

立体計測型ポジトロン断層撮像法における 画像再構成

村山秀雄

ポジトロン断層撮像法 (positron emission tomography) は「PET」の名称で呼ばれており、核医学診断において主として心臓や脳など臓器の機能診断に使用されている。放射性壊変してポジトロン（陽電子）を放出する C-11, N-13, O-15, F-18などの短寿命ポジトロン放射性核種がおおむね使用される。半減期が数分から数時間程度であるため、加速器で生成した後直ちに検査用の薬剤として標識合成される。この標識薬剤をすみやかに生体に投与して体外に放出する放射線を検知し、目的とする臓器における薬剤の分布や代謝動態を分析することで、癌を検出したり中枢神経疾患部位を発見したりする¹⁾。検査を終えた後の体内放射能は短寿命のためすみやかに減衰し、被曝量は X 線診断と比べて同程度かそれ以下である。

核医学イメージングは、他のイメージング法にはない特異的な計測の条件や付随する問題点があるにもかかわらず、多くの研究者が積極的に困難を克服しようとする努力のなかで、個性的な画像再構成法が数多く考案されてきた。本報では、核医学イメージングの特徴が発揮される PET について概説したあと、立体計測型 PET にかかる 3 次元画像再構成法を簡単に紹介する。PET の画像再構成法が、他の分野にはない新しい方法論や概念を産み出しつつある現在の状況についても概説する。

1. PET の特徴

陽電子は体内ですぐ止まり直接検出することは難しいが、近くの電子と結合して消滅する際に、電子の静止質量分のエネルギー (511 keV) に相当するきわめて短い波長 (2.43 pm) の電磁波 (光子) を 2 つ放出する。エネルギーの

大きいこの光子は消滅放射線と呼ばれ、互いに反対方向に飛び去るため、対向する 2 つのガンマ線検出器により一対の消滅放射線を同時に検出すれば、消滅した陽電子はガンマ線検出器を結ぶ線（同時計数線）上にあったことが同定できる。X 線診断で通常使用される光子と比べて消滅放射線のエネルギーは 5~10 倍高いので透過力が大きい。たとえば、体表面より 7 cm の深さに線源がある場合に吸収も散乱もされずに体から直進して検出器に向かう光子の割合は、X 線では約 20% と低いのに対して消滅放射線では 50% と高い。ただし、検出する側からみれば透過力の高い光子ほど高感度検出器を実現するのは難しくなる。

X 線診断と比較することで PET の特徴をより明確に示すことができる。X 線診断と PET 検査が本質的に異なる第一の点は、未知量の種類に現れている。X 線は透過型イメージングの代表例であり、透過した X 線量の割合から体内吸収係数の分布を描出するもので未知量は 1 種類である (図 1(A))。一方、放射型イメージングの代表例である PET では、体内放射能濃度分布と吸収係数分布の 2 種類となる (図 1(B))。異なる第二の点は、放射線照射の方向が制御可能か否かである。X 線診断では線源を生体の外部より照射し、対向する位置に検出器を配置するが、PET 検査では放射性薬剤を生体に投与するため放射線源が生体内にあり、放射線の照射方向をコントロールすることはできない。異なる第三の点は、電流計測かパルス計測かの違いである。PET では同時計数を行う必要から消滅放射線をパルス計測する。一対の検出器から出力する 2 つのパルス信号がある時間窓内に到達したことで同時計数は行われるが、独立した陽電子消滅事象による信号が偶然その時間窓に飛来する可能性がある。これは偶発同時計数と呼ばれ、真の同時計数にノイズとして加わる。偶発同時計数を低減するために検出器に高い時間分解能をもつことが

放射線医学総合研究所高度診断機能研究ステーション (〒263-8555 千葉市稻毛区穴川 4-9-1)
E-mail: mur@nirs.go.jp

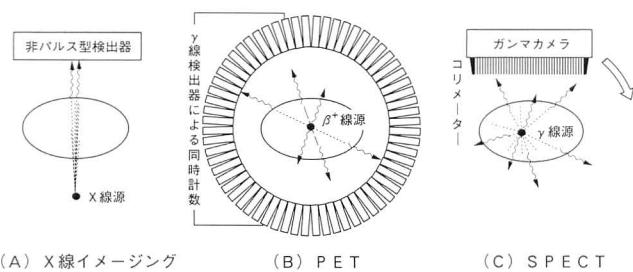


図1 X線イメージングと核医学イメージングの比較。

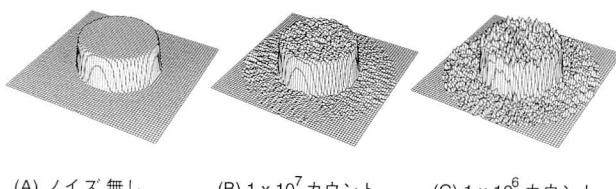


図2 画像再構成に用いた放射線総計数と再構成画像のノイズの関係。

要求される。時間分解能および検出効率の高い検出器を実現するために、PET用検出器は特有の発展を遂げてきた²⁾が、本報では検出器の詳細には立ち入らない。

PETがパルス計測をもとにしていることに起因して、計測データ自体にポアソン分布に支配される確率的要素が内在している点もPETの大きな特徴である。放射線源が体内にあり、広く分布している可能性があることと、放射線の放出方向が制御不可能であり、等方的に線源より放射されることの特徴から、計測データにおける統計ノイズは無視できないほど大きな場合がほとんどであり、その統計ノイズが再構成画像の定量性および画質に大きな影響を与える(図2)。PET画像の解像度は、陽電子の飛程と対消滅放射線のなす角度の揺動のために1mmより小さくすることが難しい。現状の臨床用PET装置では5mmの解像度が一般的であるが、解像度を向上しても統計ノイズは大きいために結局は画像の平滑化することになる。よりいっそうの感度の向上が望まれている理由の一端がここにある。

同時計数線の検出感度および垂直な面内での空間分解能は、その線上でほぼ一定である。このことは投影データの処理を容易にしている。また、線減弱係数 μ の体内における点Sで生じた一対の消滅放射線が検出器対A,Bで検出される確率は、それぞれ $\exp(-\int_{AS} \mu dl)$ と $\exp(-\int_{SB} \mu dl)$ に比例する。同時計数の損なわれる確率(吸収補正因子)はこれらの積で表される。

$$\exp(-\int_{AS} \mu dl) \cdot \exp(-\int_{SB} \mu dl) = \exp(-\int_{AB} \mu dl) \quad (1)$$

上式は線源の位置に依存せず、検出器間で見込む吸収体の組成、形状のみで決定される。これは、外部線源によって

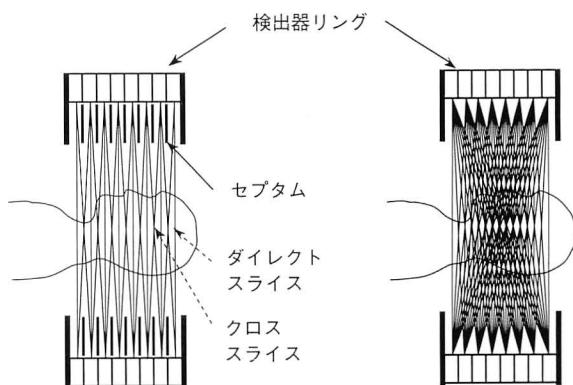


図3 PETのデータ収集における2Dモードと3Dモード。

吸収補正因子が正しく測定できる根拠となっている。2種類の未知量のうち、吸収係数分布のみ切り離して測定ができるので、吸収を受けない放射能の投影データが算出可能であり、画像再構成問題を放射能濃度分布という1種類の未知量に関する問題として処理できる。

レンズの機能を利用できないイメージングでは、感度と解像度をともに向上させることは一般的に困難である。PETのもつすぐれた点のひとつは、同時計数法に基づく測定によりこの問題を克服できることである。同時計数法は電気的なコリメーターと称される手法であり、幾何学的なコリメーターを使用する単一光子放射断層撮像法(single photon emission computed tomography: SPECT)に比べて解像度が高く、大幅に感度を高めることができる(図1(B),(C))。以上に述べた特徴は、PETが原理的に体内放射能分布の断層像を高いコントラストで再構成する潜在力をもっていることを裏づけている。

2. 2Dモードと3Dモード

2DモードPETとは、X線CTの方法を当てはめた手法であり、体軸に直交する放射線のみを検出してスライス画像を得る平面計測法である(図3(A))。体を囲む多角形もしくは円形に沿って検出器を稠密に配列した検出器リングが一般に使用される。検出器リング内の検出素子間で同時計数データを収集し投影データの計数を稼ぐ。検出器リングを多層に重ねることで同時に連続したスライスの投影データが得られるため、スライスごとに2次元画像再構成をして3次元再構成画像を得ることができる。ただし、体軸と直交しない大部分(99%以上)の放射線が検出されない点は、多層検出器リングにしても同じである。検出器リングの間に円環状の鉛板(セプター)を挿入する理由は、各スライスごとに線源の検出領域を制限して偶発同時計数

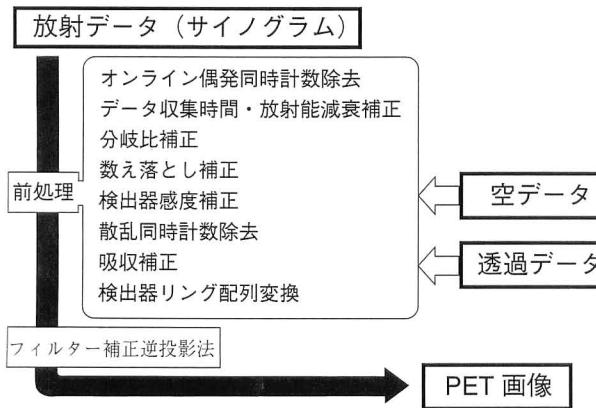


図4 PET画像再構成の手順。

を低減するためである³⁾。

3DモードPETとは、どの向きの放射線でも検出しようとするPET独自の立体計測法である(図3(B))。X線CTの方法とは異なる3次元画像再構成法が研究開発されたため利用可能となった。データ収集や処理法などに克服すべき新たな問題があるものの、徐々に解決されつつある。原理的には2Dモードの100倍の感度を達成可能であるが、技術的に未解決な点がいくつかあるため、現在は2Dモードの7倍程度の感度でしか実用化されていない⁴⁾。まだ、3DモードPETの処理技術は発展途上にあり完成されたわけではない。今後の検出器の進歩や新しいデータ収集法に刺激されて、ますます成長が期待できる分野であり、現実に種々の補正を組み入れたり、定量性や処理速度を改善したりする問題が山積みである。しかし、基本となる概念や理論の枠組みはほぼ確立されたものと現状では考えられる。

図4に一般的なPET画像再構成処理の手順の概略を示す。投影データを補正するために、通常は放射データのみでなく、被検体のない空データおよび外部線源による透過データを別途収集する。前処理の手法も大変重要であり検討すべき問題が多く残されている⁵⁾が、本稿では前処理の終えたデータを想定する。以下においては、立体計測像再構成の研究が進展するなかで確立された基本的な概念および処理法の一端を紹介する。

3. オルロフの条件

単に、3次元画像を再構成するだけの数学的問題であれば、中央断面定理の3次元拡張により解決法は与えられている。3次元分布画像の3次元周波数空間において、欠けることのないように測定投影データから必要な標本値を選んで埋め尽くせば、その逆3次元フーリエ変換により再構成画像は得られる(図5)。3次元分布を連続したスライス

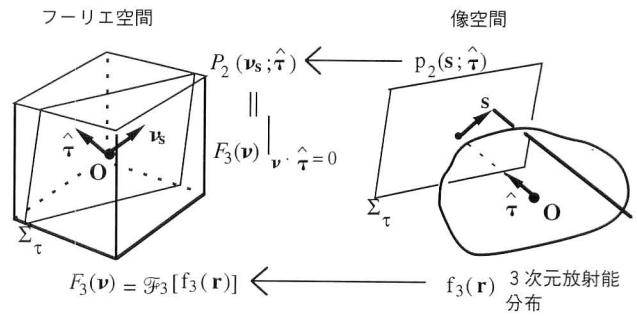


図5 3次元放射能分布の実空間および周波数空間の関係。

の積層として各スライスごとに2次元画像再構成を行う手法はその一例である。しかし、冗長な測定投影データを捨てることなく、放射線を検出した計数の情報として無駄なく再構成画像に寄与させ画像の信号対ノイズ比を向上させるには、測定に関する標本値を可能な限り利用することが望まれる⁶⁾。ただし、測定投影データの補間処理によりフーリエ空間上で画像歪みを生じるなど実用上の問題がある⁷⁾。その欠点を克服するひとつの方法は、投影データを通常のサイノグラム座標で処理するのではなく、ライノグラム座標で処理することである⁸⁾。縦軸を投影方向の角度として投影データを並べた2次元座標をサイノグラム座標と呼び、図8(B)のように点線源の場合は正弦曲線を得る。一方、点線源の投影データが直線となるように座標変換したものがライノグラム座標である。このライノグラム法によれば、補間処理を行わないで3次元分布のフーリエ変換を得られるが、実際のPET装置からライノグラム座標で一様なデータ密度を得るのは難しい。以上の理由から、別の視点に基づいて立体計測像再構成問題に取り組む必要があった。

オルロフ(Orlov)は、再構成画像が解析的に得られるための必要十分条件は、すべての2次元投影面の法線ベクトルで埋められる領域が、原点を中心とする単位球のあらゆる大円と交差することであることを示した⁹⁾。これをオルロフの条件という。たとえば、2次元投影面の法線ベクトルが単位球の中央断面からの角度±ψ₀の範囲で許容されるような画像空間の領域はオルロフの条件を満たす(図6)。この角度ψ₀を受容角(acceptance angle)と呼ぶ。

ここでは簡単化のため点線源応答関数(point spread function: PSF)が画像空間の位置に依存せず、一定であると仮定する。これは、画像空間上の任意の点において投影データを収集する検出器の立体的配置が同一に見えることを意味する。その投影データの収集される単位方向ベクトルτの領域Gは、オルロフの条件を満たすと仮定する。方向ベクトルτに垂直な平面Στ上の2次元位置ベク

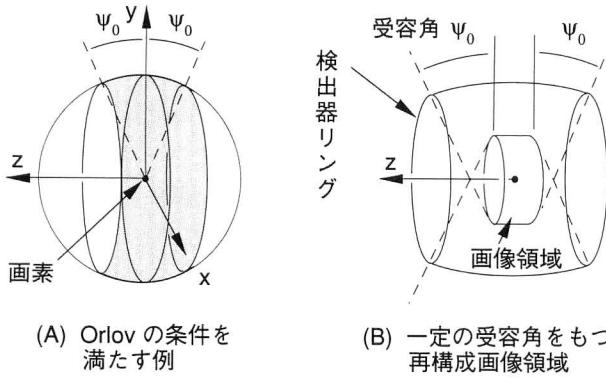


図6 立体計測像再構成に関するオルロフの条件.

トルを \mathbf{s} とすると、 $\mathbf{s} = \mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \hat{\tau}) \hat{\tau}$ で表され、3次元線源分布 $f_3(\mathbf{r})$ に対して領域 G 内の任意の方向ベクトル $\hat{\tau}$ に對して2次元線積分投影データ $p_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ が得られる。このとき線源分布 $f_3(\mathbf{r})$ と $p_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ は以下の式を満たすことをオルロフは示した¹⁰⁾。これはオルロフの式と呼ばれ、すべての冗長な投影データを画像再構成に寄与させた画像再構成の式である。

$$f_3(\mathbf{r}) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \nabla^2 \int \int_G d^2 \hat{\tau} p_2^F(\mathbf{s}; \hat{\tau}) \quad (2)$$

ここに、 ∇^2 は3次元ラプラシアンであり、 G で示す積分領域は $\hat{\tau}$ およびその逆向き方向 $-\hat{\tau}$ が同一投影データを指定するため、どちらか一方のみに制限する。また、被積分関数 $p_2^F(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ は2次元線積分投影データ $p_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ に2次元補正関数を重畠積分して与えられるものであり、以下の式で表される。

$$\begin{aligned} p_2^F(\mathbf{s}; \hat{\tau}) &= \int \int_{S_\tau} d^2 s \frac{p_2(\mathbf{s} - \mathbf{s}'; \hat{\tau})}{|\mathbf{s}'| L(\hat{\tau} \times \mathbf{s}')} \\ &= p_2(\mathbf{s}; \hat{\tau}) ** \frac{1}{|\mathbf{s}| L(\hat{\tau} \times \mathbf{s})} \end{aligned} \quad (3)$$

上式中の $**$ は2次元重畠積分を表し、 \times はベクトル外積を表す。 $L(\hat{\tau} \times \mathbf{s})$ はオルロフのL関数と呼ばれ、次式で表される。

$$L(\hat{\tau} \times \mathbf{s}) = \int \int_G d^2 \hat{\tau} \delta(\hat{\tau}' \cdot (\hat{\tau} \times \mathbf{s}')) \quad (4)$$

ここに、 $\delta(x)$ はディラックのδ関数である。オルロフの式は、投影データの幾何学的組み合わせを考察する上で有益な役目を果たすが、再構成アルゴリズムとしては実用性に欠けるのが難点である¹¹⁾。

4. 立体計測像再構成法

実用的な立体計測像再構成法としては、2次元投影データに2次元補正フィルターを乗じてから3次元画像空間に逆投影する方法 (filtered-backprojection method: FILBK法) や、投影データを単純逆投影してこれに3次

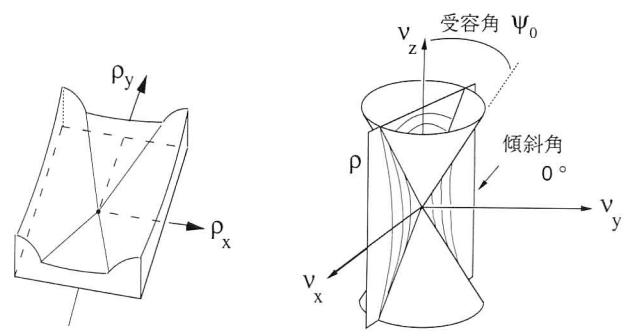


図7 2次元および3次元Colsherフィルター.

元補正フィルターを乗じる方法 (backprojection-filtering method: BKFL法) がある^{5,12)}。FILBK法によれば、線積分2次元投影に対する2次元フィルター関数 $h_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ を用いて、画像再構成が以下の式で記述される。

$$f_3(\mathbf{r}) = \int \int_G d^2 \hat{\tau} [p_2(\mathbf{s}; \hat{\tau}) * h_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})] \quad (5)$$

実空間ベクトル \mathbf{s} の対応する2次元周波数ベクトルを ν_s 、 $h_2(\mathbf{s}; \hat{\tau})$ のフーリエ変換を $H_2(\nu_s; \hat{\tau})$ とし、2次元逆フーリエ変換演算子を \mathcal{F}_2^{-1} と表せば、上式は、

$$f_3(\mathbf{r}) = \int \int_G d^2 \hat{\tau} \mathcal{F}_2^{-1} [p_2(\nu_s; \hat{\tau}) * H_2(\nu_s; \hat{\tau})] \quad (6)$$

となる。一例として投影方向ベクトル $\hat{\tau}$ の領域 G が受容角 ψ_0 をもち、 $\mathbf{z} \cdot \hat{\tau} < \sin \psi_0$ で示される場合のフィルター関数 $H_{2\psi_0}(\nu_s; \hat{\tau})$ について Colsher は以下の式を導出した¹³⁾。

$$H_{2\psi_0}(\nu_s; \hat{\tau}) = \begin{cases} \frac{|\nu_s|}{\pi} & \text{if } |\cos \phi_{\nu s}| < \cos \phi_c \\ \frac{1}{2 \arcsin \left\{ \frac{\sin \psi_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi_{\nu s} \sin^2 \theta_\tau}} \right\}} & \text{if } |\cos \phi_{\nu s}| \geq \cos \phi_c \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $\phi_{\nu s}$ は ν_s の方位角であり、閾角 ϕ_c は以下の式で与えられる。

$$\cos \phi_c = \cos \psi_0 / \sin \theta_\tau \quad (8)$$

ここに、角度 θ_τ は投影方向 $\hat{\tau}$ の傾斜角であり、 $\hat{z} \cdot \hat{\tau} = \cos \theta_\tau$ を満たす。以上に示した Colsher の2次元フィルターは FILBK 法で使用される2次元補正フィルターであるが、BKFL 法においてもこれに対応する Colsher の3次元フィルターが存在する。原点を通過する平面でこの3次元フィルターを切断した場合の断面が FILBK 法の2次元フィルターとなっている (図7)。

一方、Raらは Colsher とは別の2次元補正フィルターを導出した¹⁴⁾が、Colsher フィルターと異なり、対応する

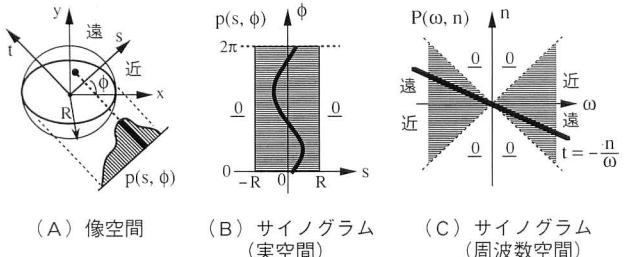


図 8 サイノグラムにおける周波数・位置の関係。

3次元補正フィルターが存在しない¹²⁾。この2つの2次元フィルターは冗長な投影データの再構成画像に対する重みづけが異なっており、投影データに雑音が存在する場合には雑音特性の異なる再構成画像をつくる。このように、PETの立体計測像再構成においては、無数の異なる画像再構成アルゴリズムがあり得る点に大きな特徴がある^{15,16)}。受容角 Ψ_0 が大きくなると、どのような画像再構成アルゴリズムを選択すべきか、信号対ノイズ比を考えて個別に判断する必要が生じると予想される¹⁷⁾。

5. 実用的な画像再構成法

現実の3次元PET装置では、被検体の導入路を確保するために 4π の全立体角を測定範囲とすることはできず、受容角は画像空間の位置に依存する。このような場合の3次元PET用画像再構成アルゴリズムも提案されている¹⁸⁻²³⁾。欠損している測定投影データを2次元画像再構成法による再構成画像から計算で作成する方法(3D re-projection, 3DRP法²⁰⁾)や、フィルターの工夫により解決を図る方法²²⁾などがある。一方、斜め方向の同時計数を平行な層の同時計数に置き直すこと(リビニング)により、3次元逆投影演算を2次元逆投影演算で代用することが可能となる。1層に置き換えるSSRB(single-slice rebidding)法²⁴⁾や多層に置き換えるMSRB(multi-slice rebidding)法²⁵⁾はその一例である。これらは近似的な画像再構成法であるが、3次元画像再構成の際に最も時間を費やす3次元逆投影演算を回避できる点によさがある。

2次元画像再構成においては、投影角度 ϕ およびその投影の軌跡と原点との距離 s の関数 $p(s, \phi)$ が投影データを表し、サイノグラムと呼ばれるることはよく知られている。サイノグラムを s についてフーリエ変換し、さらに ϕ についてフーリエ級数展開をすると、

$$P(\omega, n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} p(s, \phi) \cdot \exp\{-i(\omega s + n\phi)\} ds \quad (9)$$

ここに、 ω は s に対応する周波数、 n は ϕ に対応するフーリエ係数であり、その座標平面における関数 $P(\omega, n)$

は一定の領域外では値が 0 である(図 8)。 $|\omega|$ が大きいときには座標原点を通る一定の傾き t の線上の値には、実空間の原点から投影方向へ沿って同一の距離となる場所のみが寄与をする²⁶⁾。この投影データとフーリエ変換との関係は Edholm により「周波数・距離の関係」(frequency-distance relation) と命名されているが、これを立体計測型PET画像再構成問題に応用することにより、Defriseらは「Fourier rebidding (FORE) 法」と名づけられた新しい3次元画像再構成法を提案した²⁷⁾。このFORE法は SSRB 法や MSRB 法より精度のよい近似的手法であるが、受容角が 25° を超えると再構成画像の歪みが無視できない²⁸⁾。そのため、正確な FORE-X 法²⁹⁾ や FORE-J 法³⁰⁾ といった改良型の FORE 法も提案されている。前者は 3DRP 法のように欠損している測定投影データを算出する点に、後者はライノグラム法のように補間処理を回避する点にそれぞれ特徴がある。詳細は原論文を参照してほしい。

X線イメージングと同様に、核医学イメージングの分野でも断層像を描出するための努力が古くからなされてきた。しかるに、核医学イメージングのもつ複雑さのために画像再構成法の進歩は手間取り、X線イメージングのほうが先に断層撮像法を実用化し、定量性の高い横断画像を描出することに成功した。X線CTの技術から産み出された画像再構成法を取り入れて、核医学でも体内放射能分布の断層像を得る研究が進められてきた。しかし、単にX線CTの技術を転用するだけでは核医学イメージングのもつ潜在能力を十分に引き出すことはできなかった。画像の定量性を高め画質を向上する上で、核医学イメージングがもつ本来の特徴を生かしながら独自の画像再構成法を研究開発する必要があった。

近年、DNA・蛋白質など分子の変化から細胞レベルでの異常を、組織臓器レベルでの異常に先だって早期に検出する方法の研究が予防医学の観点から進められており、PETの高解像力化および高感度化に対する要求が強まっている。立体計測型PETでは、消滅放射線を3次元的に収集することにより、従来の平面計測型PETに対して感度を大幅に向上することが可能となる。さらに、2次元の単純な拡張では把握できないオルロフの条件のような概念が存在し、画像再構成の可能なアルゴリズムも唯一ではない。

現状の立体計測型PETの画像再構成では、FORE法を用いて冗長な立体計測データの計数を無駄なく活用するとともに平行な多段層投影データに並び替えを行い、次にOSEM(ordered subset expectation maximization)

法³¹⁾のような逐次近似型画像再構成法を各層ごとに適用する手法が実用化されつつある³²⁾。この手法により計算の高速化と同時に画像ノイズの抑制が図られた。以上の例でみられるように、核医学イメージングにおける画像再構成法は、より精度の高い画像の形成を目指して進歩を続けています。一方、感度向上のため立体計測を本格化すると、奥行きに厚みのある検出素子は斜め向きからも消滅放射線を受け取ることになるため、3次元放射線位置検出器を実現しないと解像度が低下する。3次元放射線位置検出器のような次世代PET装置の要素技術が進歩するに伴って、さらに新しい画像再構成法の出現が期待される。

文 献

- 1) 鳥塚完爾監修：クリニカルPET（先端医療技術研究所，1997）。
- 2) 村山秀雄：“PETの放射線検出系”，*Med. Imag. Technol.*, **18** (2000) 50-58。
- 3) S. E. Derenzo: “Method for optimizing side shielding in positron-emission tomographs and for comparing detector materials,” *J. Nucl. Med.*, **21** (1980) 971-977.
- 4) B. Bendriem and D. W. Townsend (eds.): *The Theory and Practice of 3D PET* (Kluwer Academic Publishers, 1998).
- 5) 村山秀雄：“VIII ポジトロン・エミッション・トモグラフィ 3. 画像の再構成とデータ補正”，*Radioisotopes*, **42** (1993) 244-254。
- 6) M. Defrise, D. W. Townsend and F. Deconinck: “Statistical noise in three-dimensional positron tomography,” *Phys. Med. Biol.*, **35** (1990) 131-138.
- 7) C. W. Stearns, D. A. Chesler and G. L. Brownell: “Three dimensional image reconstruction in the Fourier domain,” *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-34** (1987) 374-378.
- 8) P. R. Edholm and G. T. Herman: “Linograms in image reconstruction from projections,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **MI-6** (1987) 301-307.
- 9) S. S. Orlov: “Theory of three-dimensional image reconstruction: I Conditions for a complete set of projections,” *Sov. Phys. Crystallogr.*, **20** (1976) 312-314.
- 10) S. S. Orlov: “Theory of three-dimensional image reconstruction: II The recovery operator,” *Sov. Phys. Crystallogr.*, **20** (1976) 429-433.
- 11) 村山秀雄, 野原功全：“3次元像再構成におけるOrlovの式の分析とその拡張”，*Med. Imag. Technol.*, **12** (1994) 84-93。
- 12) M. Defrise, D. W. Townsend and R. Clack: “Three-dimensional image reconstruction from complete projections,” *Phys. Med. Biol.*, **34** (1989) 573-587.
- 13) J. G. Colsher: “Fully three-dimensional positron emission tomography,” *Phys. Med. Biol.*, **25** (1980) 103-115.
- 14) J. B. Ra, C. B. Lim, Z. H. Cho, S. K. Hilal and J. Correll: “A new true three-dimensional reconstruction algorithm for the spherical positron emission tomograph (S-PET),” *Phys. Med. Biol.*, **27** (1982) 37-50.
- 15) R. Clack: “Towards a complete description of 3D filtered backprojection,” *Phys. Med. Biol.*, **37** (1992) 645-660.
- 16) M. Defrise, R. Clack and D. W. Townsend: “Image reconstruction from truncated, two-dimensional, parallel projections,” *Inverse Probl.*, **11** (1995) 287-313.
- 17) H. Murayama and N. Nohara: “Local noise property in positron volume imaging and optimal condition for the signal-to-noise ratio of the 3D reconstructed image,” *Phys. Med. Biol.*, **42** (1997) 231-249.
- 18) Z. H. Cho, J. B. Ra and S. K. Hilal: “True three-dimensional reconstruction (TTR)—Application of algorithm toward full utilization of oblique rays,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **MI-2** (1983) 6-18.
- 19) J. G. Rogers, R. Harrop and P. E. Kinahan: “The theory of three-dimensional image reconstruction for PET,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **MI-6** (1987) 239-243.
- 20) P. E. Kinahan and J. G. Rogers: “Analytic 3D image reconstruction using all detected events,” *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-36** (1989) 964-968.
- 21) M. Defrise, S. Kuijk and F. Deconinck: “A new three-dimensional reconstruction method for positron cameras using plane detectors,” *Phys. Med. Biol.*, **33** (1988) 43-51.
- 22) M. Defrise, D. W. Townsend and R. Clack: “Favor: A fast reconstruction algorithm for volume imaging in PET,” *1991 IEEE Med. Imag. Conf. Record* (1991) pp. 1919-1923.
- 23) E. Tanaka, S. Mori, K. Shimizu, E. Yoshikawa, T. Yamashita and H. Murayama: “Moving slice septa and pseudo three-dimensional reconstruction for multi-ring PET,” *Phys. Med. Biol.*, **37** (1992) 661-672.
- 24) M. E. Daube-Witherspoon and G. Muehllehner: “Treatment of axial data in three-dimensional PET,” *J. Nucl. Med.*, **28** (1987) 1717-1724.
- 25) R. M. Lewitt, G. Muehllehner and J. S. Karp: “Three-dimensional image reconstruction for PET by multi-slice rebinnning and axial image filtering,” *Phys. Med. Biol.*, **39** (1994) 321-339.
- 26) P. R. Edholm, R. M. Lewitt and B. Lindholm: “Novel properties of the Fourier decomposition of the sinogram,” *Proc. SPIE*, **671** (1986) 8-18.
- 27) M. Defrise, P. E. Kinahan, D. W. Townsend, C. Michel, M. Sibomana and D. F. Newport: “Exact and approximate rebinnning algorithms for 3-D PET data,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **16** (1997) 145-158.
- 28) S. Matej, J. B. Karp, R. M. Lewitt and A. J. Becher: “Performance of the Fourier rebinnning algorithm for PET with large acceptance angles,” *Phys. Med. Biol.*, **43** (1998) 787-795.
- 29) X. Liu, M. Defrise, C. Michel, M. Sibomana, C. Comtat, P. Kinahan and D. Townsend: “Exact rebinnning methods for three-dimensional PET,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **18** (1999) 657-664.
- 30) M. Defrise and X. Liu: “A fast rebinnning algorithm for 3D positron emission tomography using John’s equation,” *Inverse Probl.*, **15** (1999) 1047-1065.
- 31) H. M. Hudson and R. S. Larkin: “Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, **13** (1994) 601-609.
- 32) C. Comtat, P. E. Kinahan, M. Defrise, C. Michel and D. W. Townsend: “Fast reconstruction of 3D PET data with accurate statistical modeling,” *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **45** (1998) 1083-1089.

(2000年1月11日受理)