c$ ) から  $Q_i'(r_v + \delta r_v, \theta_i + \delta \theta_i, 0)$  に変位しているものとする. 光源配置  $Q_i$  と  $Q_i'$  のホログラムの回折波面を, それぞれ,  $\Sigma_{hc}$  と  $\Sigma_{hc}'$  とする. 光源の  $Q_i$  から  $Q_i'$  への変位に対して, 回折光束は  $y$  軸のまわりに  $\phi \approx \cos \theta_c \cdot \delta \theta_c + (\cos \theta_2 \cdot \delta \theta_2 - \cos \theta_1 \cdot \delta \theta_1)$  だけ回転する.  $\Sigma_{hc}$  がこの回転後に占める位置を  $\Sigma_{hc}''$  とする. 光源配置  $Q_i'$  のホログラム上の任意の点を B( $x, y$ ), 照明光線  $Q_i'B$  に対応する回折光線が  $\Sigma_{hc}''$  と  $\Sigma_{hc}'$  とに交わる点を, それぞれ, 2' と 3' とし, 光源配置  $Q_i$  のホログラムでは, 照明光線  $Q_iB$  に対応する回折光線が  $\Sigma_{hc}''$  と  $\Sigma_{hc}'$  とに交わる点を, それぞれ, 2 と 3 とすると,  $\Sigma_{hc}'$  の  $\Sigma_{hc}''$  に対する歪みは  $\langle 2'3' \rangle \approx \langle 23 \rangle = \delta W_Q(x, y)$  (付録式(C3))で与えられる. ここで,  $O_H-xyz$  系を  $y$  軸のまわりに  $\phi$  だけ回転して得られる座標系を  $O_H-x'y'z'$  とする.  $\Sigma_{hc}'$  は式(5)と歪み  $\delta W_Q$  を用いて,  $O_H-x'y'z'$  系で次式によって表される.

$$z_{hc}'(x', y') \approx z_{hc}(x', y') - \delta W_Q(x', y') \\ \approx \frac{1}{2} \left( \frac{x'^2}{r_h'} + \frac{y'^2}{r_v'} \right) + \Delta z_{hc}(x', y') \\ - (q_{30}x'^3 + q_{40}x'^4 + q_{22}x'^2y'^2 + q_{04}y'^4) \quad (14)$$

ここで,  $r_h' = r_h + \delta r_h$  と  $r_v' = r_v + \delta r_v$  は  $\Sigma_{hc}$  の水平および垂

直方向の主曲率半径,  $\delta r_h$  と  $\delta r_v$  はそれらの誤差である,  $\delta r_h$  は次式で与えられ,

$$\delta r_h = \left( \frac{r_h}{r_v} \right) \delta r_v + \left( \frac{r_h^2}{r_v} \right) \sum_i (\pm) \sin 2\theta_i \cdot \delta \theta_i \quad (14 a)$$

( $i=1$  では - 符号)

また, 係数  $q_{ij}$  は  $\delta r_v$  と  $\delta \theta_i$  に依存する量で付録式 (C 4) で表される.

ここで, 座標系  $O_H-x'y'z'$  系と平行であり,  $z'$  軸上  $D' = \rho_v'' + r_v' \approx \rho_v' + r_v'$  (式(12)) だけ離れた点  $O_{D'}$  を原点にもつ座標系  $O_{D'}-\xi''\eta''\zeta''$  を考える (Fig. 6). 波面  $\Sigma_{\hat{h}c}$  と同じ光束の  $O_{D'}$  を通る波面を  $\Sigma_{\hat{h}}$  とし, これを  $O_{D'}-\xi''\eta''\zeta''$  系で表す. 2 章で  $\Sigma_H$  の式を求めたときと同様にして,  $\Sigma_{\hat{h}}$  上の任意の点を  $\bar{B}_{D'}(\xi'', \eta'', \zeta'')$ , これに対応する  $\Sigma_{\hat{h}c}$  上の点を  $\bar{B}(x', y', z')$  とし,  $\Sigma_{\hat{h}}$  は  $\bar{B}_{D'}$  の座標  $\xi''\eta''$  によって, 2 点の座標間から次のように表される.

$$\begin{aligned} \xi''_{\hat{h}}(\xi'', \eta'') &\approx \frac{1}{2} \left( \frac{\xi''^2}{\rho_{h1}} + \frac{\eta''^2}{\rho_{v1}} \right) + \Delta \xi_{\hat{h}}(\xi'', \eta'') \\ &+ (d_1 \delta \rho_v + d_2 \delta r_h + d_3 \delta r_v + \theta_1) \xi''^3 \\ &+ (d_4 \delta \rho_v + d_5 \delta r_h + d_6 \delta r_v + \theta_2) \xi''^4 \\ &+ (d_7 \delta \rho_v + d_8 \delta r_h + d_9 \delta r_v + \theta_3) \xi''^2 \eta''^2 \\ &- \frac{3}{8\rho_v^4} (\delta \rho_v + 2\delta r_v) \eta''^4 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで,  $\rho_{h1} = D' - r_h' \approx \rho_h + (\delta \rho_v + \delta r_v - \delta r_h)$ ,  $\rho_{v1} = D' - r_v' \approx \rho_v + \delta \rho_v$ , 波面誤差の係数  $d_1 \sim d_9$  と  $\theta_1 \sim \theta_3$  は付録式

(A3) で与えられる.

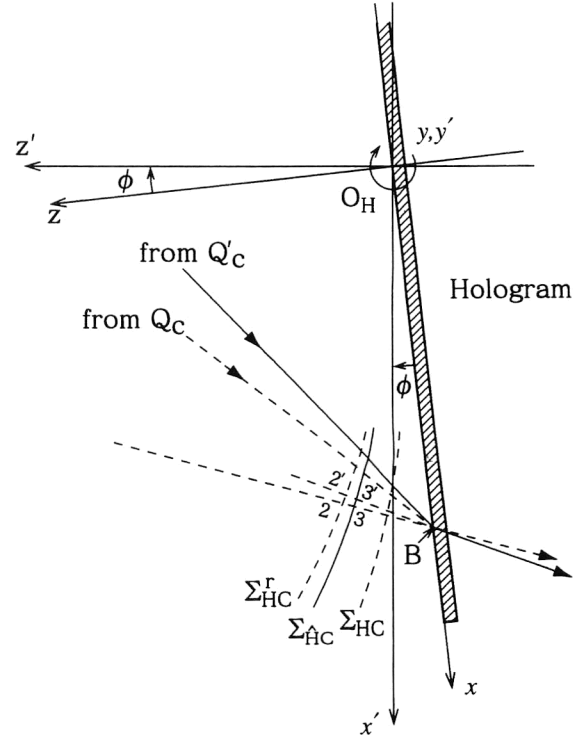


Fig. 5. Hologram wavefront  $\Sigma_{\hat{h}c}$  with aberrations due to recording and illuminating point source positioning errors.

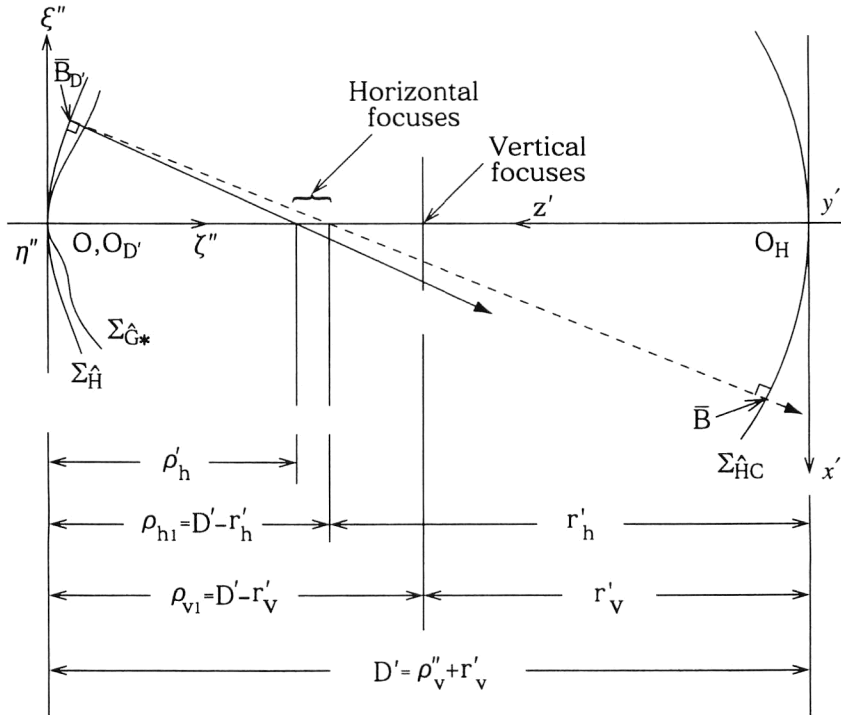


Fig. 6. Reference wavefront  $\Sigma_{\hat{h}}$  being distant from the wavefront  $\Sigma_{\hat{h}c}$  by  $D' = O_H O_{D'} = \rho_v'' + r_v'$ .  $\Sigma_{\hat{h}c*}$  is the test wavefront that  $\Sigma_{\hat{h}}$  fits.

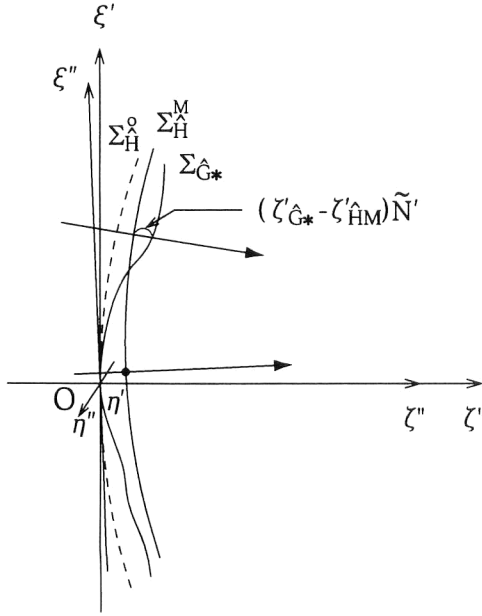


Fig. 7. Aberration between the test and displaced reference wavefronts,  $\Sigma_{G*}$  and  $\Sigma_H^M$ .  $\Sigma_H^0$  is the reference wavefront  $\Sigma_H$  in fitting  $\Sigma_{G*}$ , and  $\Sigma_H^M$  is  $\Sigma_H$  after displacing from  $\Sigma_H^0$ .

### 3.4 配置誤差による収差

Fig. 7において、波面  $\Sigma_H$  が  $\Sigma_{G*}$  と整合するとき、すなわち、 $O_D - \xi'' \eta'' \zeta''$  (3.3節参照) が  $O - \xi'' \eta'' \zeta''$  系 (3.2節参照) に一致するとき、 $\Sigma_H$  が占める位置を  $\Sigma_H^0$  とし、 $\Sigma_H$  が整合誤差のために  $\Sigma_H^0$  から変位した位置を  $\Sigma_H^M$  とする。この  $\Sigma_H$  の整合誤差は、3.1節と同様に、 $O - \xi'' \eta'' \zeta''$  系において、変位  $s_h, s_v$ ；回転  $s, t, \chi$ ；平行移動  $u, v, w$  が合成されたものとする。 $\Sigma_H$  の形状は基本波面  $\Sigma_H$  のそれと大きく異なることはないから、この整合誤差のために生じる収差は  $W_M(\xi'', \eta'')$  (式(8)) で与えられる。したがって、波面  $\Sigma_H^M$  の式は  $O - \xi'' \eta'' \zeta''$  系で次式のように表される。

$$\xi''_{HM}(\xi'', \eta'') \approx \xi''_H(\xi'', \eta'') + W_M(\xi'', \eta'') \quad (16)$$

さらに、式(13)の座標変換を用いて  $O - \xi' \eta' \zeta'$  系で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \xi'_{HM}(\xi', \eta') &= \xi''_{HM}(\xi' \cos \psi + \eta' \sin \psi, \\ &\quad - \xi' \sin \psi + \eta' \cos \psi) \\ &\approx \xi''_H(\xi', \eta') + W_M(\xi', \eta') \\ &\quad + \left\{ \left( \frac{1}{\rho_{h1}} - \frac{1}{\rho_{v1}} \right) \xi' \eta' + 3H_{30} \xi'^2 \eta' \right. \\ &\quad \left. + 2(2H_{40} - H_{22}) \xi'^3 \eta' + 2H_{22} \xi' \eta'^3 \right\} \psi \quad (17) \end{aligned}$$

基準波面  $\Sigma_H^M$  に対する被検波面  $\Sigma_{G*}$  の収差は、式(11)と(17)から  $\{\xi'_{G*}(\xi', \eta') - \xi'_{HM}(\xi', \eta')\} \tilde{N}'$  で与えられる。ここで、 $\tilde{N}'$  は  $\Sigma_{G*}$  の法線の方向余弦の  $\xi'$  成分である。 $O - \xi' \eta' \zeta'$  系での座標  $(\xi', \eta')$  は  $O - \xi \eta \zeta$  系での座標  $(\xi, \eta)$  とほ

とんど等しいから、両波面間の収差は次式で表される。

$$\{\xi'_{G*}(\xi, \eta) - \xi'_{HM}(\xi, \eta)\} \tilde{N}' \approx -w + \sum_{i=1}^K \sum_{j=0}^i \alpha_{i-j,j} \xi^{i-j} \eta^j \quad (18)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \alpha_{10} &= \delta_{10}, \quad \alpha_{01} = \delta_{01} \\ \alpha_{20} &= W_{20} + \delta_{20}, \quad \alpha_{11} = \delta_{11}, \quad \alpha_{02} = \delta_{02} \\ \alpha_{ij} &= W_{ij} + S_{ij} + \delta_{ij} \quad (i+j \geq 3) \end{aligned} \quad (18a)$$

式(18a)の  $\delta_{ij}$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_{10} &= s + \frac{u}{\rho_h}, \quad \delta_{01} = t + \frac{v}{\rho_v} \\ \delta_{20} &= 3H_{30} s_h + \frac{w}{2\rho_h^2} + g_{20} + \frac{1}{2\rho_h^2} (\delta\rho_v - \delta r_h + \delta r_v) \\ \delta_{11} &= -\left( \frac{1}{\rho_h} - \frac{1}{\rho_v} \right) \chi \\ \delta_{02} &= \frac{w}{2\rho_v^2} \\ \delta_{30} &= 4S_h + g_{30} - (d_1 \delta\rho_v + d_2 \delta r_h + d_3 \delta r_v + \Theta_1) \\ \delta_{21} &= 2T_v s_v + g_{21} - 3H_{30} \psi \\ \delta_{12} &= 2T_h s_h + g_{12} \\ \delta_{03} &= 0 \\ \delta_{40} &= 5U_h + g_{40} - (d_4 \delta\rho_v + d_5 \delta r_h + d_6 \delta r_v + \Theta_2) \\ \delta_{31} &= 2V_s v + g_{31} - 2(2H_{40} - H_{22}) \psi \\ \delta_{22} &= 3V_h + g_{22} - (d_7 \delta\rho_v + d_8 \delta r_h + d_9 \delta r_v + \Theta_3) \\ \delta_{13} &= -2H_{22} \psi \\ \delta_{04} &= g_{04} + \frac{3}{8\rho_v^4} (\delta\rho_v + 2\delta r_v) \end{aligned} \quad (18b)$$

式(18a)で  $\alpha_{11}$  と  $\alpha_{02}$  の右辺に、それぞれ、係数  $W_{11}$  と  $W_{02}$  が現われないのは、 $W_{11}$  は  $\psi$  (式(12))の中に、 $W_{02}$  は  $\delta\rho_v$  (式(11a))の中に吸収されているためである。

さて、光学要素の配置誤差のために生じる収差は、式(18b)の  $\delta_{ij}$  を用いて次式で表される。

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^i \delta_{i-j,j} \xi^{i-j} \eta^j \quad (19)$$

収差係数  $\delta_{ij}$  は他の収差係数と  $\alpha_{ij} = W_{ij} + S_{ij} + \delta_{ij}$  (式(18a))によって結ばれている。したがって、 $\alpha_{ij}$  の値が定めれば (この値は、最小二乗法を用いて式(18)を干渉縞にフィットさせて求める)、 $W_{ij}$  は  $\alpha_{ij} - S_{ij}$  によって評価することができる。しかし、この評価値は誤差  $\delta_{ij}$  をもつことになる。 $\delta_{ij}$  は未確定の量であるが、評価値  $\alpha_{ij} - S_{ij}$  からその誤差として分離される。ここでは、非球面の検査で行われたように<sup>9,10)</sup>、収差  $\sum (S_{ij} + \delta_{ij}) \xi^i \eta^j$  を干渉縞にフィットさせて収差  $\sum \delta_{ij} \xi^i \eta^j$  を推定し、それを検査目的の収差  $W_{20} \xi^2 + \sum W_{ij} \xi^i \eta^j$  から分離するというようなことはできない。というのは、両収差は相互が補償し合う収差項をもつからである。

#### 4. 数 値 例

干渉光学系のひとつの数値例を示し、各配置誤差が凹面格子の収差測定に及ぼす影響を考える。被検凹面格子は、瀬谷・波岡モノクロメーター用に設計された可変間隔直線溝型のもの<sup>5)</sup>で次の仕様をもつものとする。刻線面積  $2a \times 2b = 38 \times 27 \text{ mm}^2$ 、曲率半径  $R = 400 \text{ mm}$ 、格子定数  $\sigma_0 = 1/600 \text{ mm}$ 、刻線パラメーター  $b_2 = 0.947122 \times 10^{-2}$ 、 $b_3 = 0.20925$ 、 $b_4 = -0.2184$ 、光源の波長を  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$  (He-Ne レーザー)、被検回折波面の次数を  $m = +2$ 、ホログラム光源の動径距離を  $r_v = 498.1 \text{ mm}$  とすると、光学系の配置パラメーターの値は次のようになる。 $\varphi = 49.408^\circ$ 、 $\rho = 614.75 \text{ mm}$ 、 $\rho_h = 293.94 \text{ mm}$ 、 $\rho_v = R = 400.00 \text{ mm}$ 、 $\theta_1 = -5.152^\circ$ 、 $\theta_2 = -20.154^\circ$ 、 $\theta_c = 14.759^\circ$ 、 $r_h = 604.16 \text{ mm}$ 、 $r_v = 498.10 \text{ mm}$ 。被検および基準波面は球面波面から  $\sim 260\lambda$  の偏差をもち、固有収差の係数  $S_{ij}$  の値は規格化すると次のようになる。 $S'_{40} = 2.517$ 、 $S'_{22} = 0.284$ 、 $S'_{50} = -0.113$ 、 $S'_{32} = -0.012$ 。ここで、 $S'_{ij} = (a^i b^j / \lambda) S_{ij}$ 。光源の配置誤差と基準波面の焦点距離の誤差は次のようなものとする。 $|\delta\rho| < 1.5 \text{ mm}$ 、 $|\delta\varphi| < 6'$ 、 $|\delta\gamma| < 6'$ 、 $|\delta r_h| < 1.3 \text{ mm}$ 、 $|\delta r_v| < 1.0 \text{ mm}$ 、 $|\delta\theta_i| < 4' (i=1, 2, c)$ 。ここで、 $|\delta r_h|$  の限界値は、式 (14a) を用い各誤差の二乗和の平方根で与えた。

被検波面の焦点距離の誤差は  $|\delta\rho_v| < 1.2 \text{ mm}$ 、その主焦平面が  $\xi$  軸となす角  $\psi$  は  $|\psi| < 8'$  とする。ここで、収差係数  $W_{02}$  と  $W_{11}$  は実際に十分小さいと見なせるとして、 $W_{02} = 0$ 、 $W_{11} = 0$  とおき、 $|\delta\rho_v|$  と  $|\psi|$  の限界値は、それぞれ、式 (11a) と (12) ( $\rho'_h \approx \rho_h$ 、 $\rho'_v \approx \rho_v$ ) を用いて求めた。整合誤差については、 $|s_h| < 1.0 \text{ mm}$ 、 $|s_v| < 1.0 \text{ mm}$  とし、他の小さな整合誤差は任意とする。

Table 1 は、収差係数  $\delta_{ij} (i+j \geq 2)$  (式(18b)) を項別に誤差の限界値を用いて見積もった結果を示す。ここで、各項の値はすべて規格化されたものである。 $\delta_{20}$  では、特に誤差  $\delta\rho_v$ 、 $\delta r_h$ 、 $\delta r_v$  に依存する項が大きい。3 次以上の  $\delta_{ij}$  の各項は  $\delta_{20}$  の各項に比べて相当小さい。 $\delta_{30}$  と  $\delta_{40}$  では、誤差  $\delta\rho_v$ 、 $\delta r_h$ 、 $\delta r_v$ 、 $\Theta_1$ 、 $\Theta_2$  に依存する項が大きく、ホログラム光源の誤差  $\delta r_v$ 、 $\delta\theta_i$  の影響が現われている。 $\delta_{30}$  では、誤差  $s_h$  に依存する項が最も大きい<sup>6)</sup>、実際には、この影響は、波面整合の調整を何回か行い、縞解析の結果を平均することによって低減させることができる<sup>11)</sup>。6 次以上の固有収差の大きさは、数値計算から最大  $0.017\lambda$  となり十分小さく省略される。

この数値例では、凹面格子の 3 次以上の収差項のうち、 $W_{30}\xi^3$  項は、誤差  $s_h$  の影響を無視すれば、 $0.3\lambda$  の、 $W_{40}\xi^4$

Table 1. A numerical example of evaluation of the coefficients  $\delta_{ij}$  of the system error aberration. The components of  $\delta_{ij}$  are evaluated from the error limits, and their values normalized by  $c_{ij} = a^i b^j / \lambda$  are shown, where  $2a$  and  $2b$  are the grating width and length, respectively, and  $\lambda$  is the wavelength.

$c_{ij} = a^i b^j / \lambda$	$s_h, s_v$	$\chi, w$	$\delta\rho, \delta\varphi, \delta\gamma$	$\psi$	$\delta\rho_v, \delta r_h, \delta r_v, \delta\theta_i$
$c_{20} \times$	$ 3H_{30}S_h _{\max}$ 0.708	$\left  \frac{w}{2\rho_h^2} \right $ *	$ g_{20} _{\max}$ 0.629		$\left  \frac{1}{2\rho_h^2} (\delta\rho_v - \delta r_h + \delta r_v) \right _{\max}$ 11.555
$c_{11} \times$		$\left  \left( \frac{1}{\rho_h} - \frac{1}{\rho_v} \right) \chi \right $ *			
$c_{02} \times$		$\left  \frac{w}{2\rho_v^2} \right $ *			
$c_{30} \times$	$ 4S_h _{\max}$ 0.394		$ g_{30} _{\max}$ 0.030		$ d_1\delta\rho_v + d_2\delta r_h + d_3\delta r_v + \Theta_1 _{\max}$ 0.310
$c_{21} \times$	$ 2T_{sv} _{\max}$ 0.042		$ g_{21} _{\max}$ 0.069	$ 3H_{30}\psi _{\max}$ 0.024	
$c_{12} \times$	$ 2T_{hs} _{\max}$ 0.051		$ g_{12} _{\max}$ 0.032		
$c_{40} \times$	$ 5U_{sh} _{\max}$ 0.029		$ g_{40} _{\max}$ 0.001		$ d_4\delta\rho_v + d_5\delta r_h + d_6\delta r_v + \Theta_2 _{\max}$ 0.112
$c_{31} \times$	$ 2V_{sv} _{\max}$ 0.002		$ g_{31} _{\max}$ < 0.001	$ 2(2H_{40} - H_{22})\psi _{\max}$ 0.008	
$c_{22} \times$	$ 3V_{sh} _{\max}$ 0.002		$ g_{22} _{\max}$ 0.002		$ d_7\delta\rho_v + d_8\delta r_h + d_9\delta r_v + \Theta_3 _{\max}$ 0.015
$c_{13} \times$				$ 2H_{22}\psi _{\max}$ < 0.001	
$c_{04} \times$			$ g_{04} _{\max}$ < 0.001		$\left  \frac{3}{8\rho_v^4} (\delta\rho_v + 2\delta r_v) \right _{\max}$ 0.002

\* The values to be obtained from interferogram analysis.



項は  $0.1\lambda$  の精度で、また、それ以外の収差項は  $0.1\lambda$  より良い精度で測定できることを示している。他の場合についても、光学系の配置誤差が、距離について  $1\text{ mm}$  程度、角度について  $5'$  程度であるならば、おそらく同様な測定精度が得られるものと考えられる。上記の  $0.3\lambda$  の測定精度は、被検波面の球面波面からの大きな偏差  $\sim 260\lambda$  を考えれば、相対的に見て良いものといえる。

この干渉法では、収差項  $W_{11}\xi\eta$  と  $W_{02}\eta^2$  は波面整合のためにバランスされていて測定にかからない。また、 $W_{20}\xi^2$  項は、主に被検および基準波面の主曲率半径の誤差のために、測定精度が大きく制限される。これらの2次収差項は、凹面格子の通常のマウンティングではスペクトル像を本質的に劣化させるものでないから、測定する必要はほとんどないと考えられる。2次収差項の測定は、被検波面の大局的な絶対形状（主曲率半径など）を高精度に測定することに関連するから一般にはむずかしい。

## 5. ま と め

凹面格子検査用トーリック波面ホログラフィック干渉法の誤差解析を行い、干渉光学系における各種の配置誤差が凹面格子の波面収差測定の精度に及ぼす影響を明らかにした。この干渉法では、被検トーリック波面が球面波面から大きく偏差している場合でも、3次以上の波面収差項は相対的に高い精度で測定できるといえる。これらの測定精度を良くするには、特にホログラム光源の配置誤差を小さくすることが重要である。

本研究において、多くの助言と激励をいただいた、東北大学波岡武名誉教授、本学後藤克也名誉教授、ならびに、近畿大学久實教授に、数値例に用いた凹面格子を提供してくださった、東京都立大学原田達男教授と日立製作所喜多敏昭博士に、また、本稿を読んで有益な論議をしてくださった、大阪府立大学岩田耕一教授に謹んで感謝の意を表します。

## 文 献

- 1) K. G. Birch: "Interferometric examination of the ruling errors of a concave grating," J. Sci. Instrum., **43** (1966) 243-245.
- 2) M. C. Hutley: *Diffraction Gratings* (Academic Press, New York, 1982) pp. 257-260.
- 3) S. Morozumi: "Toric-wavefront testing holographic interferometry for concave gratings," Appl. Opt., **23** (1984) 3082-3090.
- 4) 両角修四郎: "光波干渉を用いる凹面格子の刻線精度の検査法", 光学, **21** (1992) 555-559.
- 5) T. Harada and T. Kita: "Mechanically ruled aberration corrected concave gratings," Appl. Opt., **19** (1980) 3987-

3993.

- 6) 両角修四郎, 後藤克也: "トーリック波面干渉法における調整誤差", 第37回応用物理学関係連合講演会講演予稿集第3分冊 (1990) p. 786.
- 7) W. T. Welford: "The most general isoplanatism theorem," Opt. Commun., **3** (1971) 1-6.
- 8) W. T. Welford: "Isoplanatism and holography," Opt. Commun., **8** (1973) 239-243.
- 9) J. Schwider and R. Burow: "Wave aberrations caused by misalignments of aspherics, and their elimination," Opt. Appl., **9** (1979) 33-38.
- 10) B. Dörband and H. J. Tiziani: "Testing aspheric surfaces with computer-generated holograms: analysis of adjustment and shape errors," Appl. Opt., **24** (1985) 2604-2611.
- 11) J. C. Wyant and V. P. Bennett: "Using computer generated holograms to test aspheric wavefronts," Appl. Opt., **11** (1972) 2833-2839.

## 付 録 A

$\Delta\xi_G(\xi, \eta)$  (式(3)) の展開係数  $\xi_{ij}$  :

$$\begin{aligned}\xi_{30} &= \frac{\sin^3 \varphi}{2\rho^2} - \frac{m\lambda}{\sigma_0} \frac{b_3}{R^2} \\ \xi_{40} &= \frac{5 \sin^4 \varphi}{8\rho^3} - \frac{m\lambda}{\sigma_0} \frac{b_4}{R^3} + \frac{1}{4\rho_h^3} \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_v}\right) \\ \xi_{22} &= \frac{1}{4\rho_h\rho_v^2} \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_v}\right) \\ \xi_{50} &= \frac{7 \sin^5 \varphi}{8\rho^4} + \left(\frac{2}{\rho_h^2} - \frac{3}{2\rho_h\rho_v}\right) \xi_{30} \\ \xi_{32} &= \frac{\xi_{30}}{2\rho_v^2}\end{aligned}\quad (\text{A1})$$

$\Delta\xi_H(\xi, \eta)$  (式(6)) の展開係数  $H_{ij}$  :

$$\begin{aligned}H_{30} &= \frac{p_h^3}{2r_v^2} s_3 \\ H_{40} &= \frac{p_h^4}{8r_v^3} \left\{ \frac{9Dp_h}{r_v} s_3^2 - s_2(4 + 2s_2^2 - s_3^2) + 5s_4 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8\rho_v^3} \left\{ \left(\frac{\rho_v}{\rho_h}\right)^4 - 1 \right\} \\ H_{22} &= -\frac{p_h^2 p_v^2}{2r_v^3} s_2 + \frac{1}{4\rho_v^3} \left\{ \left(\frac{\rho_v}{\rho_h}\right)^2 - 1 \right\} \\ H_{50} &= \frac{p_h^5}{8r_v^4} \left\{ \frac{27D^2 p_h^2}{r_v^2} s_3^3 - \frac{6Dp_h}{r_v} s_3(3s_2 + 3s_2^2 - s_3^2 - 5s_4) \right. \\ &\quad \left. - 2s_3(1 + 8s_2 - 4s_2^2) + 7s_5 \right\} \\ H_{32} &= -\frac{p_h^3 p_v^2}{4r_v^4} \left\{ \frac{3Dp_h}{r_v} s_2 s_3(1 + s_2) + s_3(1 + 3s_2) \right\} \\ p_h &= \frac{r_h}{\rho_h}, \quad p_v = \frac{r_v}{\rho_v} \\ s_i &= \sin^i \theta_c + (\sin^i \theta_2 - \sin^i \theta_1)\end{aligned}\quad (\text{A2})$$

波面誤差 [式(15)] の係数  $d_i$ ,  $\theta_i$  :

$$\begin{aligned}d_1 &= -\frac{3H_{30}}{\rho_h}, \quad d_2 = 3H_{30} \left( \frac{1}{\rho_h} + \frac{1}{r_h} \right), \quad d_3 = -H_{30} \left( \frac{3}{\rho_h} + \frac{2}{r_v} \right) \\ \theta_1 &= \frac{p_h^3}{2r_v^2} \sum_i (\pm) (-2s_2 + s_2^2 + 3\sin^2 \theta_i) \cos \theta_i \cdot \delta\theta_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_4 &= \frac{D_h^4}{8r_v^3} \left\{ -\frac{9D_h(5D_h+4)}{r_v} s_3^2 + \frac{4}{\rho_h} (4s_2^2 + 2s_2^3 - s_2^4 - 5s_4) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{8\rho_h^4} \left( 1 - 4\frac{\rho_v}{\rho_h} \right) \\
d_5 &= \frac{D_h^4}{8r_v^3} \left\{ \frac{45D_h}{r_v} s_3^2 - 4s_2(4 + 2s_2^2 - s_2^3) + 20s_4 \right\} \left( \frac{1}{\rho_h} + \frac{1}{r_h} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\rho_h^4} \left( \frac{\rho_v}{\rho_h} - \frac{r_v}{r_h} \right) \\
d_6 &= d_4 - \frac{3D_h^4}{8r_v^4} (1 - 6s_2 + 5s_4) \\
\Theta_2 &= \frac{D_h^4}{2r_v^3} \sum (\pm) \{ (-3 + 5 \sin^2 \theta_i) \sin \theta_i - 3(1 - s_2) s_3 \} \\
&\quad \cos \theta_i \cdot \delta \theta_i \\
d_7 &= \frac{D_h^2 D_v^2}{r_v^3} s_2 \left( \frac{1}{\rho_h} + \frac{1}{\rho_v} \right) - \frac{1}{4\rho_h^2 \rho_v^2} \left( 1 + 2\frac{\rho_v}{\rho_h} \right) \\
d_8 &= -\frac{D_h^2 D_v^2}{r_v^3} s_2 \left( \frac{1}{\rho_h} + \frac{1}{r_h} \right) + \frac{1}{2\rho_h^2 \rho_v^2} \left( \frac{\rho_v}{\rho_h} - \frac{r_v}{r_h} \right) \\
d_9 &= d_7 - \frac{D_h^2 D_v^2}{r_v^3} \left\{ \frac{3}{4r_v} + s_2 \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{5}{4r_v} \right) \right\} \\
\Theta_3 &= -\frac{3D_h^2 D_v^2}{4r_v^3} \sum_i (\pm) \sin \theta_i \cos \theta_i \cdot \delta \theta_i \quad (A3) \\
\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3 \text{ の } \sum \text{ において } i=1 \text{ のとき } - \text{符号をとる.}
\end{aligned}$$

## 付 録 B

収差  $\Delta_h$  と  $\Delta_v$  を求めるために、波面  $\Sigma_H$  と同じ主曲率半径  $\rho_h$  と  $\rho_v$  をもつ、タイヤ型および樽型トーリック波面を補助的に用いる。タイヤ型および樽型トーリック波面は、それぞれ、焦点  $l_v$  と  $l_h$  (Fig. 3) を軸にして回転しても格子中心  $O$  を通る波面の形状は常に同一であり、次式によって表される。

$$\begin{aligned}
\xi_T(\xi, \eta; \rho_h, \rho_v) \\
&= \rho_v - \left[ \rho_v^2 - \left\{ \xi^2 + \eta^2 + 2(\rho_v - \rho_h)(\rho_h - \sqrt{\rho_h^2 - \xi^2}) \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{\xi^2}{\rho_h} + \frac{\eta^2}{\rho_v} \right) + \frac{\xi^4}{8\rho_h^3} + \frac{\xi^2 \eta^2}{4\rho_h \rho_v^2} + \frac{\eta^4}{8\rho_v^3} + \dots \quad (B1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\xi_B(\xi, \eta; \rho_h, \rho_v) = \xi_T(\eta, \xi; \rho_v, \rho_h) \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{\xi^2}{\rho_h} + \frac{\eta^2}{\rho_v} \right) + \frac{\xi^4}{8\rho_h^3} + \frac{\xi^2 \eta^2}{4\rho_h^2 \rho_v} + \frac{\eta^4}{8\rho_v^3} + \dots \quad (B2)
\end{aligned}$$

それぞれの波面に対する  $\Sigma_H$  の収差  $\Delta_h$  と  $\Delta_v$  は式(B1) と (B2) から次式で得られる。

$$\begin{aligned}
\Delta_{h,v}(\xi, \eta) &= (\xi_H - \xi_{B,T}) (-\tilde{N}_H) \\
&\approx H_{30} \xi^3 + S \xi^4 + T_{h,v} \xi^2 \eta^2 + U \xi^5 + V \xi^3 \eta^2 \quad (B3)
\end{aligned}$$

ここで、 $(-\tilde{N}_H)$  は  $\Sigma_H$  の法線の方向余弦の  $\xi$  成分であり、収差係数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
S &= H_{40} + \frac{1}{8} \left( \frac{1}{\rho_v^3} - \frac{1}{\rho_h^3} \right) \\
T_h &= H_{22} + \frac{1}{4\rho_v} \left( \frac{1}{\rho_v^2} - \frac{1}{\rho_h^2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_v &= H_{22} + \frac{1}{4\rho_v^2} \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_h} \right) \\
U &= H_{50} - \frac{D_h^3}{2\rho_h^2} H_{30}, \quad V = H_{32} - \frac{D_h^3}{2\rho_v^2} H_{30} \quad (B4)
\end{aligned}$$

## 付 録 C

凹面格子において、照明光源が  $A(\rho, \varphi, 0)$  から  $A'(\rho + \delta\rho, \varphi + \delta\varphi, \delta\gamma)$  に変位したことによる波面歪み  $\langle 23 \rangle = \delta W_A(\xi, \eta)$  (Fig. 4) は、光源が  $A$  から、それぞれ、 $A\rho(\rho + \delta\rho, \varphi, 0)$ ,  $A\varphi(\rho, \varphi + \delta\varphi, 0)$ ,  $A\gamma(\rho, \varphi, \delta\gamma)$  に変位したことによる波面歪み  $\delta W_\rho$ ,  $\delta W_\varphi$ ,  $\delta W_\gamma$  の和によって、次式のように表される。

$$\begin{aligned}
\delta W_A(\xi, \eta) &\approx \delta W_\rho + \delta W_\varphi + \delta W_\gamma \\
&\approx \sum_{i=2}^4 \sum_{j=0}^i g_{i-j,j} \xi^{i-j} \eta^j \quad (C1)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
g_{20} &= \frac{\cos^2 \varphi}{2\rho^2} \delta\rho + \sin \varphi \cdot \left( \frac{\cos \varphi}{\rho} - \frac{1}{2R} \right) \delta\varphi \\
g_{11} &= \frac{\sin \varphi}{\rho} \delta\gamma \\
g_{02} &= \frac{1}{2\rho^2} \delta\rho - \frac{\sin \varphi}{2R} \delta\varphi \\
g_{30} &= \frac{\sin \varphi}{\rho^2} \left( \frac{\cos^2 \varphi}{\rho} - \frac{1}{2\rho} \right) \delta\rho \\
&\quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{3\sin^2 \varphi \cos \varphi}{\rho^2} - \frac{\sin^2 \varphi}{R\rho} + \frac{\cos \varphi}{\rho_h} \left( \frac{1}{\rho_h} - \frac{1}{R} \right) \right\} \delta\varphi \\
g_{21} &= \frac{1}{2} \left( \frac{3\sin^2 \varphi}{\rho^2} + \frac{1}{\rho_h^2} - \frac{1}{\rho_v^2} \right) \delta\gamma \\
g_{12} &= \frac{\sin \varphi}{2\rho^3} \delta\rho + \frac{1}{2\rho} \left( \frac{\cos \varphi}{\rho} - \frac{1}{\rho_h} \right) \delta\varphi \\
g_{03} &= 0 \\
g_{40} &= \left( -\frac{15\sin^4 \varphi}{8\rho^4} + \frac{3\sin^2 \varphi}{4\rho^4} + \frac{1}{8R^2 \rho^2} \right) \delta\rho \\
&\quad + \left\{ \frac{5\sin^3 \varphi \cos \varphi}{2\rho^3} - \frac{3\sin^3 \varphi}{4R\rho^2} - \frac{\sin \varphi}{8R^3} \right. \\
&\quad \left. + 3\cos \varphi \cdot \left( \frac{1}{\rho_h} - \frac{1}{2R} \right) \xi_{30} \right\} \delta\varphi \\
g_{31} &= \left( \frac{5\sin^3 \varphi}{2\rho^3} + \frac{3\xi_{30}}{\rho_h} \right) \delta\gamma \\
g_{22} &= \left( \frac{3\sin^2 \varphi}{4\rho^4} + \frac{1}{4R^2 \rho^2} \right) \delta\rho \\
&\quad - \left( \frac{3\sin^3 \varphi}{4R\rho^2} + \frac{\sin \varphi}{4R^3} + \frac{3\xi_{30}}{2\rho} \right) \delta\varphi \\
g_{13} &= 0 \\
g_{04} &= \frac{1}{8R^2 \rho^2} \delta\rho - \frac{\sin \varphi}{8R^3} \delta\varphi \quad (C2)
\end{aligned}$$

$\delta W_\rho$ ,  $\delta W_\varphi$ ,  $\delta W_\gamma$  は Welford の方法によって計算される<sup>7,8)</sup>。ここでは、これらの量に対する正負の符号の取り方は Welford のそれとは逆にしてある。

ホログラムにおいて、記録および照明光源が点  $Q_i(r_v, \theta_i, 0)$  ( $i=1, 2, c$ ) から  $Q'_i(r_v + \delta r_v, \theta_i + \delta \theta_i, 0)$  に変位することによる波面歪み  $\langle 23 \rangle = \delta W_Q(x, y)$  (Fig. 5) も同様に計算できる。この場合には、波面歪みは、照明光源の変位によってだけでなく、記録光源の変位によっても生じ、後者による波面歪みも計算できるように Welford の計算法は拡張され、 $\delta W_Q(x, y)$  は次式のように求められる。

$$\delta W_Q(x, y) \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\delta r_h}{r_h^2} x^2 + \frac{\delta r_v}{r_v^2} y^2 \right) + q_{30} x^3 + q_{40} x^4 + q_{22} x^2 y^2 + q_{04} y^4 \quad (C3)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \frac{\delta r_h}{r_h^2} &= \frac{\delta r_v}{r_h r_v} + \frac{1}{r_v} \sum_i (\pm) \sin 2\theta_i \cdot \delta \theta_i \\ q_{30} &= -\frac{S_3}{r_v^3} \delta r_v + \frac{1}{2r_v^2} \sum_i (\pm) (-2s_2 + s_2^2 + 3 \sin^2 \theta_i) \\ &\quad \times \cos \theta_i \cdot \delta \theta_i \\ q_{40} &= -\frac{3}{8r_v^4} (1 - 6s_2 + 5s_4) \delta r_v \\ &\quad + \frac{1}{2r_v^3} \sum_i (\pm) \{ (-3 + 5 \sin^2 \theta_i) \sin \theta_i \\ &\quad \quad - 3s_3 (1 - s_2) \} \cos \theta_i \cdot \delta \theta_i \\ q_{22} &= -\frac{3}{4r_v^4} (1 - 3s_2) \delta r_v - \frac{3}{4r_v^3} \sum_i (\pm) \sin 2\theta_i \cdot \delta \theta_i \\ q_{04} &= -\frac{3}{8r_v^4} \delta r_v \end{aligned} \quad (C4)$$