

# 非線形光フィードバックシステムにおいて発生されるパターンの解析

早崎 芳夫・山本 裕紹・西田 信夫

徳島大学工学部光応用工学科 〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1

## Analysis for Patterns Generated in a Nonlinear Optical Feedback System

Yoshio HAYASAKI, Hirotosugu YAMAMOTO and Nobuo NISHIDA

Department of Optical Science and Technology, Faculty of Engineering, University of Tokushima, 2-1, Minamijyosanjima-cho, Tokushima 770-8506

We present the analysis of spontaneously generated optical patterns in the nonlinear optical system composed of optically addressed liquid crystal spatial light modulator and a two-dimensional optical feedback. The analysis is performed using rolls with only one spatial wave vector, which are generated by using the spatial frequency filter in the optical feedback. The use of the rolls enables us easily to measure the light intensity on the Fourier plane. We demonstrate that the generated pattern has a series of spatial frequencies, which is assisted by the Talbot effect model. We also demonstrate the spatial frequency including in the patterns can be selected using a band-pass spatial frequency filter. Furthermore we present the generation of the isolated spots using a low-cut spatial frequency filter.

### 1. はじめに

時空間に広がるダイナミックな現象を取り扱うためには、光は、時間的・空間的な情報を自然な形で表現することができる。一方、電気は、走査による空間・時間変換や、膨大な並列回路といった特殊な手法やハードウェアを要する。一般に、非線形素子により構成される光システムは、時空間ダイナミックな光波のマニピュレーションを可能とし、時空間情報を取り扱うシステムに対して有用なツールとなり得る。さらに、時空間パターンの自発的・協調的なスイッチングや引き込みによる空間的信号増幅、時空間ダイナミクスそのものの記憶・想起といった、個々のスイッチ素子を積み上げ論理的に構成されるシステムとはまったく異なる構造で計算システムを構成できる可能性がある。

自然発生的に光パターンを発生する典型的な光学系は、光強度に依存して屈折率が変化する非線形光学素子に空間的な相互作用の存在する共振器である<sup>1,2)</sup>。この自発的パターン形成と呼ばれる現象は、非線形光学の興味深い現象のひとつであり、1枚の帰還鏡やファブリー・ペロー共振

器、リング型共振器の2次元光回路中に配置された、液晶<sup>3,4)</sup>や液晶ライトバルブ<sup>5,6)</sup>、フォトリフラクティブ結晶<sup>7,8)</sup>の系において研究がなされている。それらのほとんどのシステムにおける空間的な相互作用は光の回折現象に基づいており、ロールやヘキサゴンの周期的な光パターンが観測されている。また、理論的にも、一様、ロール、ヘキサゴンが安定定常解であることが証明されている<sup>9,10)</sup>。形成されたロールやヘキサゴンの周期間隔(ピッチ)は、回折距離に対し特定の依存関係を示し、コヒーレントな光により照明された横方向の周期的なパターンが光の伝搬方向に対してもとのパターンと反転パターンが繰り返し現れるタルボット効果のモデルによって説明されている<sup>11)</sup>。さらに、ビームの境界条件と回折距離に依存して、ヘキサゴン以外のパターンも観測されている<sup>12-16)</sup>。近年、自発的パターン形成の現象の解明にだけは留まらず、この非線形光システムを、補償結像システム<sup>17)</sup>や光情報処理<sup>18)</sup>、干渉計測<sup>19)</sup>へ応用する試みもなされている。

2次元非線形光回路において発生されるパターンは、非線形光学素子の応答時間が光フィードバックの遅延時間に比べて十分に長い場合、素子の入出力関係と回折によるパターンの変化を同時に満たす安定なものとなる。しかし、

E-mail: hayasaki@opt.tokushima-u.ac.jp

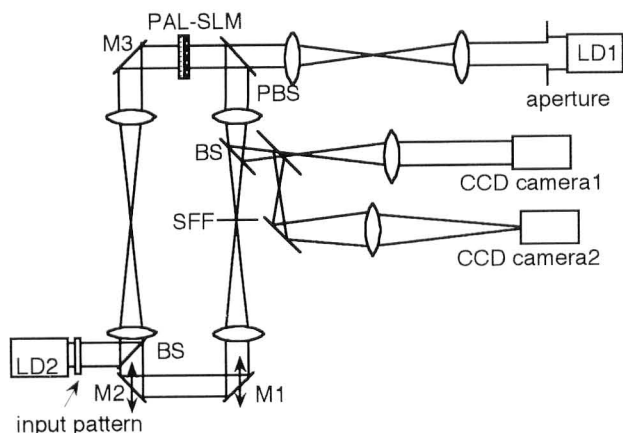


Fig. 1. Experimental setup.

実際には、素子の熱的なゆらぎや光学系の収差、微小なアライメントずれにより、得られるパターンは変動する。また、入射光強度を増大させると、パターンが揺動することも知られており<sup>20)</sup>、空間周波数フィルタリングの手法により、パターン形状の制御や揺動するパターンの安定化の研究も行われている<sup>21-23)</sup>。

本論文では、液晶空間光変調素子とフィードバック光学系から構成されるリング型光回路（非線形光フィードバックシステム）の構成<sup>24)</sup>と、その基本的な性質である双安定特性とロールやヘキサゴンのパターンの発生を示す。パターンの性質の解析を容易とするために、空間周波数フィルタリングにより発生した明暗が1方向に繰り返す縞パターンを用いる。発生パターンの基本空間周波数と正負の回折距離との依存関係は、1枚の帰還鏡と液晶の系では非対称であったのに対し<sup>11)</sup>、対称であることを示し、タルボット効果のモデルにより説明できることを示す。また、より空間周波数の高い安定な解も同時に存在することを明らかにし、同様に、タルボット効果モデルにより説明できることを示す。また、縞パターンの時間的な揺動が、多数の安定な解の間の競合によるものと考え、基本空間周波数以下を通過させるローパス空間周波数フィルターにより、パターンが安定化できることを示す。また、バンドパスフィルターにより、発生するパターンを制御できることを示す。さらに、過飽和吸収体を用いたシステムにおいて理論的には示されていた孤立輝点の発生を<sup>25)</sup>、低域カット空間周波数フィルターの使用により発生可能であることを示す。

## 2. 非線形光フィードバックシステム

非線形光フィードバックシステムの実験光学系を Fig. 1 に示す。これは、光入力強度に応じて屈折率が変化する光アドレス型の空間光変調素子とフィードバック光学系から構成される。空間光変調素子は、平行配向空間光変調素子

(PAL-SLM: parallel aligned nematic liquid crystal spatial light modulator, 浜松ホトニクス (株))<sup>26)</sup>である。PAL-SLM の読み出し用の光源は、コリメート光学系をもつ波長 680 nm の半導体レーザー (LD1) であり、その光は、アパーチャーにより直径数 mm 程度の円形のビームにされる。アパーチャーの像は、PAL-SLM の出力面に結像される。フィードバック光学系は、偏光ビームスプリッター (PBS)、4 枚のレンズ、3 枚のミラー (M1, M2, M3)、空間周波数フィルター (SFF)、出力取り出し用と外部入力用の 2 つのビームスプリッターからなる。PAL-SLM の出力面と入力面の結像関係は、ミラー M1 と M2 の横移動により調節され、光の回折現象に基づく横方向の相互作用の広がりやを決定する。そのインフォーカス状態からのずれの距離、すなわち、回折距離を  $Z$  とする。LD1 と同じ仕様の半導体レーザー (LD2) により照明される入力パターンが、外部入力として提示される。出力像およびそのフーリエ像を CCD camera 1 および CCD camera 2 により取得する。

PAL-SLM は、透明 (ITO) 電極に挟まれた、平行配向ネマティック液晶層、誘電体ミラー、アモルファスシリコン (a-Si:H) 層からなる。ITO 電極間には交流電場が印加されているため、a-Si:H 側に光照射すると、a-Si:H のインピーダンスが低下し、液晶層間に加わる電場が増加する。その増加した電場による分子の傾きによって、液晶層の屈折率は低下する。したがって、液晶の配向方向と読み出し光の偏光方向を平行にすると、位相のみが変調される。もし、両者が平行でなければ、一般に、出力光は楕円偏光になる。本実験では、分子配向方向と入射直線偏光の角度は、 $45^\circ$  にセットされており、出力は PBS を通して取り出しているため、非線形の強度変調が実行される。

ここで、PAL-SLM の強度変調特性について考える。振幅  $A_r$  の入射光を  $A_r \exp(i\omega t)$  とすると、液晶分子の方向とその垂直方向の複素振幅は、それぞれ、 $A_p = A_r \exp(i\omega t) \cos 45^\circ$  と  $A_o = A_r \exp(i\omega t) \sin 45^\circ$  となる。PAL-SLM を通過すると、両成分は液晶分子のそれぞれの方向の実効屈折率と、印加電圧による分子の傾きにより、位相変化  $\phi_p$  と  $\phi_o$  が与えられる。分子軸方向の位相変化は、入射光によっても起こり、それを  $\phi_a$  とする。その結果、反射された光の両成分は、 $A_p = A_r \exp[i(\phi_a + \phi_p + \omega t)] \cos 45^\circ$  と  $A_o = A_r \exp[i(\phi_a + \omega t)] \sin 45^\circ$  となり、両偏光に対する PBS 反射率の比を  $1:C$  としたとき、それぞれの複素振幅は、 $A_r \{[\exp(i\phi_a + i\phi_p) - \exp(i\phi_a)] \exp(i\omega t)\} / 2$  と  $CA_r \{[\exp(i\phi_a + i\phi_p) + \exp(i\phi_a)] \exp(i\omega t)\} / 2$  となる。この光強度を計算すると、PAL-SLM の強度変調特

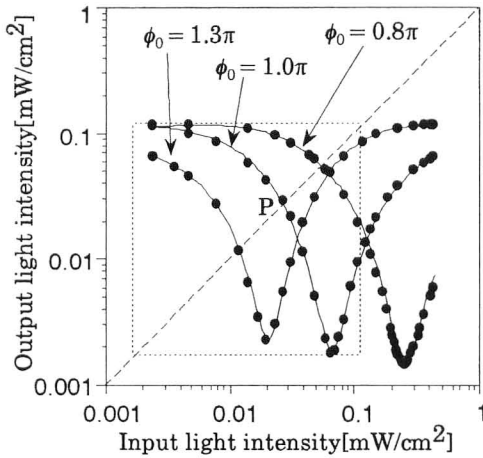


Fig. 2. Nonlinear input/output property of the PAL-SLM. The property changes due to the initial phase  $\phi$  regulated by the applied voltage to the device.

性は、

$$I_{out} = F(I_i) = I_r \{1 - \beta \cos[\phi_a(I_i) + \phi_0(V_0)]\} / 2 \quad (1)$$

と得られる。ここで  $I_r = (1 + C^2)A_r^2$ ,  $\beta = (1 - C^2)/(1 + C^2)$  はコントラスト,  $\phi_0(V_0) = \phi_p - \phi_0$  は PAL-SLM への印加電圧  $V_0$  に依存する初期位相である。

Fig. 2 は、Fig. 1 の実験光学系の中で測定された、初期位相に対する PAL-SLM の入出力特性である。まずはじめに M1 と M2 の間に遮閉物を置き、フィードバック光をカットした後、LD2 の後に可変の光減衰器を、PBS 直後にフォトディテクターを置き、光強度を測定し、さらに、PAL-SLM 直前と PBS 直後の光強度を測定し、フィードバック光学系における光の減衰を補正することによって入出力特性を得た。点線で囲まれた領域が、本システムの動作範囲である。

入射光強度に対して液晶の屈折率の変化  $\phi_a(I_i)$  は、入射光強度により a-Si:H 層のインピーダンスが変化し、液晶層の印加電圧が変化し、分子が傾き、屈折率が変わる一連のプロセスにより引き起こされる。この中で、入射光による a-Si:H 層のインピーダンスの変化が、全体の中の非線形性に対して支配的であることが実験的にわかっている。それは、入射光の対数に対しておおよそ比例し、低光量 ( $< 0.001 \text{ mW/cm}^2$ ) 時と高光量 ( $> 1 \text{ mW/cm}^2$ ) 時には、その変化が小さくなり、最大値が最小値の 5 倍程度になる。そこで、入射光の対数に対するシグモイド関数

$$\phi_a(I_i) = P_{max} (1 + \tanh\{\alpha' \cdot [\log(I_i) - \chi]\}) / 2 \quad (2)$$

でその特性を近似する。ここで、シグモイド関数の傾き  $\alpha' (= \alpha / (2 \log_{10} e))$ , 最小値 0, 最大値  $P_{max}$ , 正のバイアス  $\chi = \log(I_h)$  とした。入射光強度  $I_i$  に対する位相変化は、式 (2) を簡単にする、

$$\phi_a(I_i) = P_{max} I_i^a / (I_i^a + I_h^a) \quad (3)$$

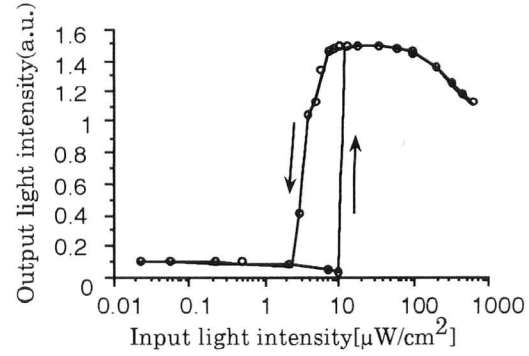


Fig. 3. Bistable property of the nonlinear optical feedback system.

となる。 $P_{max}$  は最大位相変調量,  $I_h$  は  $P_{max}$  の半分の変調を与える光入力である。他のプロセスにおける非線形性は、この近似式に吸収される。

PAL-SLM 上の位置  $r$  における位相変化のダイナミクスは、PAL-SLM の応答を指数関数的であるとする、 $\tau_m \partial u(r,t) / \partial t = -u(r,t) + D \nabla^2_{\perp} u + \phi_a [I_u(r,t)]$  (4) と記述される。ここで、 $\tau_m$  は PAL-SLM の応答時間、 $\nabla^2_{\perp}$  は PAL-SLM の分解能に関係している横方向の拡散を記述している  $x$  方向と  $y$  方向のラプラシアン、 $D$  は拡散係数である。フィードバック光  $I_u$  は、フィードバック光学系のフーリエ面に置いた空間周波数フィルターにより、空間周波数をコントロールし、距離  $Z$  だけ回折されるとすると、

$$I_u = |(A_{out} * g) * f_z|^2 \quad (5)$$

となる。ここで、 $*$  はコンボリューション、 $A_{out}$  は出力パターンの複素振幅、 $g$  は空間周波数フィルターのフーリエ変換、 $f_z$  は距離  $Z$  の点光源伝達関数である。

### 3. 実験結果

#### 3.1 双安定特性の実験

実験システムは、基本的性質として、Fig. 3 に示すような双安定特性を有する。この双安定特性は、PAL-SLM の印加電圧  $V_0$  により制御される初期位相  $\phi_0(V_0)$  を変化させると、閾値が変化するとともに、微分特性・双安定性・強い双安定性 (明状態となると、入力を切っても暗状態にならない)・双安定性なしと、双安定特性が変化する。フォーカス状態を変化させると閾値の変化なしに双安定特性が変化する。閾値特性測定は、直径 1 mm 程度の円形ビームで行っており、それを単一の素子としているが、実際は、近傍間でカップリングした微小な双安定素子の集合体として存在している。そのため、閾値における暗状態から明状態に変化する際は、素子特性や光強度分布の空間的なばらつき、液晶分子の熱的なゆらぎに由来して、円形ビ

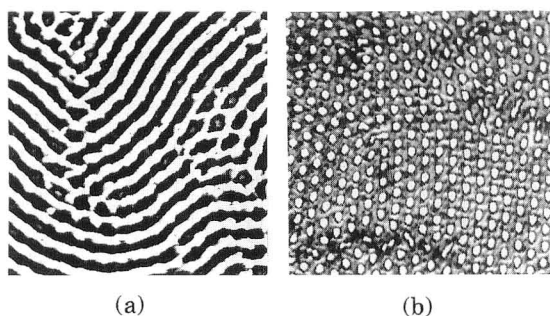


Fig. 4. Typical outputs: (a) rolls and (b) hexagons.

ーム中の一部分が明となり、その明状態が全領域に広がる。これは、光信号を空間的に増幅しているとみることができる。

### 3.2 パターンピッチと回折距離の関係

Fig. 4 は、典型的な出力のロールとヘキサゴンであり、それぞれ、初期位相  $1.0\pi$  と  $1.3\pi$  のときの出力である。フィードバック光学系のフォーカス状態がずれた場合、初期位相に対して、ロール、ヘキサゴン、または、それらの混合のパターンとなり、ずれ量  $Z$  を大きくすると、形成されるロールのピッチが大きくなる。すなわち、得られるパターンの空間周波数が低くなる。Fig. 5 は、回折距離  $Z$  とパターンピッチ  $p$  の依存関係を示したものであり、 $Z=0$  を中心に対称に分布している。液晶フィルムと1枚の帰還鏡のシステムにおける回折距離  $Z$  に対する非対称な依存関係に対して<sup>11)</sup>、その対称的な依存関係は、PAL-SLM が反転特性を有するように初期位相が決定されたときにロールパターンが安定的に形成されること、液晶層が薄いことによる正と負の距離に対する回折パターンが同じであること、パターン形成への寄与がフィードバック光のみであることによるものと考えられる。対称的な依存関係は、

$$p = (\lambda|Z|)^{0.5} \quad (6)$$

であり、横方向の波数ベクトル  $\mathbf{K}(=2\pi/p)$  をもったパターンが、自由空間の波数ベクトル  $\mathbf{k}(=2\pi/\lambda)$  をもった平行光により照明され、自由空間を  $Z$  だけ伝搬したときに反転パターンを形成するタルボット効果のモデルによる  $Z=2\pi\mathbf{k}/\mathbf{K}^2$  の関係から得られる。いいかえると、PAL-SLM の入出力特性によるパターンの反転に対し、フィードバック光学系の回折によるパターンの反転が可能であるために、システムは定常なパターンを形成する。そのとき、回折により反転が起こるパターンが、ロールのような横方向に周期的なパターンである。これが、タルボット効果により、回折距離に対するパターンのピッチを説明できる理由である。

しかしながら、主にヘキサゴンが明確に形成される初期

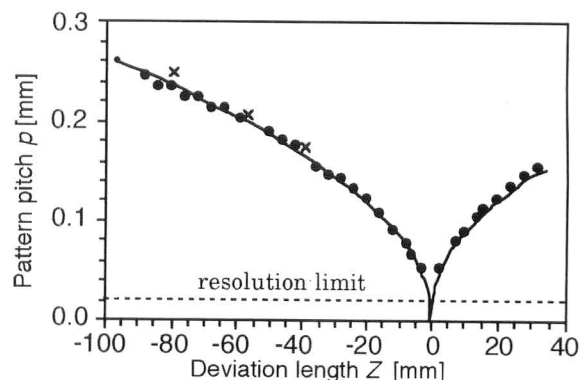


Fig. 5. Optical dependence of the pattern pitch on the diffraction length. The solid line is based on the Talbot effect model.

位相では、Fig. 5 内の  $\times$  で示されたパターンピッチとなり、対称的な依存関係からずれる。その状態では、Fig. 2 中の初期位相  $\phi_0=1.3\pi$  で示される PAL-SLM の入出力関係の非短調な特性から、ロールの暗線の部分が明るくなり、その点が回折距離に応じた適切な距離の位置に集合的に明点を形成するため、結果として六角状のパターンが形成されやすくなる。そのとき、PAL-SLM の入出力間関係を満足する安定な解はいくつか存在するが、ロールパターンのピッチに最も近いピッチのパターンに安定的に収束すると考えられる。より強い光強度を有する点の屈折率は小さくなっているため、弱い自己発散効果が起こり、出力パターンの空間周波数の対称的な依存関係からずれていると考えられる。光フィードバックがインフォーカス状態 ( $Z=0$ ) 近辺では、特徴的なパターンは現れず、Fig. 2 中の P で示される光強度を有する様な出力となる。それは、形成されるべきパターンのピッチが PAL-SLM の分解能以下であることによる。また、定光量出力の半導体レーザーを使用した PAL-SLM の出力の測定から、PAL-SLM の液晶分子の熱的なゆらぎによる出力のゆらぎが観測されている。このゆらぎのフィードバックによる増強も、細かい縞 ( $>30$  lp/mm) の形成を阻害していると考えられる。

### 3.3 空間周波数フィルタリングの効果

発生されたパターンの光学的なフーリエパターンを詳しく観察すると、2つの系列の回折光を含んでいる。Fig. 6 は、初期位相に対するフーリエ面で検出された回折光を空間周波数に換算して示した結果である。基本空間周波数  $\nu_f(=1/p=(\lambda|Z|)^{-0.5})$  の強度は、ほかの高空間周波数成分の強度に比べて大きい。また、ロールからヘキサゴンに遷移する初期位相は  $1.05\pi$  であり、その境界付近では、両者が混合している。さらに、前節で示した初期位相に対して、パターンピッチが変化することも示している。2つ

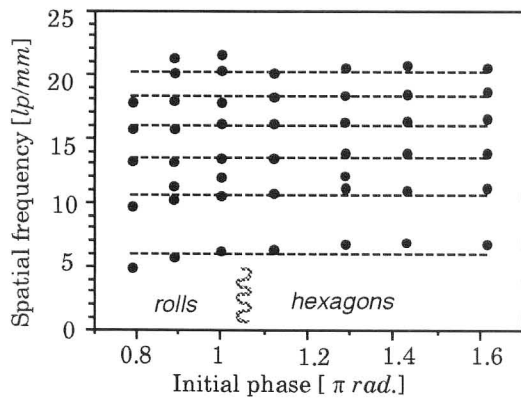


Fig. 6. Spatial frequencies of the formed optical pattern. The dashed lines are given by the Talbot effect model.

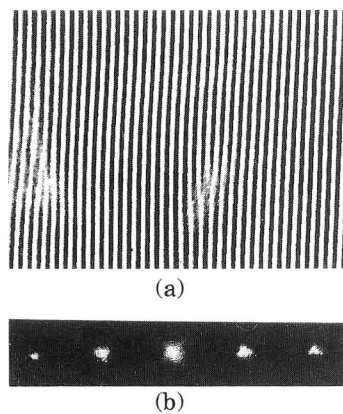


Fig. 7. Fringe formed by using a single slit. (a) Output on image plane and (b) the Fourier pattern.

の系列は,

$$v_1 = m v_f \quad (m=1,2,3,\dots) \quad (7)$$

$$v_2 = (2n-1)^{0.5} v_f \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (8)$$

である。前者は基本空間周波数  $v_f$  の高次の回折光であり、PAL-SLM の入出力特性の非線形性に由来し、それだけでは存在できない。一方後者は、システムの高次の安定解であり、その成分だけで存在可能である。基本空間周波数  $v_f$  と回折距離  $Z$  との関係である式 (6) の  $v_f = (\lambda|Z|)^{-0.5}$  は、出力パターンと入力パターンの反転関係である条件を示していた。それと同様な考え方のもと、距離  $Z/(2n-1)$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) で、反転パターンが形成されれば、距離  $Z$  で反転パターンを形成することになり、そのときの空間周波数  $v_2$  と回折距離  $Z$  との関係は、 $v_2 = \{\lambda|Z|/(2n-1)\}^{-0.5}$  となり、式 (8) が得られる。このように、本システムでは、高次の安定解もタルボット効果のモデルにより記述可能であり、回折距離に対して対称になっている。

Fig. 7 は、フーリエ面にシングルスリットを配置した場合に形成された縞パターンとそのフーリエパターンであ

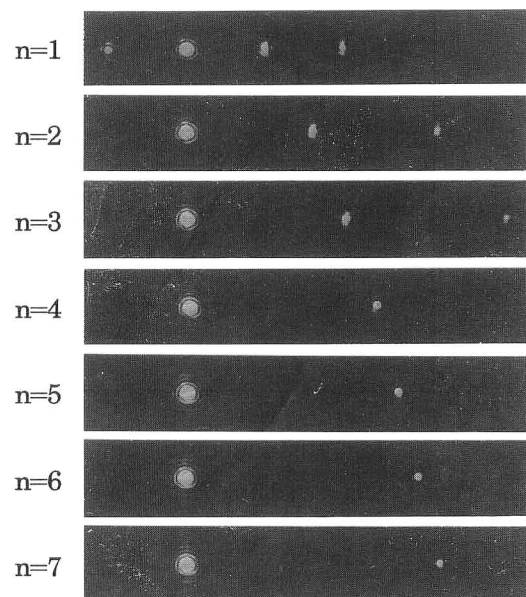


Fig. 8. Selection from the stable solutions using a band-pass filter. The spatial frequency has square root dependence of the parameter  $n$  in Eq. (8).

る。その縞パターンは、スリットの方向の波数ベクトルを有し、スリットの挿入前に形成されるパターンに対して、基本空間周波数やスリットを通過する光量が変化せず、縞パターンの回折光強度が容易に計測できるため、一般性を失わずこの縞パターンを使ってシステムの特性を評価することができる。特徴的なこととして、フィードバックする光が、スリットによって遮られるのではなく、そのスリット内に集中することがある。

また、この縞パターンは、パターンを形成する波面が同一光路上にあるため、光学定盤の振動等の外乱に対して、ほとんど影響を受けない。しかし、回折距離を大きく、すなわち、縞パターンの空間周波数を低くすると、縞パターンのゆらぎが大きくなる。その回折光のゆらぎの主要な時間周波数成分は、数 Hz 以下であり、パターンの形成速度 ( $\sim 200$  ms) と同等である。特に、読み出し光を増大させたときにそのゆらぎが顕著になる。このことは、他の研究でも観測されていたことであるが、明確な説明がなかった<sup>12,14)</sup>。われわれは、式 (8) で与えられる各空間周波数が整数倍の関係にないため、お互いの競合によって起こると予想し、1次光以上の空間周波数をカットするローパスフィルターをシングルスリットに重ね合わせて配置し、パターン形成を行った。その結果、形成される縞パターンのゆらぎが減少し、その縞パターンからの回折光の強度が増大し、競合が抑えられることがわかった。Fig. 8 は、0次光と特定の空間周波数だけ通過するフィルターをシングルスリットに重ね合わせ、その通過する空間周波数を徐々に

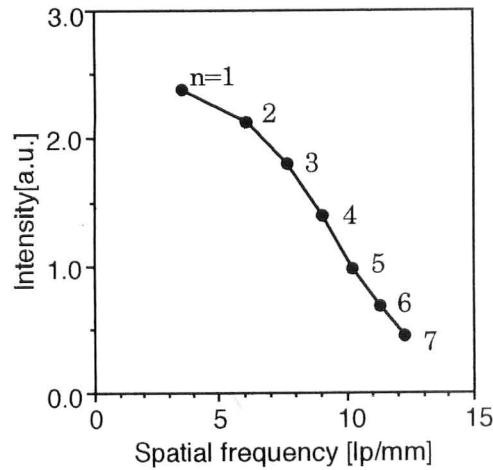


Fig. 9. Intensity of the first diffracted light in the result of Fig. 8.

変化させたときの形成される縞パターンを光学的なフーリエ像を示しており、空間周波数を式(8)に示される系列内で選択できることを意味する。また、Fig. 9に示すように、 $n$ が大きくなる、すなわち空間周波数が高くなると、回折光強度が低下する。これは、低い空間周波数に対して高い応答を示すPAL-SLMの空間周波数応答特性によるものである。

### 3.4 低域カットフィルターによる孤立輝点の発生

Fig. 10は、低域カットフィルター(ポイントストップ)を挿入したときに発生された孤立輝点である。4つの孤立輝点は、直径0.2mmの4つの円形開口をパルス幅100msでLD2をパルス点灯したときによって発生された。Fig. 10(a), (b)は、発生直後の状態と2秒後の状態である。孤立輝点は、十分なフィードバック光がある場合、自己維持する。輝点の発生は、照射時間と光強度の積に対して、閾値を有する。この場合、取差とわずかなミスアライメントに由来する横方向相互作用の非等方性によってゆっくりと動いていた。ここでは、初期位相が $1.9\pi$ 程度に設定されており、システムは強い双安定状態(明となるとフィードバックを切らない限り明のまま保持される状態)になっており、ポイントストップがない場合は、ある点が明状態となると、その点は、システムの分解能やわずかな結像関係のずれによって膨張して、出力面全体が明となる。そこで、ポイントストップは、空間周波数成分の低域をカットし、輝点の膨張を抑制する。そして、その膨張と抑制が釣り合った大きさの輝点が維持される。これは、3章1節では円形開口により領域を制限して、双安定性を実現していたのに対し、この低域カットフィルターを使用することによって、任意の位置に双安定素子を実現できることを示している。

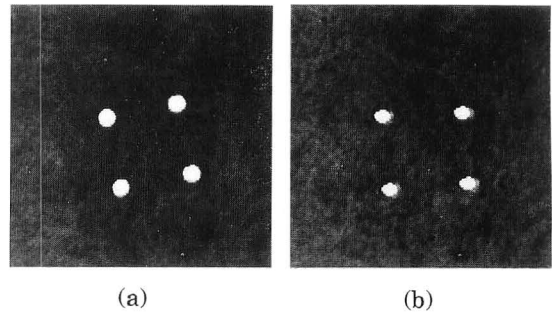


Fig. 10. Generation of the isolated spots using a low-cut filter. (a) The outputs are at  $t=0$  s, when the  $2 \times 2$  external inputs are switched off after having been on, and (b)  $t=2$  s.

## 4. ま と め

本報告では、液晶空間光変調素子とフィードバック光学系からなる非線形光フィードバックシステムにおける、双安定特性とロールやヘキサゴンのパターン発生を示した。回折光強度を容易に測定できる縞パターンを、シングルスリットを直接フィードバック光学系のフーリエ面に配置して発生させた。発生したパターンには、同時に多数の安定解が存在することを実験的に明らかにするとともに、タルボット効果のモデルにより説明できることを示した。また、本システムでは、発生されたパターンの正負の回折距離に対する空間周波数は、対称な依存関係であることを示した。さらに、ローパス空間周波数フィルターと同時に使用することにより、多数の安定な解の間の競合によるものと考えられる縞パターンのゆらぎを抑えることができた。また、バンドパス空間周波数フィルターと同時に使用により、高次の安定解を個々に発生させることができた。さらに、ハイパス空間周波数フィルターによる孤立輝点の発生を示した。このように、非線形光フィードバックシステムは、空間周波数フィルタリングにより、種々の時空間パターンを発生し、制御できる。このパターン発生は、時空間の2次元パターンの発生器(時空間関数発生器)として有用であると考えられる。さらに、単にパターンを発生するだけでなく、画像の記憶、ディレイを行うことも可能である。

本研究の一部は、文部省科学研究費補助金特定領域研究(A)「分子シンクロ材料」(#11167260)および奨励研究(A)(#11750042)、科学技術振興事業団、大阪地域結集型共同研究事業「テラ光情報基盤技術開発」の援助を得て行われた。また、本研究を遂行するにあたり、浜松ホトニクス(株)により空間光変調素子に対する技術的な指導をいただいたことに感謝する。

## 文 献

- 1) M. Kreuzer, W. Balzer and T. Tschudi: "Formation of spatial structures in bistable optical elements containing nematic liquid crystals," *Appl. Opt.*, **29** (1990) 579-582.
- 2) F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza and S. Residori: "Experimental evidence of chaotic itinerancy and spatiotemporal chaos in optics," *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990) 2531-2534.
- 3) R. Macdonald and H. J. Eichler: "Spontaneous optical pattern formation in a nematic liquid crystal with feedback mirror," *Opt. Commun.*, **89** (1992) 289-295.
- 4) M. Tamburrini, M. Bonavita, S. Wabnitz and E. Santamato: "Hexagonally patterned beam filamentation in a thin liquid-crystal film with a single feedback mirror," *Opt. Lett.*, **18** (1993) 855-857.
- 5) S. A. Akhmanov, M. A. Vorontsov, V. Y. Ivanov, A. V. Larichev and N. I. Zheleznykh: "Controlling transverse-wave interactions in nonlinear optics: Generation and interaction of spatiotemporal structures," *J. Opt. Soc. Am. B*, **9** (1992) 78-90.
- 6) B. Thuring, R. Neubecker and T. Tschudi: "Transverse pattern formation in liquid crystal light value feedback system," *Opt. Commun.*, **102** (1993) 111-115.
- 7) T. Honda: "Hexagonal pattern formation due to counter-propagation in KNbO<sub>3</sub>," *Opt. Lett.*, **18** (1993) 598-600.
- 8) P. P. Banerjee, H. L. Yu, D. A. Gregory, N. Kukhtarev and H. J. Caulfield: "Self-organization of scattering in photorefractive KNbO<sub>3</sub> into reconfigurable hexagonal spot array," *Opt. Lett.*, **20** (1995) 10-12.
- 9) G. D'Alessandro and W. J. Firth: "Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror," *Phys. Rev. Lett.*, **66** (1991) 2597-2600.
- 10) G. D'Alessandro and W. J. Firth: "Hexagonal spatial patterns for a Kerr slice with a feedback mirror," *Phys. Rev. A*, **46** (1992) 537-548.
- 11) E. Ciaramella, M. Tamburrini and E. Santamato: "Talbot assisted hexagonal beam patterning in a thin liquid crystal film with a single feedback mirror at negative distance," *Appl. Phys. Lett.*, **63** (1993) 1604-1606.
- 12) F. T. Arecchi, A. V. Larichev and M. A. Vorontsov: "Polygon pattern formation in a nonlinear optical system with 2-D feedback," *Opt. Commun.*, **105** (1994) 297-301.
- 13) E. Ciaramella, M. Tamburrini and E. Santamato: "Observation of nonhexagonal laser-beam patterning in a thin liquid crystal cell in front of a single feedback mirror," *Appl. Phys. Lett.*, **64** (1994) 3080-3082.
- 14) R. Macdonald and H. Danlewski: "Self-induced optical gratings in nematic liquid crystals with a feedback mirrors," *Opt. Lett.*, **29** (1995) 441-443.
- 15) F. Papoff, G. D'Alessandro, G.-L. Oppo and W. J. Firth: "Local and global effects of boundaries on optical-pattern formation in Kerr media," *Phys. Rev. A*, **48** (1993) 634-641.
- 16) S. Residori, P. L. Ramazza, E. Pampaloni and F. T. Arecchi: "Pattern formation and competition in nonlinear optics," *J. Nonlinear Phys. Mater.*, **5** (1996) 367-386.
- 17) M. A. Vorontsov, J. C. Riklin and G. W. Carhart: "Optical simulation of phase-distorted imaging systems: Nonlinear and adaptive optics approach," *Opt. Eng.*, **34** (1995) 3229-3238.
- 18) M. Ichii and P. Davis: "Dynamic memory arrays and chaos in a spatial-light-modulator ring circuit," *Opt. Rev.*, **3** (1996) 426-428.
- 19) S. Shirai, T. H. Barnes and T. G. Haskel: "Surface-profile measurement by means of a polarization sagnac interferometer with parallel optical feedback," *Opt. Lett.*, **24** (1999) 297-299.
- 20) S. Residori, P. L. Ramazza, E. Pampaloni and A. V. Larichev: "Transition to space-time chaos in a nonlinear optical system with two-dimensional feedback," *Phys. Rev. A*, **53** (1996) 400-407.
- 21) A. V. Mamaev and M. Saffman: "Selection of unstable patterns and control of optical turbulence by Fourier plane filtering," *Phys. Rev. Lett.*, **80** (1998) 3499-3502.
- 22) S. J. Jensen, M. Schwab and C. Denz: "Manipulation, stabilization, and control of pattern formation using Fourier space filtering," *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998) 1614-1617.
- 23) G. K. Harkness, G.-L. Oppo, R. Martin, A. J. Scroggie and W. J. Firth: "Elimination of spatiotemporal disorder by Fourier space techniques," *Phys. Rev. A*, **58** (1998) 2577-2585.
- 24) Y. Hayasaki, H. Yamamoto and N. Nishida: "Optical dependence of spatial frequency of formed patterns on focusing deviation in nonlinear optical ring resonator," *Opt. Commun.*, **151** (1998) 263-267.
- 25) W. J. Firth and A. J. Scroggie: "Optical bullet holes: Robust controllable localized states of a nonlinear cavity," *Phys. Rev. Lett.*, **76** (1996) 1623-1626.
- 26) N. Mukohzaka, N. Yoshida, H. Toyoda, Y. Kobayashi and T. Hara: "Diffraction efficiency analysis of a parallel-aligned nematic-liquid-crystal spatial light modulator," *Appl. Opt.*, **33** (1994) 2804-2811.